

0002

随机过程 在流膜选矿中的应用

王卫星 著

科学出版社

随机过程 在流膜选矿中的应用

王卫星 著

国家自然科学基金项目

科学出版社

1995

(京)新登字092号

内 容 简 介

本书分析了颗粒在流膜中的运动规律,详细介绍了颗粒的随机模拟,建立了颗粒在流膜选矿中分选的随机数学模型,系统阐述了模型的状态及参数估算,简单论述了模型试验数据的采集与分析,并扼要介绍了随机过程在磁选和浮选中的应用前景。

本书可作高等院校矿业、冶金、化工等专业的参考书,并可供相关科技人员参考。

随机过程在流膜选矿中的应用

王卫星 著

责任编辑 万 钧

科学出版社出版

北京东黄城根北街16号

邮政编码:100717

中国科学院印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

*

1995年3月第一版 开本:787×1092 1/32

1995年3月第一次印刷 印张:5 7/8

印数:1—500 字数:130 000

ISBN 7-03-004451-7/TB·123

定价:10.40元

序 言

人类发展与矿物的加工利用密切相关。远古先民在选用矿物制作美化自己和装点居处的饰品、打火的燧石、狩猎农耕的石器的过程中,逐步形成拣选矿物及打磨加工的技艺,这便是矿物加工技术的雏形。人类长期与矿物接触,发现了制取和使用金属的方法。我们仿佛看到第一块人工冶制铜块的诞生:佩戴美丽孔雀石首饰的少女与舞伴欢跳在火堆四周,次日在熄灭的木炭灰烬中发现几粒闪光的铜块,原来是跌落火中的孔雀石珠被木炭还原成金属铜。由此引来了青铜时代,那精美的司母戊鼎和四羊樽祭器,寒光锋利的勾践宝剑,直到今天仍然闪烁异彩。

现代工业和科学技术的发展,要求大量地利用矿物和提供精加工的矿物产品。矿物加工,包括矿物的富集精选、分离利用、物理和化学的加工等过程,从一种技艺发展为一门工程科学与技术,并且各种现代基础理论和新技术,又被应用于矿物加工过程中。

王卫星同志的这部新著,用现代的数学和力学,研究选矿过程,用随机过程分析和描述流膜选矿,加深和拓宽了选矿学的内容,这对于开发新型高效选矿设备和工艺,特别是用于解决细粒矿物的加工问题有很好的参考价值。这本书的出版,无疑是对更好地利用矿物资源、发展矿物加工知识的贡献;相信会引起同行的兴趣,产生应有的影响。王卫星同志是我国年轻一代的选矿专家,祝愿他不断努力,取得成就。在1994年盛夏酷暑中读了此书稿,略写数语,表达读后的感想。

王淀佐

2A052/07

前 言

重力选矿是选矿的主要方法之一，由于具有成本低和污染极小等优点，在未来的选矿工业中将处于重要地位。但它存在微细粒分选效率低这个问题，进一步发展解决的办法是采用流膜选矿（含离心流膜选矿）。国内外选矿学者对流膜选矿（film concentration）进行了大量的研究，最早提出这一概念的有美国人高登（A. M. Gaudin），《重选工艺》（Gravity Concentration Technology）一书的作者布特（R. O. Burt）和我国的黄枢等。

流膜选矿必须在某种介质所形成的流膜中进行，而颗粒在介质中的运动受确定性的运动规律支配，同时由于颗粒间的相互碰撞等，其运动往往带有随机性。过去都用确定性的规律描述颗粒在介质中的运动，当把理论或实验室结果用于工业生产时，常常只能给出一些定性的原则，有时甚至发生严重脱节，许多很好的实验室的结果在工业上行不通。造成这种现象的原因很多，但其中最重要的一条是流膜选矿是一个牵涉到颗粒与介质、颗粒与颗粒间相互作用的复杂工艺过程，单从确定性方面去考虑问题显然是不够的，还应该考虑颗粒运动的随机性。同样，在其他选矿过程中也存在这样的问题，这就显示出随机过程应用的重要性。

随机过程已在各个领域获得了广泛应用，如在生物学中描述群体的生长过程，在物理学中应用于放射性蜕变及粒子计数器理论，在化学工程中建立化学反应动力学的随机模型

等，与选矿更接近的例子是随机过程在河流泥沙运动中的应用。随机过程在选矿工程中的应用起步较晚，虽然有一些论文发表，但尚无一本系统的专著出版。十几年来，在国家自然科学基金的支持下，作者系统研究了流膜选矿机理及随机过程在流膜选矿中的应用，总结有关结果和心得，写出这本专著。内容主要包括颗粒在流膜中的运动规律，颗粒运动的随机模拟和颗粒在流膜选矿中分选的随机数学模型等，书末也简单介绍了随机过程在其他选矿方法如磁选和浮选中的应用前景等。

