

北京朗曼教学与研究中心教研成果

初三数学同步讲解与测试

(代数)

张志朝 主编

中数学字



宋伯涛 总主编

中国青年出版社



北京朗曼教学与研究中心资料

中学数学 1+1

——初三数学同步讲解与测试
(代 数)

主编 张志朝 朱占奎

中国青年出版社

责任编辑：李培广

封面设计：Paul Song

图书在版编目 (CIP) 数据

初三数学同步讲解与测试/宋伯涛主编. —北京：中国青年出版社，1999
(中学 1+1 丛书)

ISBN 7-5006-3446-3

I. 初… II. 宋… III. 数学课—初中 教学参考资料 IV. G634.603

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (1999) 第 11177 号

中学数学 1+1

初三数学同步讲解与测试 (代数)

主编 张志朝 朱占奎

· *

中国青年出版社出版 发行

社址：北京东四 12 条 21 号 邮政编码：100708

北京市昌平长城印刷厂印刷 新华书店总经销

*

880×1230 1/32 11.75 印张 408 千字

1999 年 7 月北京第 1 版 2002 年 7 月北京第 4 次印刷

定价：14.80 元

ISBN 7-5006-3446-3/G · 1032

再 版 前 言

本丛书是由北京朗曼教学与研究中心根据中学数学教材修订再版的《中学数学1+1》系列丛书之一。它以新数学大纲为指导,按照新教材的体系分章编写。其特点在于结合教材对各章节重点、难点、疑点及考点等逐一进行讲解,内容详尽,条理清晰,分析透彻,所选例题题型系统全面。所涉及内容主要是各单元应掌握的基础知识、知识运用、思维方法、解题方法等,其中对例题的分析处理十分到位,不仅有恰到好处的思路点拨与规范解答,更重要的是解题后的说明,它是作者解题的体会和感受,是解题经验的总结。因此也可以说它是作者从解题实践中具体概括出来的精髓。在说明中,作者言简意赅地揭示巧思的思维过程;如何灵活地选用数学方法;对于可转化或引申的题目,给出其转化或引申的形式及其解法;对题中可能出现的错解予以指出等等。它将给学生以启示,帮助学生领悟作者选题的意图,使学生做到立足基础,抓住关键,突破难点,研究方法,以一题代一类,真正使学生做到举一反三,触类旁通,从而达到跳出题海、启迪思维的效果。同步测试部分根据各章节特点对基础知识、重点难点、知识应用进行针对性的巩固训练。其中选用了目前各地较为常用的题型,增加了一些体现近几年中考与高考命题方向的新题,并补充了一些与生产生活密切相关的应用题,可以说题型十分丰富,且综合性强,旨在帮助学生巩固知识,提高综合运用知识的能力。

学生在使用本书过程中,应结合教科书,努力掌握知识点的各种用法及注意事项,对某些重点难点要进行仔细的分析、研究,结合例题,做到深刻理解与牢固掌握。做同步练习时,要结合教科书及讲解内容进行独立思考,首先考虑应选择何种解题思路与策略,然后实施解题,并注意解题的规范性,解题结束后可与题解对照,弄懂弄通为什么是这个答案而不是那个答案?为什么这样解而不是那样解?还可以怎样解?怎样才对?从一个点进行散发性联想思维。课后还应对某些重点题目进行反复的再思考、再分析、再总结。有问题主动询问,及时解决。本中心答疑信箱就是为这一目的而开设的。

出版前,作者对书中许多地方作了较为合理的修改,但仍难免存有不尽人意之处,谨请广大读者批评指正。凡需要本书以及本系列其他丛书的读者可与本中心联系,通信地址:北京市朝阳区亚运村邮局89信箱,邮编:100101;联系电话:010-64962054、64985587。

