

7L1311-43
S98

结 构 力 学

孙文俊 杨海霞 编

河海大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

结构力学/孙文俊 杨海霞编. -南京: 河海大学出版社, 1999. 9

ISBN 7-5630-1443-8

I. 结… II. ①孙… ②杨… III. 结构力学-高等学校-教材 IV. 0342

中国版本图书馆 CIP 数据核字(1999)第 39799 号

河海大学出版社出版

(南京西康路 1 号 邮编: 210098)

河海大学印刷厂印刷

江苏省新华书店经销

1999 年 9 月第 1 版

1999 年 9 月第 1 次印刷

开本: 787×1092 毫米 1/16 印张: 13.125

字数: 328 千字

印数: 1~3000 册

定价: 19.50 元

前 言

本书是为适应高等学校水利、土建类专业中少学时结构力学教学需要而编写的教材,可用于36~70学时的结构力学教学。本书内容区分为不带星号、带一个或两个星号等三个档次,以便于不同学时教学内容的选择。

本书根据结构力学课程的教学基本要求并考虑中少学时特点而编写。内容联系实际,力求精简,加强了对基本理论、概念和方法的阐述。对中学时读者还介绍了结构力学的现代电算方法——矩阵位移法,以适应发展的需要。

本书第1~6章由孙文俊编写,第7~10章、附录I、附录II由杨海霞编写,承蒙胡维俊教授审阅全书。本书稿(讲义,1994年)曾经河海大学结构力学教研室同事们试用多年,他们提出了许多宝贵意见,编者在此表示衷心的感谢。限于编者的水平,书中难免存在缺点和错误,恳请读者批评指正。

编 者

1999年8月

目 录

第一章 绪论	(1)
§ 1-1 结构力学的研究对象和任务	(1)
§ 1-2 结构的计算简图	(2)
§ 1-3 杆件结构和荷载的分类	(5)
第二章 体系的几何组成分析	(8)
§ 2-1 几何组成分析的目的	(8)
§ 2-2 体系自由度的概念	(8)
§ 2-3 几何不变体系的组成法则	(10)
§ 2-4 几何组成分析举例	(12)
§ 2-5 几何组成与静定性的关系	(13)
习题	(14)
第三章 静定结构的内力计算	(16)
§ 3-1 静定结构的一般分析方法	(16)
§ 3-2 静定多跨梁与静定平面刚架	(17)
§ 3-3 三铰拱	(25)
§ 3-4 静定平面桁架	(32)
§ 3-5 静定结构的特性	(40)
习题	(41)
第四章 结构的位移计算	(47)
§ 4-1 结构位移计算的目的	(47)
§ 4-2 结构的外力虚功和虚变形功	(47)
§ 4-3 虚功原理	(52)
§ 4-4 单位荷载法	(54)
§ 4-5 荷载作用下的位移计算	(56)
§ 4-6 图乘法	(59)
* § 4-7 支座移动、温度改变时的位移计算	(63)
§ 4-8 互等定理	(65)
习题	(67)
第五章 力法	(70)
§ 5-1 超静定结构概述	(70)
§ 5-2 力法的基本原理	(72)
§ 5-3 力法的基本未知量、基本系和典型方程	(74)
§ 5-4 力法计算超静定刚架和排架	(76)
* § 5-5 力法计算超静定桁架和组合结构	(80)
* § 5-6 力法计算超静定拱	(82)

