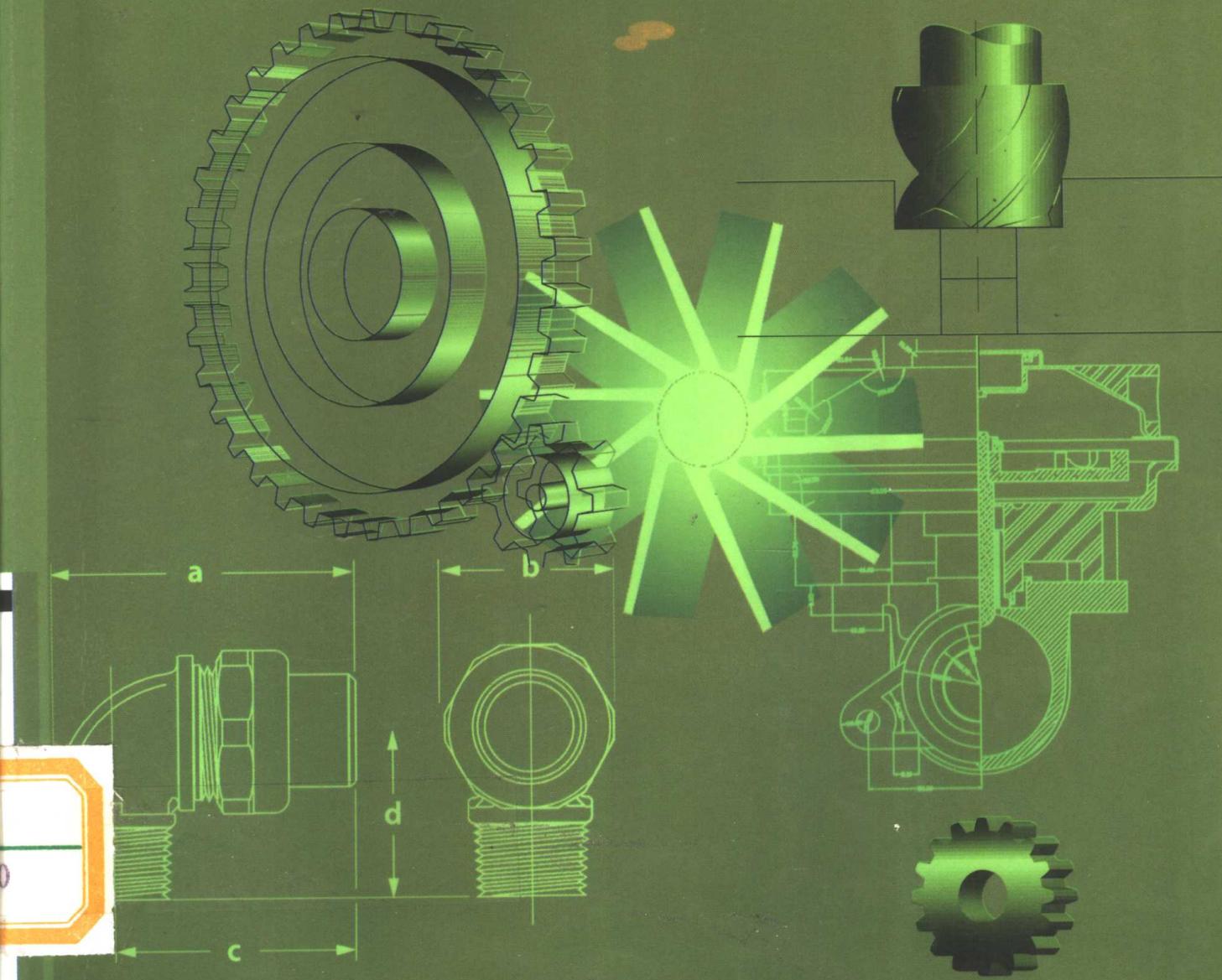


普通高等教育机电类规划教材

# 理论力学学习指导

顾乡 赵晴 主编



普通高等教育机电类规划教材

# 理论力学学习指导

主编 顾 乡 赵 晴  
参编 诸伟新 李成玉  
主审 吴文龙



机械工业出版社

为了帮助广大学生掌握理论力学理论，提高分析问题、解决问题的能力，根据长期教学工作中积累的经验，编写了本书。

本书和普通高等教育机电类规划教材《理论力学》配套。全书共分十五章，包括静力学、运动学、动力学三部分。每章分为目的要求、内容提要、解题示范与指导、思考讨论题五部分。最后还给出了四套模拟试卷。本书的特点是，内容归纳简明扼要，突出重点、难点，例题量大，题型全面，分析时注意理清解题思路。

