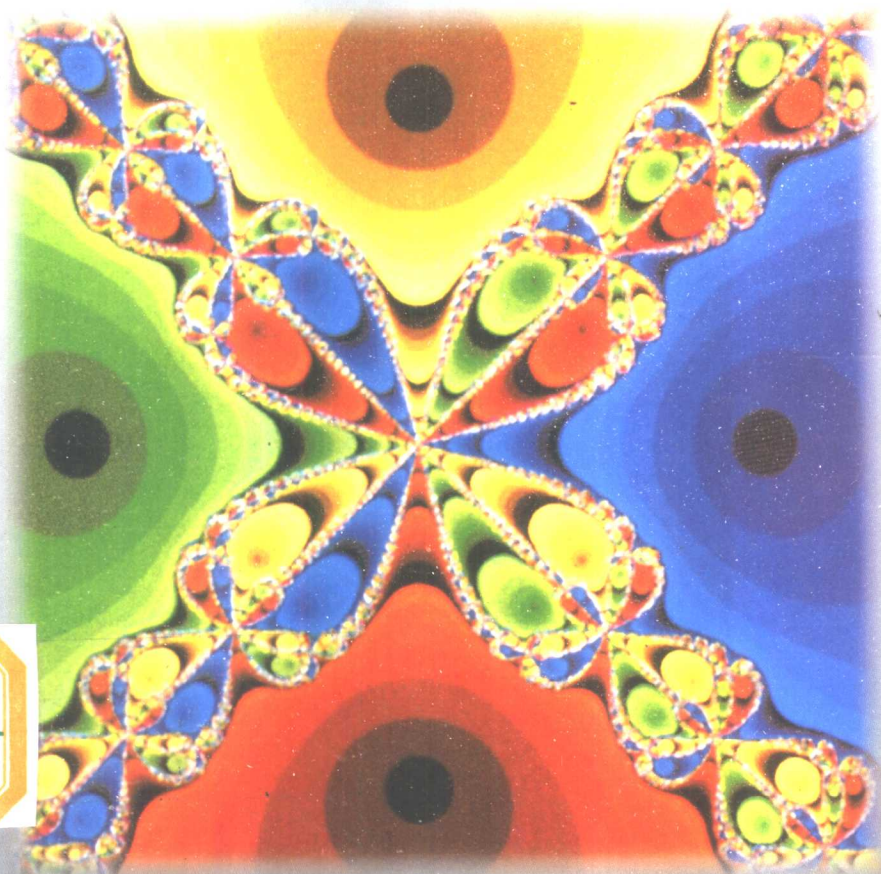


混沌学导论

吴祥兴 陈忠 等编著



4.22

9

上海科学技术文献出版社

混沌学导论

吴祥兴 陈 忠 等编著

上海科学技术文献出版社

责任编辑：杨浩明

封面设计：何永平

混沌学导论

吴祥兴 陈 忠 等编著

*

上海科学技术文献出版社出版发行

(上海市武康路2号 邮政编码 200031)

全国新华书店经销

上海科技文献出版社昆山联营厂印刷

*

开本 850×1168 1/32 印张 8.75 字数 235 000

1996年11月第1版 2001年1月第3次印刷

印数：3 001—6 100

ISBN 7-5439-0991-X/O · 111

定 价：18.50 元

序

混沌学的研究,自本世纪70年代掀起热潮以来,其触角频频伸向自然和社会的各个学术领域。进入80年代,“混沌”一词尤如“精灵”一般越出了学术界的疆界,在社会和生活领域不断地诱发出阵阵骚动和奇想,启发出解决问题的新思路。整个80年代,丰硕的研究成果界定了明确的研究对象,构筑了系统的理论结构以及制订了较为完整的方法论框架,为创立混沌学新学科奠定了基础。待到90年代,混沌的同步与控制、混沌规律的运用等又取得了突破性的进展。当前,混沌学的研究正以审慎的姿态,踏实地向深度和广度进一步推进。