* § 5-7、支座移动、温度改变时的内力计算	(86)
* § 5-8 荷载作用下超静定结构的位移计算	(88)
* § 5-9 对称性的利用	(90)
§ 5-10 超静定结构的特性	(93)
习题	(95)
第六章 位移法	(99)
§ 6-1 等截面单跨超静定梁的杆端内力	(99)
§ 6-2 位移法的基本原理	(104)
* § 6-3 位移法的基本未知量、基本系和典型方程	(108)
§ 6-4 位移法计算举例	(111)
习题	(116)
* 第七章 力矩分配法	(118)
§ 7-1 力矩分配法的基本概念	(118)
§ 7-2 连续梁和无侧移刚架计算举例	(123)
§ 7-3 对称性利用(半结构法)	(127)
习题	(130)
* * 第八章 影响线及内力包络图	(133)
§ 8-1 影响线的一般概念	(133)
§ 8-2 用静力法作简支梁的影响线	(133)
§ 8-3 影响量的计算及最不利荷载位置	(135)
§ 8-4 简支梁的绝对最大弯矩与内力包络图	(139)
§ 8-5 连续梁内力包络图	(143)
习题	(145)
* 第九章 矩阵位移法的基本概念	(146)
§ 9-1 概述	(146)
§ 9-2 单元分析	(146)
§ 9-3 整体分析	(149)
§ 9-4 计算杆端力与支座反力	(153)
§ 9-5 连续梁算例	(157)
习题	(161)
* * 第十章 矩阵位移法(续)	(162)
§ 10-1 概述	(162)
§ 10-2 平面杆件单元的劲度矩阵	(162)
§ 10-3 单元整体坐标下劲度矩阵	(164)
§ 10-4 平面桁架计算	(167)
§ 10-5 平面刚架计算	(171)
习题	(177)
附录 I 连续梁计算程序	(179)
附录 II 平面刚架计算程序	(186)

第一章 绪 论

§ 1-1 结构力学的研究对象和任务

各类工程建筑物,例如房屋、桥梁、码头、闸门、水坝等,在使用中都要承受各种荷载(如自重、风压力、水压力、货物等)的作用。建筑物中支承荷载而起骨架作用的部分称为结构。一根梁、一个柱等单个构件是最简单的结构。一般的结构都是由许多构件通过各种方式互相联结在一起而组成的。例如图 1-1 所示的厂房结构,就是由屋架、柱子、吊车梁及基础等组成的空间体系。

结构按几何形态可分为三类:

(1) 杆件结构 结构由杆件组成。杆件的几何特征是横截面尺寸要比长度小得多。如图 1-1。

(2) 板壳结构 结构的厚度远小于其长度和宽度,所以也称为薄壁结构,例如楼板、薄拱坝等。

(3) 实体结构 结构在三个方向上的尺度大致为同一量级,例如挡土墙、水坝等。

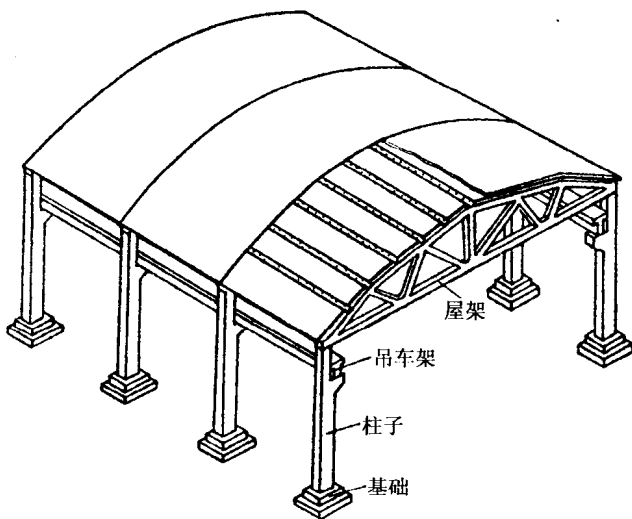


图 1-1

杆件结构可分为平面结构和空间结构。在平面结构中,各杆的轴线和荷载的作用面在同一平面,否则,便是空间结构。结构力学的研究对象是杆件结构,本书只限于研究平面杆件结构。

结构力学的任务是研究杆件结构的组成规律和合理形式以及结构在外因作用下的强度、刚度和稳定性的计算问题,为结构设计服务。

结构力学与理论力学和材料力学既有联系又有区别。理论力学着重研究物体机械运动的基本规律,材料力学着重研究单根杆件的强度、刚度和稳定性的计算,而结构力学的研究对象则由杆件组成的体系。结构力学是一门重要的技术基础课程,掌握了结构力学的原理和方法,不仅可计算结构中的内力、位移等数据,而且可以对结构的受力性能,优缺点等问题有深入的认识,从而能对工程中有关问题作出正确的判断,并为学习后继课程,如钢木结构、钢筋混凝土结构、水工结构等专业课程以及弹性力学(主要研究板壳与实体结构)等力学课程,提供必要的力学基础。