作者希望本书的出版能对进一步分析和掌握流膜选矿过程、促进随机过程在选矿工程中的应用有所帮助。最后，感谢陈荃教授，正是他的鼓励使我写出这本专著。另外，金苏菲女士也给了我很多帮助，特此致谢。由于水平有限，不妥之处请批评指正。

目 录

第一章 绪论	1
1.1 流膜分选理论	1
1.2 流膜选矿数学模型	6
1.3 流膜选矿的应用与发展	11
第二章 颗粒在流膜中的运动规律	15
2.1 颗粒在简谐运动流膜中的运动	15
2.2 颗粒在非简谐运动流膜中的运动	29
2.3 颗粒群在流膜中的运动	39
2.4 流膜表面波及其对细粒分选的影响	47
第三章 颗粒运动的随机模拟	58
3.1 随机过程简介	58
3.2 颗粒在理想溜槽流膜中运动的随机模拟	63
3.3 颗粒在理想溜槽流膜中的分选模型	70
3.4 分选模型的试验验证	73
第四章 流膜选矿设备的随机数学模型	78
4.1 摇床的随机数学模型	78
4.2 螺旋溜槽的随机数学模型	85
4.3 离心选矿机随机状态空间模型	89
第五章 模型试验数据的采集与分析	97
5.1 试验设备及试料的性质	97
5.2 数据的采集方案	99
5.3 摇床试验结果及分析	102
5.4 螺旋溜槽试验结果及分析	114
5.5 离心选矿机试验结果及分析	117

第六章	模型的状态及参数估计	122
6.1	马尔可夫链中九个概率计算公式	122
6.2	横向传递概率的确定	128
6.3	径向分布概率的确定	129
6.4	摇床及螺旋溜槽参数估计程序结构	131
6.5	离心选矿机的状态及参数估计	133
第七章	模型的仿真——模型的验证及应用	147
7.1	摇床随机数学模型的验证	147
7.2	螺旋溜槽随机数学模型的验证	152
7.3	离心选矿机模型的动态仿真及应用	154
7.4	模型的应用前景	159
第八章	随机过程在其他选矿过程中的应用	160
8.1	随机过程在跳汰过程中的应用	160
8.2	随机过程在振动高梯度磁选中的应用	162
8.3	随机过程在泡沫浮选中的应用	168
附录 1	非线性函数 f, h 和偏导函数 A, B	169
附录 2	符号	174
参考文献		177

第一章 绪 论

1.1 流膜分选理论

流膜选矿一词,最早由高登提出,直到泥沙运动学者拜格诺(R. A. Bagnold)的剪切松散理论被布特引用到流膜选矿中,分选理论的研究才有所突破。

1.1.1 高登的层流分选理论

在《选矿原理》一书中,高登分析了单个颗粒在层流流膜底面的受力情况,认为沿颗粒滑动方向作用于它上面的力有重力(重力沿滑动方向的分量)、摩擦力和流体推力三种。假设流体推力作用于颗粒表面的各微元部分且服从斯托克斯阻力公式,由此得出颗粒沿底面的滑动速度公式

$$\frac{V}{H^2} = K_1 \left(\frac{d}{H} \right)^2 + K_2 \frac{d}{H} \quad (1.1)$$

式中 V , d 分别为颗粒的运动速度和粒径, H 为流膜厚度, K_1 和 K_2 分别为与流膜物理性质、颗粒密度和底面倾斜度等有关的待定常数。此外,高登还根据早期流体力学学者斯托克斯和玻塞的研究结果,得出了简谐运动床面上流膜的运动规律为

$$u(x, t) = u_0 e^{-\beta x} \cos(\omega t - \beta z) \quad (1.2)$$

(1.2)式可用于计算作简谐运动(选矿常称之为对称往复运动)的床面上流膜的运动速度。

高登的这些研究结果对当时单颗粒层流膜的分选有着重要的指导作用，也对后来的学者研究流膜分选原理有很大的影响。在拜格诺的剪切松散理论被引用于流膜选矿以前，人们对流膜选矿的认识还主要停留在单颗粒层的分选上，即没有跳出高登理论的圈子。因为在层流流膜中无脉动的垂向分选，分选多层颗粒似乎不太可能。直到 1956 年伯奇 (C. R. Burch) 首次根据拜格诺剪切松散的原理设计出一台摇动螺旋溜槽、成功地在实验室分选细粒后，人们才在流膜分选原理的认识上有所突破。