本书采用最新国家标准和法定计量单位。

本书可作为普通高等学校机械工程类专业的教材或教学参考书，也可作为电大、函授、自考学生的学习参考书。

#### 图书在版编目 (CIP) 数据

理论力学学习指导/顾乡，赵晴主编. —北京：机械工业出版社，2001.8

ISBN 7-111-09246-5

I. 理… II. ①顾… ②赵… III. 理论力学-高等  
学校-教学参考资料 N. 031

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2001) 第 058090 号

机械工业出版社 (北京市百万庄大街 22 号 邮政编码 100037)

责任编辑：高文龙 版式设计：冉晓华 责任校对：姚培新

封面设计：姚毅 责任印制：郭景龙

北京嘉华印刷厂印刷 新华书店北京发行所发行

2001 年 10 月第 1 版 · 第 1 次印刷

1000mm×1400mm B5 · 9.625 印张 · 370 千字

0 001—4 000 册

定价：24.00 元

凡购本书，如有缺页、倒页、脱页，由本社发行部调换

本社购书热线电话 (010) 68993821、68326677-2527

## 普通高等教育机电类规划教材编审委员会

主任委员：邱坤荣

副主任委员：黄鹤汀

左健民 高文龙

王晓天 蔡慧官

秘书：周骥平

委员：（排名不分先后）

沈世德 周骥平

徐文宽 唐国兴

韩雪清 戴国洪

李纪明 吴建华

鲁屏宇 王 钧

赵连生

# 序

人类满怀激情刚刚跨入充满机遇与挑战的 21 世纪。这个世纪是经济全球化、科技创新国际化的世纪，是新经济占主导地位的世纪，是科学技术突飞猛进、不断取得新突破的世纪。这个世纪对高等教育办学理念、体制、模式、机制和人才培养等各个方面都提出了全新的要求，培养的人才必须具备新思想新观念、不断创新、善于经营和开拓市场、有团队精神等素质。

机械高等工程教育是我国高等教育的重要组成部分，21 世纪对它的挑战同样也是严峻的。随着现代科学技术的迅猛发展，特别是微电子技术、信息技术的发展，它们与机械技术紧密结合，从而形成传统制造技术、信息技术、自动化技术、现代管理技术等相交融、渗透的先进制造技术，使制造业和制造技术的内涵发生了深刻的变化。面向 21 世纪的机械制造业正从以机器为特征的传统技术时代迈向以信息为特征的系统技术时代。制造技术继续沿着 20 世纪 90 年代展开的道路前进。制造技术和自动化水平的高低已成为一个国家或地区经济发展水平的重要标志。而目前我国的制造技术与国际先进水平还有较大差距，亟需形成我国独立自主的现代制造技术体系。面对这一深刻的变化和严峻的形势，我们必须认真转变教育思想，坚持以邓小平同志提出的“三个面向”和江泽民同志提出的“四个统一”为指导，以持续发展为主题，以结构优化升级为主线，以改革开放为动力，以全面推进素质教育和改革人才培养模式为重点，以构建新的教学内容和课程体系、深化方法和手段改革为核心，努力培养素质高、应用能力强、富有创新精神和特色的应用性的复合型人才。

基于上述时代背景和要求，由国家机械工业局教编室、机械工业出版社、江苏省教育厅（原江苏省教委）、江苏省以及部分省外高等工科院校成立了教材编审委员会，并组织编写了机械工程及自动化专业四个系列成套教材首批 31 本，作为向新世纪的献礼。

这套教材力求具有以下特点：

- (1) 科学定位。本套教材主要用于应用性本科人才的培养。
- (2) 强调实际、实践、实用，体现“浅、宽、精、新、用”。所谓“浅”，就是要深浅适度；所谓“宽”，就是知识面要宽些；所谓“精”，就是要少而精，不繁琐；所谓“新”，就是要跟踪应用学科前沿，跟踪技术前沿，推陈出新，反映时代要求，反映新理论、新思想、新材料、新技术、新工艺；所谓“用”，就是要理论联系实际，学以致用。