现今《混沌学导论》一书的出版,恰当其时。此“导论”既是前20余年研究轨迹的勾勒,又是进一步研究方向的启示;既能推动研究队伍的振奋,又能有助于后起之秀的培养。

近年来,在诸多的混沌学论著之中,这部《混沌学导论》有其独到的特色。

一是论述深浅适度,既可作为教科书,也可作为初学者的入门书。对混沌有兴趣而又陌生的读者,甚或其他学科或行业的专家,面对混沌的旋风,既渴望了解,又难“寒窗十年”。《混沌学导论》正适其用,既不过于深邃,又不陷于科普。

二是论述自成体系。《混沌学导论》从学科产生的背景开始,定位于非线性的科学范畴,介绍普遍存在的混沌现象,揭示其内在的规律和定性定量的特征,按其简繁程度有层次地推进,提示热点和前沿,从而构成了一个规正的体系。

三是勇于导向学科研究的前沿。混沌学发展迅速,不断涌现诸多新的成果。《混沌学导论》的作者凭借多年研究的底蕴,勇于向读

者介绍至今尚未成熟的内容,启示学科前沿,引导探索未知,实乃应予创导的风范。

《混沌学导论》的出版,我相信会得到读者的欢迎;同时,我也相信读者的批评和建议同样会得到作者的热情欢迎,共享前进的欢乐。

王浣尘

1996年8月于

上海交通大学

前 言

对混沌现象的理论探索,自本世纪70年代初掀起热潮以来,已经经历了20多个年头,至今仍方兴未艾。混沌学这门新学科,其研究领域的深广,攻关气势之磅礴,振撼着整个学术界。混沌学研究会聚了世界上一大批优秀学者,发表了数以千计的科学论著,吸引了众多的科技工作者和青年学生。

迄今为止,虽然在国内已有多本混沌学的专著、译作问世。但是基于下述思考,我们还是决定将这本《混沌学导论》奉献给读者。其一,混沌研究业已表明,混沌是自然界与人类社会中普遍存在的运动形态,对它的研究无论是对现代科学技术还是社会经济系统都有重大的理论价值和实践意义。为了使初学者对这一领域有一个较为系统的了解,而不至于在茫茫的文献堆中迷失方向,提供一本既非专论,又高于科普的《混沌学导论》是非常必要的;其二,混沌学作为一门极有发展前途的交叉新学科,一些研究生专业甚至有的本科专业已先后开设了有关混沌学的必修和选修课,编写合适的教材或教学参考书已经提到议事日程,这本《混沌学导论》可以作为这方面工作的一个尝试;其三,混沌学目前的研究重心,已转向无限维动力系统混沌、时空混沌以及混沌控制等方面。这种由巨大社会需求和理论探索热情驱使下的高速发展,必须要有较系统的基础理论垫铺,《混沌学导论》可以为攀登者提供一个起步的台阶。有鉴于此,我们编著的这本《混沌学导论》力求体现以下特点及要求:第一,介绍混沌学的主干,精练而不失全面;第二,作为教材或教学参考书,由浅入深,易读而不失严密;第三,既非限于论述某一方面的专门研究成果,也非一般的混沌学资料汇编,而是在精选资料的基础上,根据我们的理解和研究重新组合,构建一个比较科学的叙述新学科的结构体系,体现出“组合即创新”的原则;

第四,对时空混沌和混沌控制等最新进展也作了较详细的介绍,将读者直接引向学科发展的前沿。总之,我们力求使《混沌学导论》能真正起到引导的作用。

《混沌学导论》的编著是由吴祥兴、陈忠拟订编写提纲,撰写人员分工执笔,其中第一章、第七章由上海师范大学吴祥兴执笔;第五章、第六章由上海交通大学陈忠执笔;第二章、第三章由上海师范大学陆剑虹执笔;第四章由上海财经大学章琪执笔。全书由吴祥兴统稿。陆剑虹绘制了大部分插图。