1.1.2 拜格诺剪切松散理论

成群颗粒在流膜中运动时，矿浆的运动除了克服流体的粘性阻力外，还要克服颗粒间接触所产生的剪切应力的阻力；尤其是固体浓度较高时，颗粒间接触剪切应力远大于流体本身的剪切应力。拜格诺通过研究固体颗粒悬浮液的剪切运动后提出，当悬浮液中的固体颗粒连续受到剪切时，垂直于剪动方向将产生一种分散压(斥力)，使颗粒具有向两侧膨胀的倾向。分散压的大小达到使相当一部分的运动颗粒在分散压与重力间平衡，而保持悬浮状态。

计算分散压时，因为悬浮液的剪应力由固体颗粒相接触产生的剪应力 T 及流体自身的剪应力 τ 两部分组成，通过试验，拜格诺确定颗粒间的剪应力 T 主要与固体浓度和剪切速率(颗粒垂直于剪切方向的速度梯度)有关。他采用线性浓度(粒径与颗粒间平均分离距之比)代替一般的容积浓度或重量百分浓度来表示颗粒的分散程度，其定义为

$$\lambda = \frac{1}{(C_*/(C_p)^{\frac{1}{2}} - 1)} \quad (1.3)$$

式中 C_s 是固体颗粒的容积浓度, C_* 是颗粒静置时的最大容积浓度, 对圆滑而均匀的颗粒, 取值为 0.65。拜格诺将颗粒的剪切分为惯性剪切和粘性剪切两种, 剪切速率较高时以惯性剪切为主, 较低时以粘性剪切为主, 利用无因次准数 N 值的大小来判定剪切的类型:

$$N = \rho_s d^2 \lambda^{1/2} \mu^{-1} \frac{du}{dz} \quad (1.4)$$

式中 du/dz 为剪切速率。

$N < 40$ 时, 属粘性剪切, 剪切应力与剪切速率的一次方成正比,

$$T_s = 2.2 \lambda^{1/2} \mu \frac{du}{dz} \quad (1.5)$$

由剪切产生的分散压与剪切应力的关系

$$P_s = \frac{T_s}{0.75} \quad (1.6)$$

$N > 450$ 时, 属惯性剪切, 剪切应力与剪切速率的平方成正比,

$$T_I = 0.013 \rho_s \lambda^2 d^2 \left(\frac{du}{dz} \right)^2 \quad (1.7)$$

分散压的大小

$$P_I = \frac{T_I}{0.32} \quad (1.8)$$

上述关系是拜格诺通过对试验结果进行因次分析而得到的。建立流膜选矿设备的随机数学模型时, 将会用到上述(1.5)和(1.7)式来研究粒群在流膜中的松散。拜格诺的这一剪切松散假说较正确地解释了层流或无脉动上升水速作用流膜中粒群的松散与悬浮。

1.1.3 布特分层假说

布特是国外较早系统研究流膜选矿理论的，出版有专著《重选工艺》。他主张流膜中颗粒的松散是因颗粒层间产生的惯性剪切所致。按前述的拜格诺剪切松散理论，该条件下剪切所产生的松散力(分散压)

$$F_b = k_1 r^2 \quad (1.9)$$

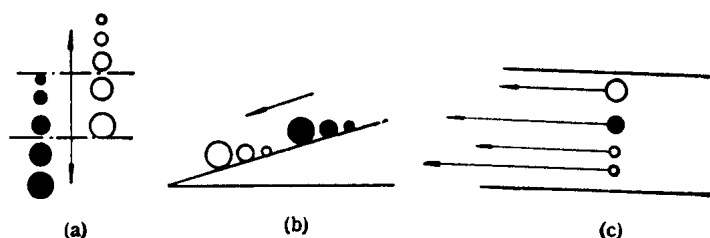
而颗粒自身的重力

$$F_g = k_2 r^3 \rho_s \quad (1.10)$$

式中 r 是颗粒的半径。两个力的合力

$$F_b - F_g = k_1 r^2 \left(1 - \frac{k_2}{k_1} r \rho_s \right) \quad (1.11)$$

因此，合力的大小随颗粒粒度的增大而增加，随颗粒密度的增大而下降，由此产生的分层结果是顶层为密度小的粗粒，底层为密度大的细粒，中间层则为密度小的细粒和密度大的粗粒(图 1.1)，这种分层结果与摇动作用下颗粒发生的析离分层和层流流膜中颗粒在斜面水流作用下的分层结果(图 1.1)是一致的，但与水力分级所产生的分层结果相反。