(3) 强调特色。就是要体现一般工科院校的特点、特色，符合一般工科院校的实际教学要求，不盲目追求教材的系统性和完整性。

(4) 以学生为本。本套教材尽量体现以学生为本、以学生为中心的教育思想，不为教而教，要有利于培养学生自学能力和扩展、发展知识能力，为学生今后持续创造性学习打好基础。

当然，本套教材尽管主观上想以新思想、新体系、新面孔出现在读者面前，但由于是一种新的探索以及其它可能尚未认识到的因素，难免有这样那样的缺点甚至错误，敬请广大教师和学生以及其它读者不吝赐教，以便再版时修正和完善。

本套教材的编审和出版得到了国家机械工业局教编室、机械工业出版社、江苏省教育厅以及各主审、主编和参编学校的大力支持和配合，在此，一并表示衷心感谢。

普通高等教育机械工程及自动化专业机电类规划教材编审委员会

主任 邱坤荣

2001年元月于南京

## 前　　言

理论力学是高等工科院校一门理论性较强的技术基础课。理论力学课程具有理论性强、逻辑严谨、解题灵活的特点。为了帮助广大学生（包含自考、函授生）掌握本门课程的理论，提高分析问题解决问题的能力，前两年，我们总结了多年教学经验，曾编写过《理论力学自学指导》一书。

这次，江苏省机电类高等教育规划教材编审委员会组织编写规划教材，顾乡、赵晴对《理论力学自学指导》（由张扬健主编，赵晴、顾乡参编）进行了改编，与规划教材中的《理论力学》配套出版。编写时保留了原教材的风格，对照机械类本科教学大纲，增减了一些内容。赵晴编写了第一章、第二章、第七章、第十章、第十一章、第十二章、第十五章以及模拟试卷；顾乡编写了第三章、第四章、第五章、第六章、第八章、第九章、第十三章、第十四章；诸伟新、李成玉参加了本书的编写工作。

全书由南京航空航天大学吴文龙教授主审。

本书可作为高等学校机电工程专业学生的教学参考书，亦可为广大自考生、函授生及职大、电大学生的学习指导书。为了方便机械类自考生学习，对自考生不作要求的内容打了“\*”记号。

在原书编写的过程中，江苏省自学考试办公室的有关领导和专家给予了大力的支持和帮助；在本书编写的过程中，得到了黄鹤汀教授、张扬健副教授的帮助和指点，在此，表示深深的谢意。

由于我们的水平有限，书中难免有不妥或错误之处，欢迎广大读者和教师批评指正。

# 目 录

序	
前言	
<b>静力学</b>	<b>1</b>
第一章 静力学基础和物体的受力分析	1
第二章 平面力系	15
第三章 空间力系	47
第四章 虚位移原理	71
<b>运动学</b>	<b>91</b>
第五章 点的运动学	91
第六章 刚体的基本运动	108
第七章 点的复合运动	122
第八章 刚体的平面运动	141
<b>动力学</b>	<b>158</b>
第九章 质点动力学	158
第十章 动量定理	177
第十一章 动量矩定理	192
第十二章 动能定理	208
第十三章 达朗伯原理	234
第十四章 机械振动基础	252
第十五章 拉格朗日方程	263
<b>理论力学自测试卷 (120分钟)</b>	<b>272</b>
第(Ⅰ)套试卷	272
第(Ⅱ)套试卷	277
第(Ⅲ)套试卷	282
第(N)套试卷	287
<b>试卷答案</b>	<b>293</b>
<b>参考文献</b>	<b>297</b>

# 静 力 学

静力学是研究物体在力系作用下平衡的一般规律的学科。或者说，是研究物体平衡时作用于物体上的力所应满足的条件的学科。

静力学有三个贯穿全过程的基本任务：

1) 对物体进行受力分析，正确地画出受力图。这是解决静力学问题的重要基础和基本技能，一定要严格按照要求和规定，熟练地去掌握基本的物体受力分析方法。

2) 进行力系的简化（合成），讨论如何用简单力系去替代复杂力系。按照力系作用线的各种分布情况，由特殊到一般地对各种力系的合成或简化进行讨论。力系简化的理论和方法，不仅是静力学，而且也是动力学的基础。