宋伯涛

2002年6月于北师大

目 录

第十二章 一元二次方程	(1)
本章教材分析	(1)
一、一元二次方程	(1)
12.1 用公式解一元二次方程	(1)
学习目标要求	(1)
中考要求及命题方向	(2)
重点、难点	(2)
知识点讲解	(2)
典例剖析	(3)
疑难问题举例	(5)
错解点击	(6)
知识点讲解	(6)
典例剖析	(8)
疑难问题举例	(11)
错解点击	(12)
本节小结	(12)
同步测试	(13)
同步测试解答	(14)
12.2 用因式分解法解一元二次方程	(15)
学习目标要求	(15)
中考要求及命题方向	(15)
重点、难点	(15)
知识点讲解	(15)
典例剖析	(15)
疑难问题举例	(16)
错解点击	(17)
本节小结	(17)
同步测试	(17)
同步测试解答	(18)
12.3 一元二次方程的根的判别式	(19)
学习目标要求	(19)

中考要求及命题方向	(19)
重点、难点	(19)
知识点讲解	(19)
典例剖析	(20)
疑难问题举例	(25)
错解点击	(28)
本节小结	(29)
同步测试	(29)
同步测试解答	(31)
12.4 一元二次方程的根与系数的关系	(34)
学习目标要求	(34)
中考要求及命题方向	(35)
重点、难点	(35)
知识点讲解	(35)
典例剖析	(37)
疑难问题举例	(45)
错解点击	(47)
本节小结	(48)
同步测试	(49)
同步测试解答	(51)
12.5 二次三项式的因式分解(运用公式法)	(56)
学习目标要求	(56)
中考要求及命题方向	(56)
重点、难点	(56)
知识点讲解	(56)
典例剖析	(58)
疑难问题举例	(60)
错解点击	(62)
本节小结	(63)
同步测试	(63)
同步测试解答	(64)
12.6 一元二次方程的应用	(66)
学习目标要求	(66)
中考要求及命题方向	(66)
重点、难点	(66)
知识点讲解	(67)
典例剖析	(68)

疑难问题举例	(70)
错解点击	(73)
本节小结	(73)
同步测试	(74)
同步测试解答	(75)
12.7 可化为一元二次方程的分式方程	(78)
学习目标要求	(78)
中考要求及命题方向	(78)
重点、难点	(78)
知识点讲解	(79)
典例剖析	(81)
疑难问题举例	(89)
错解点击	(92)
本节小结	(93)
同步测试	(93)
同步测试解答	(95)
选学内容 无理方程	(100)
学习目标要求	(100)
重点、难点	(100)
知识点讲解	(100)
典例剖析	(102)
错解点击	(106)
本节小结	(107)
同步测试	(107)
同步测试解答	(108)
二、简单的二元二次方程组	(110)
12.8 由一个二元一次方程和一个二元二次方程	
组成的方程组	(110)
学习目标要求	(110)
中考要求及命题方向	(110)
重点、难点	(110)
知识点讲解	(110)
典例剖析	(112)
疑难问题举例	(114)
错解点击	(115)
本节小结	(116)
同步测试	(116)

同步测试解答	(117)
12.9 由一个二元二次方程和一个可以分解为两个二元一次方程 的方程组成的方程组	(120)
学习目标要求	(120)
中考要求及命题方向	(120)
重点、难点	(120)
知识点讲解	(120)
典例剖析	(121)
疑难问题举例	(122)
本节小结	(123)
同步测试	(123)
同步测试解答	(124)
本章专题总结	(126)
本章知识结构体系	(127)
公式、定理	(127)
思想方法总结	(127)
注意事项总结	(128)
解题方法指导	(129)
本章综合检测题	(134)
本章综合检测题解答	(136)
第十三章 函数及其图象	(138)
本章教材分析	(138)
13.1 平面直角坐标系	(138)
学习目标要求	(138)
中考要求及命题方向	(138)
重点、难点	(139)
知识点讲解	(139)
典例剖析	(140)
疑难问题举例	(144)
错解点击	(146)
本节小结	(146)
同步测试	(147)
同步测试解答	(150)
13.2 函 数	(153)
学习目标要求	(153)
中考要求及命题方向	(154)