水力分级分层

斜面流膜中的分层

拜氏力分层

图 1.1 颗粒分层的三种模式

布特还认为底面摇动能增加流膜中物料层的松散。通过系统的研究，他总结出流膜分选四个分层模式：(1)干涉

沉降分层；(2) 斜面水流层流流膜的分层；(3) 拜格诺惯性剪切所产生的松散力的分层；(4) 不对称摇动床面液流流膜中颗粒的分层。

1.1.4 凯利的分层假说

凯利 (E. G. Kelly) 也利用拜格诺剪切松散理论研究流膜中颗粒的分选原理, 与布特不同的是, 他既考虑了粘性剪切也考虑了惯性剪切两种情况, 并且用颗粒剪切产生的分散压与颗粒在流膜中的重力除以其在床面上的投影面积来衡量颗粒的松散与悬浮, 后者的大小

$$P_t = \frac{\frac{\pi}{6} d^3 (\rho_s - \rho)}{\frac{\pi}{4} d^2} = \frac{2}{3} d (\rho_s - \rho) \quad (1.12)$$

用颗粒所受的剪切分散压 P 与 P_t 之比来确定分层的结果。对惯性剪切, P/P_t 随颗粒粒度的增大而增加, 而随颗粒密度的增大而减小。因此, 其分层结果应是重而细的颗粒在底层, 轻而粗的颗粒在顶层, 与布特的结论相同。对于粘性剪切, P/P_t 随粒度的增大而减小, 随密度的增大也减小, 分层结果是粗而重的颗粒在流膜底层, 细而轻的颗粒在流膜顶层, 类似于干涉沉降时的分层结果。凯利还将颗粒在流膜中的分层归结为四种效应: (1) 干涉 (或自由) 沉降效应; (2) 钻隙效应; (3) 位能最小效应; (4) 拜格诺剪切松散效应。

1.1.5 黄枢等的准层流分选理论

黄枢等也系统地研究了流膜中颗粒的分选理论, 建立了以准层流理论和剪切松散理论为基础的流膜分选理论新体

系, 内容主要包括流膜的准层流特性和颗粒在流膜中的运动规律、松散与分层机理等。利用拜格诺剪切松散理论提出了与布特和凯利等不同的颗粒分层新概念及计算流膜中颗粒剪切分散压的公式。他们采用下述公式计算流膜中任意高度 z 处颗粒层的有效重力:

$$G_z = (\rho_s - \rho)g \cos \alpha \int_z^H C dz \quad (1.13)$$

再联立经他们修正的拜格诺粘性剪切分散压计算公式

$$P_v = 5.07 \lambda^{2.5} \mu \frac{du}{dz} \quad (1.14)$$

求得颗粒松散的平衡条件。按照这一观点, 在流膜不同深度的各层剪切面上所受的颗粒有效重力是不同的。在流膜表面, 有效重力为零, 随着深度增加(z 值减小), 有效重力增大, 在流膜底部为最大值。因此, 颗粒的剪切分散压也随剪切面的下移而增大, 以便与有效重力抗衡, 保持颗粒层的松散。在流膜底部, 剪切分散压达到最大值。

此外, 黄枢等还研究了流膜选矿中微细颗粒的电动现象、颗粒和底面的表面电性对流膜选矿的影响, 提出了控制矿浆 pH 和添加某些药剂提高微细粒分选效率的絮凝重选新工艺。

1.2 流膜选矿数学模型

流膜选矿数学模型的发展大致可分为五个不同的阶段:

- (1) 纯理论模型阶段;
- (2) 纯经验模型阶段;
- (3) 半理论模型阶段;
- (4) 现象学模型阶段;
- (5) 随机数学模型阶段。

1.2.1 纯理论模型

1.1 节中提到的根据理论假说得出的计算颗粒运动、液流运动以及剪切所产生的分散压公式等均属于这类模型。该类模型的特点是物理意义明显,推导过程严格,但对实际分选过程所作的假设较多(如从单个颗粒在流膜中的受力所得的众多颗粒运动速度公式等),仅适用于理想条件下的分选。此外,维诺格拉道夫等所提出的重选中淘汰动力学模型也属此类。纯理论模型可从物理意义上解释分选过程的实质,定性地指导生产实际。