3) 寻找力系的平衡条件，并熟练地应用这些条件。由特殊到一般，逐步深入地讨论各种力系的平衡条件和平衡方程。着重讨论如何应用平衡方程去解决具体的静力学问题。

解决静力学问题有一套科学的、规范的方法，要下功夫进行严格的、一定数量的习题训练，才能很好地掌握它。

## 第一章 静力学基础和物体的受力分析

### 目的 要 求

学完本章后，应能正确理解静力学的基本概念和静力学公理；掌握约束的性质和类型；熟练掌握物体受力分析的方法，正确画出研究对象的分离体受力图。

### 内 容 提 要

#### 一、静力学的基本概念

##### 1. 刚体的概念

刚体是指在任何受力的情况下，其形状和大小都不改变的物体。或者说，是指在受力情况下，其内部任意两点间的距离始终保持不变的物体。实际物体在力的作用下都会产生不同程度的变形，刚体是为了研究问题的简便，略去次要的微小变形，而建立的一种理想化的力学模型。静力学的研究对象只限于刚体，故又

称为刚体静力学，它是研究变形体力学的基础。

### 2. 平衡的概念

所谓物体的平衡，是指物体相对惯性参考系处于静止或作匀速直线运动状态。平衡是物体运动的一种特殊形式。

### 3. 力的概念

1) 力是物体间的相互机械作用。它使物体的运动状态发生变化，同时还引起物体的变形。力使物体运动状态发生变化的效应，称为力的外效应（或运动效应）；而力引起物体变形的效应，称为力的内效应（或变形效应）。理论力学只研究力的外效应（或运动效应）。

力的三要素是指力的大小、方向和作用点。作用于物体上的力是矢量，是定位矢量。而作用在刚体上的力的三要素为力的大小、方向和作用线，所以刚体上的力是滑动矢量。

2) 力系是指作用在同一研究对象上的一群力或一组力。所谓研究对象，可以是单个物体、物体系统（简称为物系）、物系中的某个指定物体或几个物体。

两个力系分别作用在同一研究对象上，若它们的外效应相同，则将这两个力系互称为等效力系。力系的简化是指用一个简单力系去等效替代一个复杂力系的过程。合力就是与力系等效的一个力。

3) 集中力与分布力。集中力是指作用范围极小，以至可认为作用在一个点上的力。如图 1-1 中点 C 所作用的力  $F$ 。分布力是指按一定的规律作用于物体上的力。图 1-2a 表示梁 AB 上作用一个均布载荷， $q_1$  称为载荷集度，为单位长度上所受的力。而图 1-2b 表示在梁 AB 上作用一个线性载荷， $q_2$  为最大载荷集度。

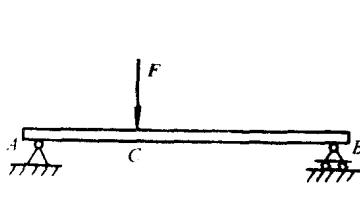


图 1-1

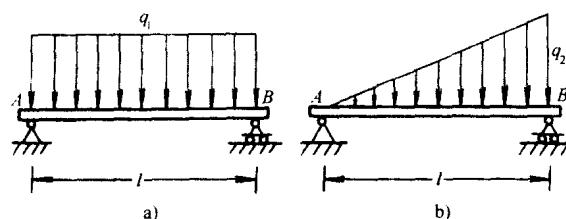


图 1-2

4) 力在直角坐标轴上的投影与力沿直角坐标轴的分解。力在某轴上的投影等于力的大小乘以力与该轴正向夹角的余弦，是一个代数量。当力与轴间夹角为锐角时，其值为正；当夹角为钝角时，其值为负（如图 1-3 所示）。

$$F_x = F \cos \alpha$$

$$F_y = F \cos \beta$$

力沿直角坐标轴的正交分解的分力为  $F_x$ 、 $F_y$ ，是矢量，是力的分作用。在直

角坐标中，分力的大小与力的投影大小相等（如图 1-3 所示）。

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}_x + \mathbf{F}_y = F_x \mathbf{i} + F_y \mathbf{j}$$