本书主要介绍结构力学中最基本的计算原理和计算方法(受学时限制稳定性问题未作讨论)。这些内容是解决一般常用结构的静力计算问题所必需的。同时,为了与现代结构力学的发展相适应,在最后两章中扼要地介绍了结构矩阵分析的矩阵位移法。

§ 1-2 结构的计算简图

实际结构是很复杂的,完全按照结构的原始情况进行力学分析是不可能的,也是不必要的。因此,对实际结构进行力学计算之前,必须加以简化,略去不重要的细节,抓住其基本特点,用一个简化的图形(理想模型)来代替实际结构。这种图形叫做结构的计算简图。

计算简图的选取原则是:

- (1) 尽可能正确反映实际结构的主要力学性能,以使计算结果可靠、准确。
- (2) 必须抓住主要矛盾,忽略次要因素,力求计算简便。

结构中力学性能有关的因素主要有:结构的几何轮廓及尺寸,材料性质,各杆件之间的联结方式,杆件与基础的联结方式等。选择计算简图时,应考虑以上各方面的简化。此外,还要考虑作用在结构上的荷载的简化。在后面的章节讨论各种结构时,将说明从实际结构到计算简图的简化过程,这里先讨论支座和结点的简化。

一、支座

把结构与基础联系起来的装置叫做支座,其作用是将结构的位置固定,并将结构所受的荷载传给支承物、基础和地基。支座对结构的反作用力称为支座反力。平面杆件结构中,支座的实际构造形式很多,但从其对结构的约束作用来看,常用的计算简图可分为四类。

(一) 辊轴支座

这种支座常用图 1-2(a)所示方式表示,它对结构的约束作用是只能阻止结构上的 A 点沿垂直于支承平面方向的移动,这时,结构既可绕铰 A 作转动,又可沿着支承平面移动。因此,当不考虑支承平面上的摩擦力时,其支座反力将通过铰 A 的中心并与支承平面垂直,即反力的作用点和方向是确定的,只有大小是未知的,可用 R_y 来表示。根据上述特点,这种支座在计算简图中又常用一根链杆来表示(图 1-2(b)),因为与该链杆相联的结构不仅可绕铰 A 转动,而且当链杆绕铰 B 作微小转动时,结构也可在垂直于链杆的方向作微小移动。显然,链杆 AB 的内力即代表该支座的反力。



图 1-2

在实际结构中,凡符合或近似地符合上述约束条件的支承装置,都可视为辊轴支座。

(二) 铰支座

这种支座常用图 1-3(a)所示方式表示,它对结构的约束作用是不允许结构上的 A 点有任何移动,而结构只能绕铰 A 转动。因此,铰支座的反力将通过铰 A 的中心,但其方向和大小都是未知的。显然,它可以用两个确定方向的未知分反力 R_x 和 R_y 来表示。铰支座在计算简图中又常用交于一点 A 的两根链杆来表示(图 1-3(b)、(c))。

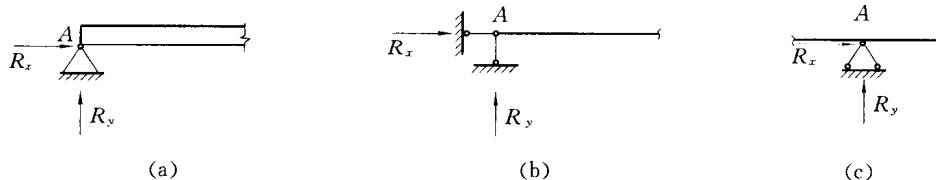


图 1-3

在实际结构中,凡属不能移动而可作微小转动的支承情况,都可视为铰支座。例如插入钢筋混凝土杯形基础中的柱子,当用沥青麻丝填缝时,则柱的下端便可视为铰支座。

(三) 定向支座(滑移支座)