上海交通大学管理学院副院长、系统工程研究所所长、博士生导师王浣尘教授审阅了全部书稿,并为本书作序。

诚然,由于混沌学本身正处在迅速发展中,理论结构尚未成熟,编著者的学识水平又有限,再加上时间仓促,不当之处在所难免,恳请有关专家和广大读者批评指正。

编著者

1996年5月于上海

目 录

序

前言

第一章 引言	(1)
第一节 混沌学的兴起	(1)
第二节 混沌的概念与定义	(11)
第三节 混沌学研究的意义	(17)
第二章 常见的混沌现象	(26)
第一节 自然界中的一般混沌现象	(26)
第二节 凝聚态物理中的混沌现象	(43)
第三节 经济学中的混沌现象	(47)
第三章 混沌的特征和测度	(57)
第一节 混沌的定性特征	(57)
第二节 Lyapurov 指数	(60)
第三节 拓扑熵与测度熵	(66)
第四节 功率谱	(68)
第五节 分形与分维	(72)
第四章 保守系统中的混沌	(84)
第一节 Hamilton 系统	(89)
第二节 KAM 定理	(98)
第三节 整体混沌的发生	(109)
第四节 保守系统中的倍周期分叉	(118)
第五节 Melnikov 方法	(124)
第五章 耗散系统中的混沌	(143)
第一节 耗散系统	(143)
第二节 混沌吸引子	(146)

第三节	分叉与混沌	(167)
第四节	普适性和普适序列	(182)
第六章	时空混沌与量子混沌	(196)
第一节	一维耦合映象格子	(198)
第二节	耦合单峰映象格子模型(CLL)的时空行为	(202)
第三节	时空行为的定量刻划	(209)
第四节	其它几种 CML	(216)
第五节	全程耦合映象	(221)
第六节	交叉耦合映象格子	(225)
第七节	几种二维 CML 模型	(228)
第八节	量子混沌	(232)
第七章	混沌的控制	(240)
第一节	关于控制的一般概念	(240)
第二节	混沌控制的途径和方法	(248)
第三节	混沌控制的目标和物理机理	(266)

第一章 引言

一门新学科的创立,不仅是理论进步的结果,而且是生产发展的需要和社会实践深化的必然。与此同时,还可能预示着一场深刻的科学革命。人们认为,开始于70年代初的混沌学研究,正以其广度和深度的磅礴气势,揭开了物理学、数学乃至整个现代科学发展的新篇章。混沌学的创立,将在确定论和概率论这两大科学体系之间架起桥梁,它将改变人们的自然观,揭示一个形态和结构崭新的物质运动世界。二十多年过去了,混沌学仍在迅速发展并逐步走向成熟。混沌学给学术界带来的巨大震撼是毋庸置疑的,它将以丰硕的研究成果和对社会的深刻影响确立自己在科学史上应有的地位。

第一节 混沌学的兴起

一、混沌学的早期探索及知识积累

混沌学的研究热潮仅始于70年代初期,但这门新学科的渊源却可以追溯到上个世纪。

19世纪的自然科学取得了重大发展,为突破牛顿理论体系,迎接20世纪初的伟大科学革命准备了知识基础。同时,在思维方式上,理论自然科学向辩证思维复归这一历史性潮流,也为新学科的创立提供了认识论工具。

19世纪30年代,英国数学物理学家 W. R. Hamilton 将动力学系统的能量表示为广义动量和广义坐标的函数。设系统具有 N 个自由度,则以 N 个广义动量和 N 个广义坐标组成 $2N$ 维的相空间,运动方程的解即为相空间中的曲线,称为轨道。这样,牛顿力学变成了相空间的几何学,几何方法成了研究动力学系统的有力工

具。按照 Hamilton 函数的数学形式,可以把动力学系统划分为可积和不可积两大类。这一划分使人们逐步认识到,经典牛顿理论实际上只是关于可积系统的理论,而一般的动力学系统,包括多体甚至仅三体问题都是不可积的。这一认识是通向混沌学大门的重要一步,因为混沌正是不可积系统的典型行为。