式中  $\mathbf{i}, \mathbf{j}$  分别为  $x, y$  轴的单位矢量。

在斜坐标中，力在轴上的投影与沿该轴的分力大小不同。如图 1-4 所示。

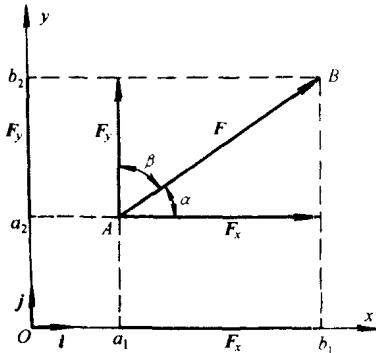


图 1-3

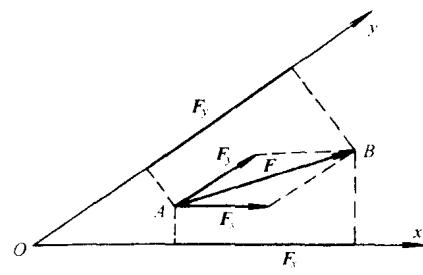


图 1-4

**注意：**求力的投影时，过力的起点、终点向投影轴作垂线；求分力时，以力矢为对角线按给定的方向作平行四边形，即求分力是作给定的方向的平行线。

#### 4. 力对点之矩的概念

如图 1-5 所示，力对点之矩（简称力矩）反映了力对刚体绕某点（称为矩心）转动的效果。这种转动效应取决于力对点之矩的三要素。即力对点之矩的大小，在由力矢  $\mathbf{F}$  和矩心  $O$  组成的力矩作用面内的转向，作用面的空间方位。力对点之矩的三要素可用一个矢量表示，该矢量称为力对点之矩矢。

$$\mathbf{M}_O(\mathbf{F}) = \mathbf{r} \times \mathbf{F}$$

矢积的模  $|\mathbf{r} \times \mathbf{F}|$  等于力  $\mathbf{F}$  对点  $O$  之矩的大小，其指向与力矩的转向符合右手法则。

在平面力系中，各力的力矩作用面相同。力对点之矩在作用面内的转向有两种，规定逆时针转为正，顺时针转为负。力矩可用代数量表示

$$M_O(\mathbf{F}) = \pm Fh$$

式中， $h$  为矩心  $O$  至力的作用线的垂直距离，称为力臂。

#### 5. 力偶的概念

力偶是由两个大小相等、方向相反、作用线不重合的平行力组成的力系，记

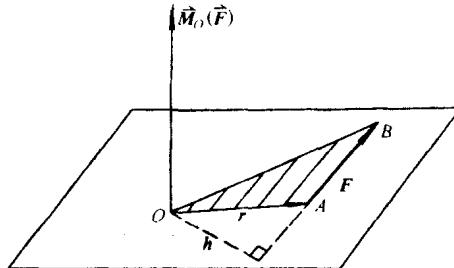


图 1-5

为  $(F, F')$ 。如图 1-6a 所示。力偶对刚体产生转动效应。

力偶的三要素是力偶矩的大小、力偶在其作用面内的转向、力偶作用面的空间方位。力偶的大小是力偶对刚体产生转动效应大小的量度，用力偶矩  $M$  表示。力偶矩等于力偶中的一个力  $F$  的大小与力偶臂  $d$  的乘积，即  $M=Fd$ 。力偶在作用面内的转向有两种，规定逆时针转为正，顺时针转为负。力偶作用面的空间方位，即力偶中两个力所决定的平面的空间方位。力偶的三要素可用一个矢量表示，该矢量称为力偶矩矢。其大小即为矢量的模，转向用右手法则确定，作用面垂直于力偶矩矢。如图 1-6c 所示。