重点、难点	(154)
知识点讲解	(154)
典例剖析	(155)
疑难问题举例	(158)
错解点击	(160)
本节小结	(161)
同步测试	(161)
同步测试解答	(164)
13.3 函数的图象	(167)
学习目标要求	(167)
中考要求及命题方向	(167)
重点、难点	(167)
知识点讲解	(167)
典例剖析	(168)
疑难问题举例	(171)
错解点击	(173)
本节小结	(173)
同步测试	(174)
同步测试解答	(176)
13.4 一次函数	(178)
学习目标要求	(178)
中考要求及命题方向	(178)
重点、难点	(178)
知识点讲解	(179)
典例剖析	(179)
疑难问题举例	(181)
错解点击	(185)
本节小结	(185)
同步测试	(185)
同步测试解答	(188)
13.5 一次函数的图象和性质	(190)
学习目标要求	(190)
中考要求及命题方向	(190)
重点、难点	(191)
知识点讲解	(191)
典例剖析	(193)
疑难问题举例	(200)

	错解点击	(206)
	本节小结	(208)
	同步测试	(208)
	同步测试解答	(212)
13.6	二次函数 $y=ax^2$ 的图象	(218)
	学习目标要求	(218)
	中考要求及命题方向	(219)
	重点、难点	(219)
	知识点讲解	(219)
	典例剖析	(220)
	疑难问题举例	(223)
	错解点击	(225)
	本节小结	(226)
	同步测试	(226)
	同步测试解答	(228)
13.7	二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象	(231)
	学习目标要求	(231)
	中考要求及命题方向	(231)
	重点、难点	(231)
	知识点讲解	(231)
	典例剖析	(235)
	疑难问题举例	(244)
	错解点击	(248)
	本节小结	(250)
	同步测试	(251)
	同步测试解答	(256)
13.8	反比例函数及其图象	(262)
	学习目标要求	(262)
	中考要求及命题方向	(262)
	重点、难点	(262)
	知识点讲解	(263)
	典例剖析	(264)
	疑难问题举例	(268)
	错解点击	(271)
	本节小结	(271)
	同步测试	(272)
	同步测试解答	(276)

本章专题总结	(280)
知识结构总结	(281)
四种常见函数的图象和性质总结	(281)
思想方法总结	(282)
注意事项总结	(283)
解题方法指导	(283)
阅读小资料	(298)
本章综合检测题	(299)
本章综合检测题解答	(303)
 第十四章 统计初步	(304)
本章教材分析	(304)
14.1 平均数	(304)
学习目标要求	(304)
中考要求及命题方向	(304)
重点、难点	(305)
知识点讲解	(305)
典例剖析	(306)
错解点击	(309)
本节小结	(309)
同步测试	(310)
同步测试解答	(312)
14.2 众数与中位数	(313)
学习目标要求	(313)
中考要求及命题方向	(313)
重点、难点	(313)
知识点讲解	(313)
典型剖析	(314)
错解点击	(316)
本节小结	(316)
同步测试	(317)
同步测试解答	(318)
14.3 方差	(320)
学习目标要求	(320)
中考要求及命题方向	(320)
重点、难点	(320)
知识点讲解	(320)

	典例剖析	(322)
	疑难问题举例	(324)
	错解点击	(325)
	本节小结	(326)
	同步测试	(326)
	同步测试解答	(328)
14.4	用计算器求平均数、标准差与方差	(331)
	学习目标要求	(331)
	中考要求及命题方向	(331)
	重点、难点	(331)
	知识点讲解	(331)
	典例剖析	(332)
	本节小结	(333)
	同步测试	(333)
	同步测试解答	(334)
14.5	频率分布	(334)
	学习目标要求	(334)
	中考要求及命题方向	(334)
	重点、难点	(335)
	知识点讲解	(335)
	本节小结	(339)
	同步测试	(340)
	同步测试解答	(343)
14.6	实习作业	(346)
	学习目标要求	(346)
	中考要求及命题方向	(346)
	知识点讲解	(346)
	巩固练习	(348)
	本章专题总结	(348)
	知识结构总结	(349)
	公式总结	(349)
	思想方法总结	(349)
	注意事项总结	(350)
	解题方法指导	(350)
	本章综合检测题	(354)
	本章综合检测题解答	(358)