公认真正发现混沌的第一位学者,是伟大的法国数学、物理学家 H. Poincaré,他是在研究天体力学,特别是在研究三体问题时发现混沌的。他以太阳系的三体运动为背景,证明了周期轨道的存在。他在详细研究了周期轨道附近流的结构,发现在所谓双曲点附近存在着无限复杂精细的“栅栏结构”。他发现了三体引力相互作用能产生惊人的复杂行为,确定性动力学方程的某些解有不可预见性,这就是我们现在讲的动力学混沌现象。当 H. Poincaré 意识到当时的数学水平不足以解决天体力学的复杂问题时,就着力于发展新的数学工具。他与 Lyapunov 一起奠定了微分方程定性理论的基础;他为现代动力系统理论贡献了一系列重要概念,如动力系统、奇异点、极限环、稳定性、分叉、同宿、异宿等;提供了许多有效的方法和工具,如小参数展开法、摄动方法、H. Poincaré 截面法等。他所创立的组合拓扑学是当今研究混沌学必不可少的工具。现代动力系统理论的几个重要组成部分,如稳定性理论、分叉理论、奇异性理论和吸引子理论等,都发源于 H. Poincaré 的早期研究。还有回复定理、遍历理论、概率思想等等,这一系列数学成就对以后混沌学的建立发挥着广泛而深刻的影响。

同时,H. Poincaré 的科学哲学思想也为发现混沌清除了一大理论障碍。他明确地提出了偶然性的客观意义,他认为“偶然性并非是我们给我们的无知所取的名字”,“对于偶然发生的现象本身,通过概率运算给予我们的信息显然将是真实的”^[1]。从这一认识出发,他鲜明地批判了“绝对的决定论”,认为精确的定律并非决定一切,它们只是划出了偶然性可能起作用的界限^[2]。特别应该提出的是 H. Poincaré 在本世纪初就发现了某些系统对初值具有敏感依赖性和行为不可预见性,他在《科学的价值》一书中写道:“我们觉

察不到的极其轻微的原因决定着我们不能不看到的显著结果,于是我们说这个结果由于偶然性。……可以发生这样的情况:初始条件的微小差别在最后的现象中产生了极大的差别;前者的微小误差促成了后者的巨大误差,于是预言变得不可能了。”^[3]这些描述实际上已经蕴含了“确定性系统具有内在的随机性”这一混沌现象的重要特性。

诚然,混沌现象是一种极其复杂的运动形态,H. Poincaré 时代尚不具备建立混沌学的足够的数学工具和其他准备知识,但 H. Poincaré 的科学贡献已为人们打开了一个观察混沌新世界的窗口。

在 H. Poincaré 之后,一大批数学家和物理学家在各自的研究领域所做的出色工作为混沌学的建立提供了宝贵的知识积累。如 G. D. Birkhoff 在动力学系统的研究中于 1917 年至 1932 年间发表了一系列论著,他在 Hamilton 微分方程组的正则型求解、不变环面的残存等问题上,在对不可积系统的轨道特征,对遍历理论都有重要贡献。他在研究有耗散的平面环的扭曲映射时,发现了一种极其复杂的“奇异曲线”,这实际上就是混沌中的一种奇怪吸引子。与此同时,数学领域还发现了一批分形几何对象,并导致了分形几何学的建立。概率论经过公理化而成了现代数学的标准组成部分,分析、代数、几何,以致最抽象的数论都在为当今的混沌研究准备工具。遍历理论也在经过了长期的积累后取得重大进展,数学家们发现了不同层次的遍历性,分别代表不同类型的复杂系统。同时,弄清了一批具体系统的遍历性和非遍历性,相应地建立了区分复杂和简单系统的定量判据,遍历理论终于成为当今研究复杂系统的强有力武器。