1.2.2 纯经验模型

随着统计数学方法的不断发展及微型计算机的普及,人们可以利用回归分析等统计方法直接建立生产指标与操作参数间的经验模型,而无须知道具体的生产过程,这种模型又称为“黑箱模型”。与此对应,有人将纯理论模型称为“白箱模型”。经验模型是建立在大量生产实测数据基础上的,如霍伦-拜特(A. B. Holland-Batt)和费里(T. J. Ferree),福斯贝格以及汪廷煌等建立的关于溜槽和圆锥选矿机的模型,又如曼塞(R. J. Manser),罗志德以及本书作者曾建立的摇床多元非线性回归模型,还有凯利建立的用于选煤的螺旋溜槽的回归模型等等。

这类模型建模前,首先要收集数据。这有两种方法,一是被动地收集现有的生产数据;二是主动地把试验的安排、数据的处理甚至回归方程的精度统一加以考虑,使试验所得的数据更可靠,更具代表性,从而使试验的次数最少。其次是回归方程的选形。最后是求出回归方程中的各个待定系数,建立

能用于生产中的回归模型。回归模型的最大特点是实用性
强,且避开了分选所发生的复杂物理过程。不考虑过程的机
理,模型的形式一般也较简单,但这类模型很难普遍推广。一
种模型只适用于某一类设备或某种性质的给矿,一旦更换设
备或矿石性质发生变化,又要重新进行大量试验或重新收集
生产数据来修正原有的模型。

1.2.3 半理论模型

半理论模型与经验模型相比,模型的形式有一定的理论
依据,它是先将因变量(工艺指标)与自变量(工艺条件)间的
试验结果绘制试验曲线,然后参照标准的理论曲线来选择模
型的形式,最后用试验确定模型中的参数。这类模型在流膜
选矿中占有相当大的比例,建模从给矿和产品的粒度分析和
重液分析所得的分配曲线着手,然后用一理论曲线拟合从而
得到能描述产品特性的模型。现以皮莱(K. J. Pillai)等建
立的模型为例。在流膜选矿中,任何性质的给矿进入分选设
备后可分为三个部分(图 1.2),根据产品的粒级分析或重液分

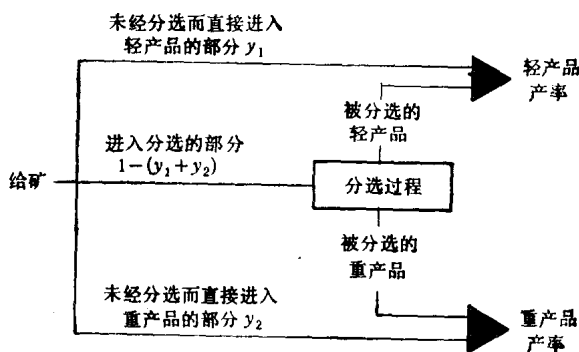


图 1.2 流膜选矿过程示意图

析结果，可求出 y_1 和 y_2 的值以及修正的 $d_{50(c)}$ 或 $SG_{50(c)}$ 的值，利用普利特 (L. Plitt) 方程

$$Y_c = \exp[-k(d/d_{50c})^n] \quad (1.15)$$

或

$$Y_c = \exp[-k(SG/SG_{50c})^n] \quad (1.16)$$

式中 Y_c 为经修正后的新分配曲线的分配率， k 和 n 为常数，对不同的选矿设备取值不一样。最后利用下述关系：

$$Y_s = y_1 + (1 - y_1 - y_2)Y_c \quad (1.17)$$

可预测不同粒度或不同密度颗粒的实际分配率 Y_s ，由此可预测产品的产率和品位。作者认为此种模型较适合于比重级别分布较宽例如煤等的给料。

属于此类模型的还有图克所作的关于螺旋分选过程的数学模型，与上述模型不同的是以颗粒在螺旋分选设备中运动轨迹的实测曲线为依据，然后用理论曲线来拟合，再将运动轨迹曲线转换成颗粒在设备中向各产品分配的转移系数，由转移系数来确定最终的分选指标。他已建立了螺旋选矿机和螺旋溜槽等单元作业的模型，并正在着手建立整个重选回路的仿真器，以用于重选厂预测生产指标等。建立此类模型的研究者主要是想改善经验模型不能普遍推广的弊端，增加模型的普遍适用性。但由于这些模型忽视了过程的分选机理，也避开了颗粒分选所依赖的力学规律，模型较难普遍推广。例如在建立比重级别分配曲线模型时，其中的一条重要假设是：对不同性质的给矿，某种设备的通用比重级别分配曲线（即普利特方程所描述的曲线）的形状是相同的。有人提出怀疑，试验结果并非如此。又如图克所建立的关于螺旋溜槽的数学模型，对性能较接近的 GEC 螺旋溜槽和 VICKER 螺旋溜槽，其转移系数的表达形式是一样的。半理论模型与经