第十二章 一元二次方程

本章教材分析

本章大体分为三部分：第一部分是有关一元二次方程的基础知识；第二部分是可化为一元二次方程的分式方程和无理方程；第三部分是简单的二元二次方程组，其中主要内容是：一元二次方程的解法及其应用，一元二次方程的根的判别式，根与系数的关系，可化为一元二次方程的分式方程和无理方程的解法，简单的二元二次方程组的解法，以及由这些内容所反映出来的数学思想方法。

本章的重点是：(1)一元二次方程的解法；(2)可化为一元二次方程的分式方程和无理方程的解法；(3)列方程解应用题。

本章的难点是：(1)配方法；(2)列方程解应用题；(3)分式方程和无理方程的增根及验根问题。

学好本章的关键是熟练掌握一元二次方程的解法，特别是公式法。

一元二次方程是中学数学的主要内容，在初中代数中占有重要的地位。本章知识的学习，在整个代数知识的学习中起着承上启下的作用。它既是对已学过的知识——实数、整式、分式、根式和一元一次方程的巩固和加深，又是为今后学习指数、对数、三角方程、不等式、函数等内容奠定基础。

一、一元二次方程

12.1 用公式解一元二次方程

学习目标要求

1. 知道一元二次方程的含义；
2. 初步掌握用直接开平方法解一元二次方程，会用直接开平方法解形如 $(x-a)^2=b(b\geq 0)$ 的方程；
3. 初步掌握用配方法解一元二次方程，会用配方法解数字系数的一元二次方程；

4. 掌握一元二次方程的求根公式的推导,能够运用求根公式解一元二次方程.

中考要求及命题方向

1. 会判定一个方程是不是一元二次方程;
2. 能熟练地将一元二次方程化为一般形式,并准确写出其各项的系数.
3. 会推导一元二次方程的求根公式.
4. 能灵活运用公式解一元二次方程.
5. 方程贯穿于初中数学内容的始终,它与实数运算、代数式的变形、函数等有关内容紧密相关,一元二次方程的知识是中考命题的重点,它贯穿于试卷的低、中、高档题之中,命题形式多种多样,如:填空题、选择题、解答题等等.

重点、难点

重点是理解一元二次方程的概念、化任意的一元二次方程为一般形式以及用公式解一元二次方程;

难点是对一元二次方程的一般式的正确理解及其各项系数的确定以及配方法和求根公式的推导.

知识点讲解

1. 整式方程的概念

方程的两边都是关于未知数的整式,这样的方程叫做整式方程.

注意:这里所说的整式是关于未知数的整式,有些含字母系数的方程,尽管分母中含有字母,但只要分母中不含有未知数,这样的方程仍是整式方程.例如 $x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0 (a \neq 0)$ 就是关于 x 的整式方程.

2. 一元二次方程的概念

定义:只含有一个未知数,并且未知数的最高次数是 2 的整式方程叫做一元二次方程.

由一元二次方程的定义可知,只有同时满足三个条件:①是整式方程;②含有一个未知数;③未知数的最高次数是 2. 这样的方程才是一元二次方程. 否则,不满足其中任何一个条件的方程都不是一元二次方程.

例如:方程 $2x^2 - x - 3 = 0$, $\frac{y}{4} - y^2 = 0$, $t^2 = 0$ 都是一元二次方程,

而方程 $x^3 - x^2 = 1$, $x^2 - 2y - 1 = 0$, $\frac{1}{x^2} - 3 = 0$, $\sqrt{x^2 - 3}x = 2$ 都不是一元二次方程.