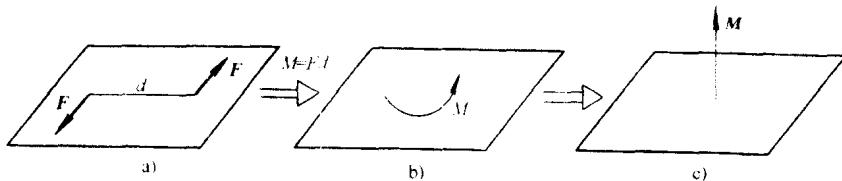


图 1-6

在平面力偶系中，各力偶作用面相同。可用代数量表示力偶

$$M=\pm Fd$$

力偶的性质是：

1) 力偶无合力，即力偶不能与一个力等效，也不能与一个力平衡。力偶只能与力偶相平衡，力偶只能与力偶等效。

力偶中两力在任意轴上的投影之和等于零。

力偶中的两个力对任意点之矩矢，等于力偶矩矢。

2) 平面力偶的等效条件是它们的力偶矩相等。只要保持力偶矩的大小和转向不变，力偶可在其作用面内移转至任意位置，在移转中还可同时改变力的大小和力偶臂的长短，而不改变力偶对刚体的作用。

3) 空间力偶的等效条件是它们的力偶矩矢相等。只要保持力偶矩的大小和转向不变，力偶可移至与其作用面相平行的任一平面，而不改变力偶对刚体的作用。

**注意：**力偶与力矩的区别是：力偶是自由矢量（即可以沿作用线移动和平行于作用线移动的矢量）；力矩是定位矢量，定位于矩心，与矩心的位置有关。所以力偶矩不标矩心，而力矩一定要标明矩心。力偶是一个基本的力学量，力矩只是使物体绕某点转动的效应的量度。

## 二、静力学公理

### 公理 1 力的平行四边形法则

作用于物体上同一点的两个力，可以合成为一个合力。合力的作用点仍作用

于同一点，合力的大小和方向，由这两个力为边构成的平行四边形的对角线确定。即合力等于这两个分力的矢量和或几何和。

### 公理 2 二力平衡条件

作用于刚体上两个力平衡的必要和充分条件是：这两个力大小相等，方向相反，并在同一直线上。

二力构件是指只受两个力作用而平衡的构件。

### 公理 3 加减平衡力系原理

在已知力系上加上或减去任意平衡力系，并不改变原力系对刚体的作用。

#### 推论 1 力的可传性原理

作用于刚体上某点的力，可沿其作用线移至刚体内任意一点，并不改变该力对刚体的作用。

#### 推论 2 三力平衡汇交定理

刚体受不平行三个力作用而平衡时，若其中两个力的作用线汇交于一点，则此三个力必在同一平面内，且第三个力的作用线通过汇交点。

### 公理 4 作用与反作用定律

两个物体间的作用与反作用力总是同时存在、它们的大小相等，方向相反，沿同一直线、分别作用于两个相互作用的物体上。

### 公理 5 刚化原理

变形体在某力系作用下处于平衡，如将此变形体刚化为刚体，则其平衡状态保持不变。

## 三、约束与约束反力

自由体是指位移不受限制的物体。非自由体是指位移受到某种限制的物体。

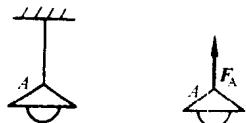
约束是指对非自由体的某些位移起限制作用的周围物体。

约束反力（简称为反力）是指约束对非自由体所施加的反作用力。约束反力是一种未知的被动力，它的大小和方向取决于主动动力的作用情况。约束反力的方向总是与约束所能阻碍的运动方向相反。

## 四、常见的约束类型及其相应的约束反力

常见的约束类型及其相应的约束反力如表 1-1 所示。

表 1-1 常见的约束类型及其约束反力

类型	约束图示及反力图示 (主动力未画出)	约 束 反 力		
		作用线的方位	指 向	未 知 量 数
柔索		过连接点，沿柔索	背离被约束物体 (拉力)	1

(续)

类型	约束图示及反力图示 (主动力未画出)	约束反力		
		作用线的方位	指向	未知量数
柔索		沿柔索	背离被约束物体 (拉力)	1
光滑接触面		沿接触点的公法线	指向被约束物体 (压力)	1
光滑圆柱形铰链及径向轴承		过铰链或轴承中心, 方位待定 常分解成两个相互垂直的分力	一般先假设沿两坐标轴的正向	2
辊轴支座或可动支座		过铰链中心, 沿支承面的法线	指向待定, 一般先假设指向被约束物体	1
球形铰链支座及推力轴承		过球铰链中心及推力轴承接触处, 方位待定 常分解成三个相互垂直的分力	一般先假设沿三个坐标轴的正向	3