这种支座不允许结构在被约束部分作转动和竖向移动,但可沿水平向滑动。因此,支座反力包括一个反力矩 M 和一个竖向反力 R_y 。计算简图用两根竖向平行链杆表示(图 1-4)。



图 1-4

(四) 固定支座

这种支座不允许结构发生任何移动和转动。它的反力的大小、方向和作用点都是未知的,因此,可以用水平和竖向的分反力 R_x 和 R_y 以及反力矩 M 来表示(图 1-5(a))。固定支座也可用三根既不全平行又不全交于一点的链杆表示(图 1-5(b)),在计算简图中则常采用图 1-5(c)所示的图形。

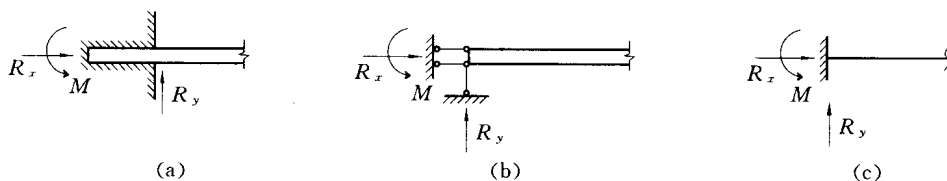


图 1-5

在实际结构中,凡嵌入固定基础的杆件,其嵌入部分有足够的长度,致使杆端不能有任何移动和转动时,该端就可视为固定支座。又如插入杯形基础中的柱子,如果用细石混凝土填缝,则柱的下端一般也看作是固定支座(参见图 3-6)。

二、结点

在杆件结构中,杆件之间相互联结的部位叫做结点。根据结构的受力特点和结点的构造所允许各杆件绕结点转动的情况,在计算中常采用以下两种结点简图。

(一) 铰结点

铰结点的特点是它所联结的各杆件在铰点不能相互分离,但可以绕铰作相对的自由转动。例如图 1-6(a)所示木屋架的端结点,它的构造情况大致符合上述约束的要求,故其计算简图如图 1-6(b)所示,其中两杆之间的夹角 α 是可以自由改变的。

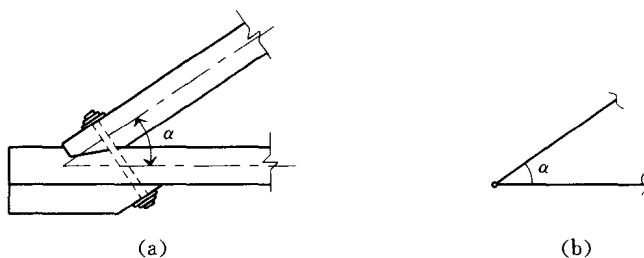


图 1-6

在实际结构中,根据其受力特点,如果一根杆件只有轴力,则此杆两端可用铰与结构的其他部分相联(参见图 1-8)。

(二) 刚结点

刚结点的特点是它所联结的各杆件在铰点不能相互分离,也不能绕结点作相对自由转动。变形前后在结点处各杆端切线的夹角保持不变,即各杆端切线转动的角度应相等。例如图 1-7(a)所示钢筋混凝土结构的某一结点,它的构造是三根杆件之间用钢筋联成整体并用混凝土浇注在一起,这种结点的变形情况基本上符合上述特点,故可视为刚结点,其计算简图如图 1-7(b)所示。

有时还会遇到铰结点和刚结点在一起形成的组合结点。例如,在图 1-7(c)中, A 、 B 为刚结点, C 为铰结点, D 则为组合结点。组合结点 D 应视为 BD 、 ED 、 CD 三杆在此结点相联,其中 BD 与 ED 二杆是刚性联结, CD 杆则由铰联结。