早期混沌研究的一个重要阶段是把 H. Poincaré 的拓扑动力学思想推广应用于耗散系统。最早的工作开展在电工学领域,1918 年 G. Duffing 对具有非线性恢复力项的受迫振动系统进行了深入研究,揭示出许多非线性振动的奇妙现象,他的标准化的动力学方程称为 Duffing 方程,即

$$\ddot{x} + k\dot{x} + f(x) = g(x) \quad (1.1.1)$$

其中 $f(x)$ 含三次项, $g(x)$ 为周期函数。同时期荷兰物理学家 B. Vanderpol 研究三极管振荡器, 建立了著名的 Vanderpol 方程:

$$\ddot{x} - k(1-x^2)\dot{x} + x = b\lambda k \cos(\lambda t + \varphi) \quad (1.1.2)$$

Duffing 方程和 Vanderpol 方程都是现代混沌学文献中的典型方程。

早期混沌探索的一个突出成果是在生态领域, 经过数代人的努力提炼出了 Logistic 方程:

$$x_{n+1} = ax_n(1-x_n) \quad (1.1.3)$$

这是描述生物种群系统演化的典型模型, 常称为虫口模型。

另外, 在生理学领域、物理学领域都发现了特殊的非周期现象, 在经济学界也积累了大量的看来杂乱无章的数据。所有这些都成了近代混沌学研究极有价值的知识积累。

二、混沌学研究的重大突破

经历了漫长的知识积累, 到了本世纪五、六十年代, 混沌现象在众多的学科领域被发现, 学者们针对各类混沌也建立了各种特殊的数学处理方法。

混沌学研究的第一个重大突破, 发生在以保守系统为研究对象的天体力学领域, KAM 定理被公认为创建混沌学理论的历史性标记。

在天体力学领域, 不仅有始于 Poincaré 的混沌探索良好传统, 也由于在这一领域与混沌轨道的复杂图象相匹配的数学手段已基本具备, 前苏联学者 A. N. Kolmogorov 以及以他为首的实力强大的苏联学派应运而生。Kolmogorov 是超越同时代人的佼佼者, 他以《概率论的基本概念》、《概率论的解析方法》等名著奠定了现代概率论的基础; 他建立了现代拓扑学主要分支的上同调理论, 掌握了对混沌学研究极具重要价值的拓扑学方法; 在湍流研究中提出了著名的 Kolmogorov 三分之二定理; 在遍历理论方面引入了测度熵概念, 成功地解决了流的同构问题; 在复杂性问题的探索中, 把复杂性和随机性概念在算法理论的基础上统一了起来。所

以,他具备了突破描述保守系统复杂性行为所需的一切必要的知识基础。1954年Kolmogorov在阿姆斯特丹国际数学大会上宣读的论文《在具有小改变量的Hamilton函数中条件周期运动的保持性》,被公认为是具有划时代意义的科学文献。他研究了解析Hamilton系统的椭圆周期轨道的分类,发现了一个充分接近可积Hamilton系统的不可积系统,对此系统若把不可积当作可积Hamilton函数的扰动来处理,则在小扰动条件下,系统运动图象与可积系统基本一致;当扰动足够大时,系统图象就发生了性质改变,成了混沌系统。1963年,Kolmogorov的学生,年轻的、具有超群才华的V. I. Arnold对此作出了严格的数学证明。差不多同时,瑞士数学家J. Moser,对此给出了改进表述,并独立地作出了数学证明。KAM定理就是以他们三人名字的首位字母命名的,这是一个多世纪以来人们用微扰方法处理不可积系统所取得的最成功的结果,具有极为重要的理论价值。我国著名的混沌学权威学者郝柏林院士称KAM定理是“牛顿力学发展史上最重大的突破”^[4],KAM定理被国际混沌学界公认为这一新学科的第一个开端。