(续)

类型	约束图示及反力图示 (主动力未画出)	约束反力		
		作用线的方位	指 向	未知量数
二力构件		沿两受力点的连线	指向待定，可先假设一指向	1
固定插入端支座		力偶在力系平面内，力过简化中心，常分解成二个相互垂直的分力	指向待定，一般假设为两个沿坐标轴正向的分力和一个正向的反力偶	3

## 五、分离体与受力图

分离体就是把周围所有约束假想地予以解除，而分离出来的研究对象。

受力图是在分离体上画出所有主动力与约束反力的简明图形。

## 解题示范与指导

### 一、画受力图的步骤

- 1) 根据题意的要求，选取适当的研究对象，画出该研究对象的分离体简图。
- 2) 在分离体相应的受力位置上画出所有的主动力（集中力、分布力、主动动力偶等）。
- 3) 按照各处约束类型的性质，分别画出约束反力。

### 二、画受力图时应注意的事项

- 1) 分离体即研究对象，应根据题目的要求选取，可以取单个物体，也可以取几个物体组成的系统。取分离体时，应单独画出研究对象的轮廓简图。分离体应尽可能按题图中的比例和相对位置来画。每取一个研究对象，就应画一张分离体受力图，不要把几个研究对象的受力图画在同一张图上。受力图中各力的作用点应标注清楚，各力均应标注相应的字母符号。主动力的符号应与已知条件一致，约束反力的符号应反映约束的性质，如光滑接触面的法向反力用  $F_N$  表示等；符号还应反映力的作用点位置，如点 A 的作用力用  $F_A$  表示；作用力和反作用力应使用同一个字母，对其中之一加撇以示区别，如点 B 的作用力与反作用力用  $F_B$  与  $F'_B$  表示等。各力矢应指向受力点或从受力点向外画，切不可随意画。

- 2) 在研究对象上解除约束的地方，逐一画出约束反力。约束反力作用线的方位、指向、有几个分量等，一定要根据约束类型的性质来画，切不可凭主观臆断。

如果物体系统中有二力构件，其力作用线的方位必沿两个受力点的连线。如果系统中有纯力偶作用的构件，则应根据力偶只能与力偶相平衡的性质，来画出受力点的反力。

3) 不画无来源的力，不多画或少画力。受力图上一律只画研究对象所受的外力，内力不画出，因为内力总是成对地出现且相互平衡。当整个物体系统拆成部分构件时，原来的内力这时转化为外力，应画出。

同一系统各研究对象的受力图必须遵循整体与局部相一致的原则，相互协调，不能自相矛盾。如在整体受力图上已假设了或确定了方向或指向的约束反力，在局部与单个物体的受力图上，其相应处的约束反力的方向、指向与力的符号均要与整体图上一致。

4) 把相邻的构件拆开时，要搞清楚作用与反作用的关系。当其中一个作用力的方向确定了，则相应的反作用力必须与之共线且反向。作用力与反作用力的方向相反，在图中直接画出，作用线相同可用平行线画出，而大小相等则要用等式表示。

5) 画受力图时一般应从有主动力的构件画起。若系统中有二力构件，则应先从二力构件画起，因为二力构件的约束反力作用线的方位是确定的。

6) 受力图画得是否正确，可以自己进行检查，检查的方法如下：

首先检查各处的主动力是否有遗漏，接着检查各处的约束反力是否符合约束的类型和性质，再检查作用力与反作用力是否成对地出现，最后将原先拆开的构件逐个加以合并，这样内力会完全消失，呈现出整个系统原先的受力情况。如果发现有不符合处，一定是出现了错误。