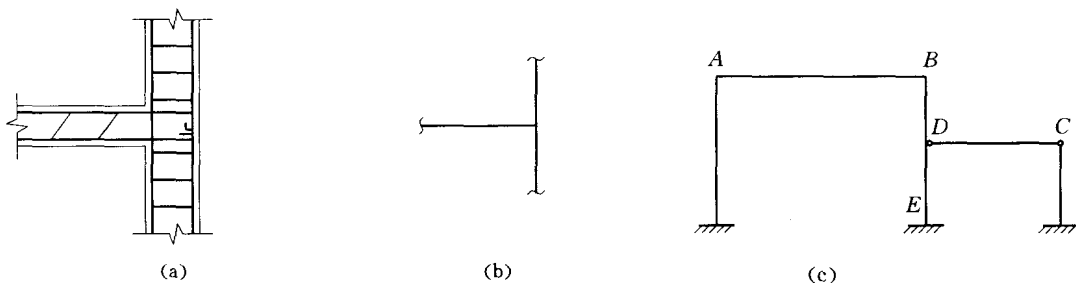


图 1-7

综上所述,我们必须根据结构的支座和结点的实际构造情况,并分析其受力和变形特点,正确确定各支座和结点的类别。

下面用一个简单例子来说明选取计算简图的方法。

图 1-8(a)所示为工业建筑中采用的一种桁架式组合吊车梁,横梁 AB 和竖杆 CD 由钢筋混凝土做成,但 CD 杆的截面面积比 AB 梁的截面面积小很多。斜杆 AD 、 BD 则为 $\phi 16$ 锰圆钢。吊车梁两端由柱子上的牛腿支承。

支座简化: 由于吊车梁的两端仅通过较短的焊缝与柱子牛腿上的预埋钢板相联,这种构造对吊车梁支承端的转动不能起多大的约束作用,又考虑到梁的受力情况和计算的简便,所以梁的一端可简化为铰支座而另一端则简化为辊轴支座。

结点简化: 因 AB 是一根整体的钢筋混凝土梁,截面较大,故在计算简图中, AB 取为连续

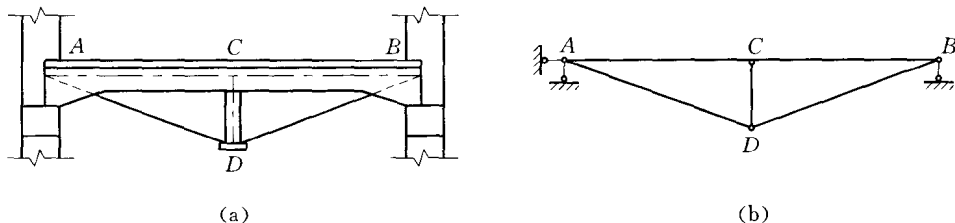


图 1-8

杆；而竖杆 CD 和钢拉杆 AD 、 BD 与杆件 AB 相比，截面都较小，它们基本上都只承受轴力，故 CD 、 AD 、 BD 的两端都可看作是铰结，其中 C 铰联在 AB 的下方。

再用各杆件的轴线代替各杆件，则得图 1-8(b) 所示的计算简图。图中 A 、 B 、 D 为铰结点， C 为组合结点。这个简图，保证了主要杆件横梁 AB 的受力性能（有弯矩、剪力和轴力）；对其余三杆，保留了主要内力为轴力这一特点，而忽略了较小的弯矩和剪力的影响。对于支座，保留了主要的竖向支承作用，忽略了转动约束的作用。实践证明，分析时取这样的计算简图是合理的，它既反映了结构的变形和受力特点，又能使计算比较简单。

用计算简图代替实际结构进行计算，虽然存在着一定的差异，但这是一种科学的抽象。在力学计算中，突出结构最本质的属性，忽略一些次要因素，这样就能更深入地了解问题的实质，认识事物的内在规律性。恰当地选取实际结构的计算简图，是一个比较复杂的问题，不仅要掌握选取的原则，而且需要有较多的实践经验。对一些新型结构，往往还要通过反复试验和实践才能获得比较合理的计算简图。不过，对于常用的结构，前人已积累了许多经验，我们可以直接采用那些已为实践所验证的常用的计算简图。在计算简图选定之后，在作结构设计时，还应采取相应的构造措施，以使实际结构的内力分布和变形特点与计算简图的情况相符。