混沌学研究的第二个重大突破,发生在遍布于现实世界的耗散系统。作出杰出贡献的学者是美国气象学家E. N. Lorenz。Lorenz虽是从事天气预报工作的气象学家,但数学功底十分扎实。在五、六十年代,人们普遍认为气象系统虽然非常复杂,但仍是遵循牛顿定律的确定性对象,在有了计算机以后,天气状况可以精确预报。大数学家、计算机之父Von Neumann甚至认为天气状况可以改变和控制。1962年B. Saltzman通过简化流体对流模型得到了一个完全确定的三阶常微分方程组。当时,Lorenz把它作为大气对流模型,用计算机做数值计算,观察这个系统的演化行为。在计算观察中,确实看到了这个确定性系统的有规则行为,同时也发现了同一系统在某些条件下可出现非周期的无规则行为,这是与当时气象界的权威观点相矛盾的,但却与Lorenz的经验和直觉相符合,因为长期天气预报确实始终没有获得过成功,这就是有趣

的“蝴蝶效应”。通过长期反复的数值实验和理论思考,Lorenz 以巨大的勇气向传统理论提出了挑战,揭示了计算机模拟结果的真实意义,在耗散系统中首先发现了混沌运动。1963 年发表了著名论文《确定性非周期流》,以后又陆续发表了三篇论文,这组论文是混沌研究的第二大突破,成了后来研究耗散系统混沌现象的经典文献。Lorenz 揭示了一系列混沌运动的基本特征,如确定性非周期性、对初值的敏感依赖性、长期行为的不可预测性等,他还在混沌研究中发现了第一个奇怪吸引子——Lorenz 吸引子,他为混沌研究提供了一个重要模型,并最先在计算机上采用数值计算方法进行具体研究,为以后的混沌研究开辟了道路。

三、混沌学研究的世界性热潮^[5]

混沌学研究世界性热潮的到来是以数学家和物理学家分离了几十年后重新结合为标志的。30 年代数学家和物理学家的分离,对于时机尚未成熟的混沌研究来说,让出了数学积累的时间。如前所述,那段时间在数学的抽象思维中,拓扑学、泛函分析、整体分析、微分几何、微分流形等分支迅速发展起来,分析学在描述间断性、奇异性、整体性、非线性特性等方面都有很大发展。概率论的建立,遍历理论的进展,分形几何的问世,都直接、间接地为混沌学的研究提供了有力的数学工具。但是仅有拓扑动力学和微分方法稳定性理论等工具还不足以有效地描述动力系统的复杂行为。拓扑方法便于描述系统整体特性,但在不具备可微性的拓扑空间上,描述时间演化的动力学特性却受到很大限制。从 60 年代初起,S. Smale、D. V. Anosov、廖山涛等一批拓扑学家将拓扑学和常微分方程定性理论结合起来,在拓扑空间引入可微性、微分结构等概念,建立了一门崭新的数学分支——微分动力系统理论,以微分流形为相空间,引入回复性与非回复性、游荡集与非游荡集(Ω 集)等概念,处理了动力系统整体结构稳定性问题,成了探索混沌奥秘的最有效的数学工具之一。这一理论的突出优点是其物理背景十分明确,就是用来处理动力系统的复杂现象,从非线性振子这一类物理学家十分熟悉的问题着手进行数学抽象,为物理学家提供了解

决搁置近 70 年的问题的合适工具,数学家和物理学家在对混沌现象的深入研究中重新结合了起来。

在物理学界,60 年代兴起的非线性、非平衡态热力学相变临界态理论等物理学新领域的研究成果,不仅使杰出的耗散结构理论创始人 I. Prigogine 和 K. Wilson 等人分别获得了诺贝尔化学奖和物理学奖,而且表明物理学中我们所生活的宏观层次问题的研究大有可为。Wilson 用重正化群方法处理临界现象的开创性工作,对于混沌研究作出了重要的方法准备。差不多同时期兴起的系统科学,提倡横向的跨学科研究,探索远离平衡态的、非线性的、不可逆的、自组织的客观过程,创造处理复杂性、不确定性、演化特性的新方法。系统科学提供的一整套新观点和新方法,使混沌学研究获得了强大的活力。70 年代初开始,混沌学研究终于在多个学科领域同时展开,形成了世界性研究的热潮。