3. 一元二次方程的一般形式

一元二次方程的一般形式是: $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$). 它的特征是: 等式左边是一个关于未知数的二次多项式, 等式右边是零. 其中 ax^2 叫做二次项, a 叫做二次项系数; bx 叫做一次项, b 叫做一次项系数; c 叫做常数项.

注意: ①“ $a \neq 0$ ”是一元二次方程一般形式的一个重要组成部分. 因为, 方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 只有当 $a \neq 0$ 时, 才叫做一元二次方程. 例如, 当 $a = 0$, $b \neq 0$ 时, 它就是一元一次方程了. 反之, 如果明确指出方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 是一元二次方程, 那就隐含了 $a \neq 0$ 的条件.

②任何一个一元二次方程, 经过整理, 都可以化成一般形式.

4. 不完全的一元二次方程

我们把缺一次项或常数项的一元二次方程称为不完全的一元二次方程. 一元二次方程可分类如下:

一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$)	$\left\{ \begin{array}{l} \text{完全的一元} \\ \text{二次方程} \end{array} \right.$	$ax^2 + bx + c = 0 \quad (b \neq 0, c \neq 0)$
	$\left\{ \begin{array}{l} \text{不完全的一元} \\ \text{二次方程} \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} ax^2 + c = 0 \\ \quad \quad \quad (\text{缺一次项}, b = 0, c \neq 0) \\ ax^2 + bx = 0 \\ \quad \quad \quad (\text{缺常数项}, b \neq 0, c = 0) \\ ax^2 = 0 \\ \quad \quad \quad (\text{缺一次项和常数项}, b = 0, c = 0) \end{array} \right.$

注意: 一元二次方程的概念中“只含有一个未知数, 并且未知数的最高次数是 2”这句话是对化成一般形式之后的方程而言的, 例如, 方程 $2x^2 + 2x - 1 = 2x^2$, 移项、合并同类项得 $2x - 1 = 0$, 它是一元一次方程, 而不是一元二次方程.

典例剖析

例 1 方程 $(m-5)(m-3)x^{m-2} + (m-3)x + 5 = 0$

(1) m 为何值时, 此方程为一元二次方程.

(2) m 为何值时, 此方程为一元一次方程.

分析: 形如 $ax^n + bx + c = 0$ 的方程, 当 $n = 2$ 且 $a \neq 0$ 时为一元二次方程; 当 $a = 0$ 且 $b \neq 0$ 时为一元一次方程.

解: (1) 当 $m - 2 = 2$ 时 $m = 4$, 这时 $(m-5)(m-3) \neq 0$

$\therefore$ 当 $m = 4$ 时, 此方程为一元二次方程.

(2) 当 $(m-5)(m-3)=0$, $m-2>0$, $m-2$ 为自然数, 且 $m-3 \neq 0$ 时, 方程为一元一次方程.

由 $(m-5)(m-3)=0$ 得 $m=5$ 或 $m=3$, 又因为 $m \neq 3$

$\therefore$ 当 $m=5$ 时, 此方程为一元一次方程.

例 2 判断下列方程, 是一元二次方程的在题后的括号内打“ $\checkmark$ ”, 不是一元二次的在题后括号内打“ $\times$ ”.

A. $(x+2)(x-2)=(x+1)^2$ ()

B. $3x^2 + \frac{x}{4} - 3 = 0$ ()

C. $x^3 - 2x^2 - 5 = 0$ ()

D. $3x^2 - \frac{4}{x} + 6 = 0$ ()

分析: A 经过整理后化为 $2x+5=0$, 它是一元一次方程, 不是一元二次方程.

B 是整式方程, 只有一个未知数, 并且未知数的最高次数为 2, 这是一元二次方程.