### 三、例题分析

**例 1-1** 试画出图 1-7a 中杆 AB 的受力图。

**解** 1) 此题为单个物体的受力分析问题，研究对象就是杆 AB。将杆 AB 在 A、B 处的约束解除，画出其分离体如图 1-7b 所示。

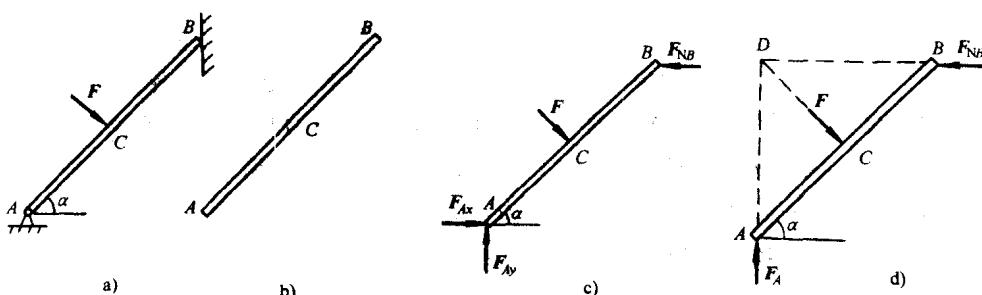


图 1-7

2) 在分离体 AB 上的点 C 处画出主动力  $F$ , 并标注力的符号  $F$ , 如图 1-7c 所示。

由于 A 处为固定支座, 其约束反力的大小、方向均为未知, 可用两个相互垂直的未知反力  $F_{Ax}$  和  $F_{Ay}$  来表示。B 处为光滑接触面约束, 其约束反力的方向应沿接触面的公法线指向分离体 AB, 即为图示的  $F_{Nb}$ , 水平向左, 指向杆 AB 的 B 点。如图 1-7c 所示。

本题还有另一种画受力图的方法, 如图 1-7d 所示。将力  $F_{Nb}$  的作用线与力  $F$  的作用线交于一点 D, 然后根据三力平衡汇交定理, 连接 AD, 力  $F_A$  的作用线沿 AD。

**注意:** 本题可能错画为如图 1-8a、b 所示的情况。

造成如图 1-8a 所示错误的原因是画受力图时未根据各处的约束类型的性质来画, 而是完全凭主观臆断。因为在杆 AB 的 C 处作用一个力  $F$ , 所以在点 A 和点 B 处一定有力和它平衡, 所以就画出了如图 1-8a 所示的主观想象中的平衡受力图。

造成图 1-8b 中点 A 处约束反力画错的原因, 是对什么是二力构件分不清, 一看到直杆, 就认为受力一定沿杆件方向。杆 AB 是二力杆件吗? 当然不是, 因为它有三个受力点。

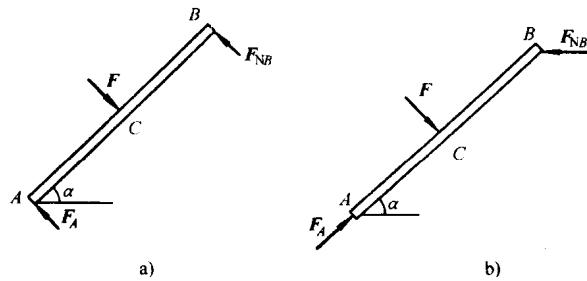


图 1-8

所以, 要正确地画出受力图, 只能按约束本身的性质去画。

**例 1-2** 试画出如图 1-9a 中直角曲杆 BC 的受力图。

**解** 1) 先应从整体考察。系统由两部分组成, 其中曲杆 AB 只在点 A 和点 B 处受力而平衡, 故为二力构件。应先画出曲杆 AB 的受力图。假设曲杆 AB 受拉, 其受力图如图 1-9b 所示。

2) 画出直角曲杆 BC 的轮廓图, 并加上力偶矩为  $M$  的主动力偶。直角曲杆 BC 的 B 处和曲杆 AB 的 B 处之间是作用与反作用关系, 应按照作用力与反作用力的画法画出。由于直角曲杆 BC 上只受一个力偶作用, 且只有两个受力点而平

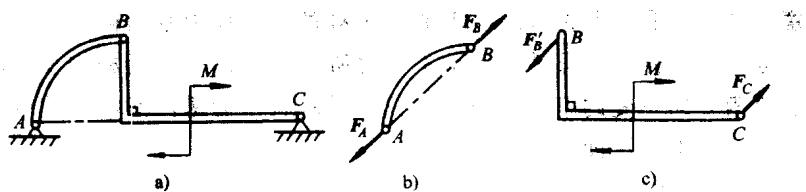


图 1-9