1971 年,法国的数学物理学家 D. Ruelle 和荷兰的 F. Takens 联名发表了著名论文《论湍流的本质》^[6],在学术界第一个提出用混沌来描述湍流形成机理的新观点,并证明了 Lev D. Landau 关于湍流发生机制的权威理论的不正确性,起了重要的解放思想的作用。他们通过严密的数学分析,独立地发现了动力系统存在一套特别复杂的新型吸引子,描述了它的几何特征,证明与这种吸引子有关的运动即为混沌,发现了第一条通向混沌的道路。并命名这类新型吸引子为奇怪吸引子。确立了他们在混沌学发展史上的显赫地位。此后,判别是否存在奇怪吸引子,刻划这种吸引子的特征,成了耗散系统混沌研究的基本课题。

生物学家,特别是种群生态学家,对建立混沌学有着特殊贡献,他们在研究种群演化的动力学材料中建立的 Logistic 方程的数学模型,是 70 年代以来研究混沌十分理想的典型“标本”。作为杰出代表的 R. May,1971 年起从研究理论物理转向研究生物学,他用数值计算研究虫口模型,既看到了规则的周期倍分叉现象,也看到不规则的“奇怪现象”,同时还发现随机运动中又会出现稳定的周期运动,这一系列现象无法归咎于计算机的误差,虽然其中的

机制并不清楚,但深受震惊的 R. May 确信现象背后必定隐藏着未被认识的规律。R. May 的发现对混沌现象的深入研究有着巨大的促进。

MSS 定理的建立是这一时期另一项颇有价值的工作, MSS 定理是一个有关单峰映射周期轨道的定理。三位学者(N. Metropolis, M. L. Stein, P. R. Stein)把符号动力学引入混沌研究,为根据计算结果和实验数据确认周期解以及周期轨道分类和排序提供了方便的工具。

1975 年,正在美国马里兰大学攻读博士学位的华人李天岩和他的导师 J. Yorke 联名发表了一篇震动整个学术界的论文《周期 3 蕴含混沌》^[7],这是一个关于混沌的数学定理。基本思想是 Yorke 受 Lorenz 1963 年的论文启发而得,李天岩给出了具体证明,这就是著名的 Li-Yorke 定理。定理描述了混沌的数学特征,为以后一系列的研究开辟了方向。李天岩和 Yorke 在动力学研究中率先引入“混沌”(chaos)一词,为这一新兴研究领域确立了一个中心概念,为各学科研究混沌现象树起一面统一的旗帜。Yorke 坚信“混沌”一词能代表这一研究领域的基本精神。由于 Yorke 继续进行了一系列出色的工作,终于成了创立混沌学的少数著名学者之一。

Li-Yorke 定理帮助 R. May 理解了他在 Logistic 方程中发现的奇异现象,他认识到了这是隐藏在生态系统中的具有普遍特征的混沌,从而撇开了各个具体领域的特殊性,总结和阐明了一个基本事实:简单的确定性非线性差分方程,可以产生出从平衡态到周期态再到混沌态的整个动力学行为。1976 年 R. May 发表了题为《具有复杂动力学过程的简单数学模型》综述文章,以单峰映射为对象,重点讨论了 Logistic 方程: $x_{n+1} = ax_n(1-x_n)$,系统地分析了方程的动力学特征,考察了混沌区的精细结构,绘制了分叉轮廓图,汇集了敏感函数、周期窗口、树枝分叉、切分叉、基本动力学单元、不动点谐波等混沌学词汇,促进了不同领域混沌学研究连成一体,也为这一领域研究的新涉足者提供了一条有效的通道。

法国天文学家 M. Henon 在混沌研究热潮的影响下,从研究