C 的未知数的最高次为 3, 不是二次方程.

D 不是整式方程, 也就不是一元二次方程.

解: A($\times$), B($\checkmark$), C($\times$), D($\times$).

例 3 在下列方程中, 一定是关于 x 的一元二次方程的为 ()

A. $ax^2 + bx + c = 0$

B. $k^2x + 5k + 6 = 0$

C. $\frac{\sqrt{3}}{3}x^3 - \frac{\sqrt{2}}{4}x - \frac{1}{2} = 0$

D. $(m^2+3)x^2 + \sqrt{3}x - 2 = 0$

分析: 所谓“关于 x 的方程”, 就是指方程中只有 x 是未知数, 而其它字母都是字母系数, 可看作已知数. 根据一元二次方程的定义或一般形式分析可知: A 不一定是一元二次方程, 因为 $a=0$ 时, 它不是一元二次方程; B 中未知数最高次数为 1, B 不是一元二次方程; C 中未知数最高次数为 3, C 也不是; D 符合一元二次方程的一般形式特点, 且二次项系数 m^2+3 一定不等于零, 所以 D 是一元二次方程.

解: 选择 D.

说明: 一元二次方程必须具备三个条件, 缺一不可. 在判断一个方程是否为一元二次方程时, 应先进行整理, 化为一般形式的方程后再进行判断.

例 4 写出一元二次方程 $(1-3x)(x+3)=2x^2+1$ 中的二次项系数, 一次项系数及常数项.

分析: 要确定二次项系数, 一次项系数和常数项, 必须先把一元二次方程化为一般形式. 因为各项名称都是在方程为一般形式的前提下定义的.

解:去括号,得 $x-3x^2+3-9x=2x^2+1$

移项、合并同类项,得方程的一般形式:

$$5x^2+8x-2=0$$

方程的二次项系数是5,一次项系数是8,常数项是-2.

说明:①不要漏写各项系数的符号,如方程 $5x^2+8x-2=0$ 中,常数项是-2,而不是2;②如果一般形式中二次项系数是负数,可以把方程两边都乘以-1,使二次项系数变为正数.这样做,对以后将要学习的解一元二次方程有利,能够减少计算上的错误.

例5 若 $px^2-3x+p^2-p=0$ 是关于 x 的一元二次方程,则 ()

A. $p \neq 1$

B. $p \neq 0$ 且 $p \neq 1$

C. $p \neq 0$

D. p 为一切实数

分析与解:观察方程 $px^2-3x+p^2-p=0$,已经满足两个条件:①是关于 x 的整式方程;②方程中含有一个未知数(就是 x),若想让它满足一元二次方程定义中的第三个条件,未知数的最高次数是2,只需二次项系数 $p \neq 0$ 即可,故选 C.

例6 方程 $2(x+2)+8=3x(x-1)$ 的一般式是_____,二次项系数是_____,一次项是_____,常数项是_____.

分析:因为所给方程不是一般形式,所以应先去括号、移项、合并同类项,将方程化为一元二次方程的一般形式,然后再作答.

解:将原方程整理成一般式为: $3x^2-5x-12=0$.

二次项系数为3,一次项为-5x,常数项为-12.

说明:(1)要写出一元二次方程各项的系数,需先将方程化为一元二次方程的一般形式;

(2)如果一元二次方程的一般形式中二次项系数是负数,应在方程两边都乘以-1,使二次项系数变为正数.

(3)写常数项及一次项时要注意带上此项前面的“-”号.

疑难问题举例

例7 已知关于 x 的方程 $mx(x+2)=x^2-m-3$ 是一元二次方程.

(1)求 m 的取值范围.(2)写出方程的二次项系数、一次项系数及常数项.

分析:应先把方程化为一元二次方程的一般形式.

解:去括号,整理得: $(m-1)x^2+2mx+(m+3)=0$

(1)当 $m \neq 1$ 时,此方程是一元二次方程.