还应指出，计算简图的选择与采用的计算方法和计算工具有关。如果所使用的计算工具愈先进，则愈可以选择更为精确一些的计算简图。例如，结构矩阵分析方法和电子计算机的应用使许多较为复杂的计算简图得以采用。

§ 1-3 杆件结构和荷载的分类

一、杆件结构的分类

杆件结构的分类指其计算简图的分类，通常分为如下几种类型。

(一) 梁

梁是一种受弯杆件，可以是单跨的（图 1-9(a)、(c)），也可以是多跨连续的（图 1-9(b)、(d)）。

(二) 拱

拱是曲线形的且在竖向荷载作用下将产生水平反力的杆件结构（图 1-10）。这种水平反力将使拱内弯矩远小于跨度、荷载及支承情况相同的梁的弯矩。

(三) 刚架

刚架是由梁和柱组成的结构（图 1-11），各杆件主要受弯。刚架的结点主要是刚结点，也可以有部分铰结点或组合结点。

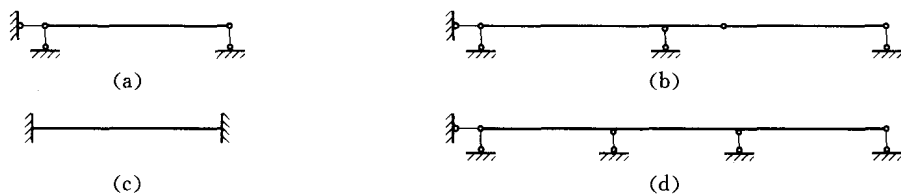


图 1-9

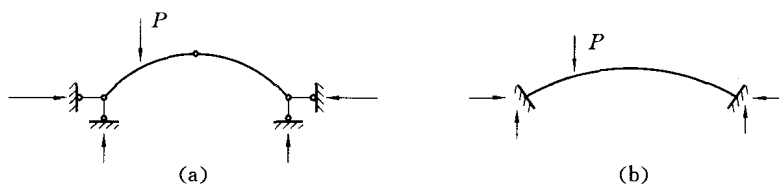


图 1-10

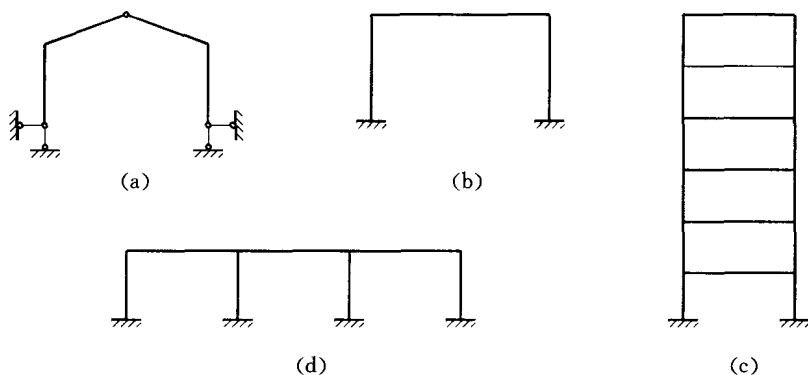


图 1-11

(四) 桁架

桁架是由若干杆件在每杆两端用理想铰联结而成的结构(图 1-12)。其各杆的轴线一般都是直线,当只受到作用于结点的荷载时,各杆只产生轴力。

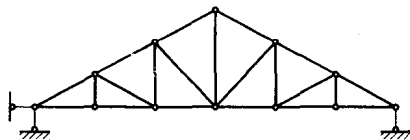


图 1-12

(五) 组合结构

在这种结构中(图 1-13),有些杆件只承受轴力,而另一些杆件还同时承受弯矩和剪力。

二、荷载的分类

作用于结构上的荷载,按其作用时间的久暂可以分为恒载和活载两类。恒载是指永久作用在结构上的荷载,如自重、结构上的固定设备的重量等。活载是指暂时作用在结构上的短期荷载及位置可以变动的移动荷载,如结构上的临时设备、风力、雪重、人群、水压力、移动的吊

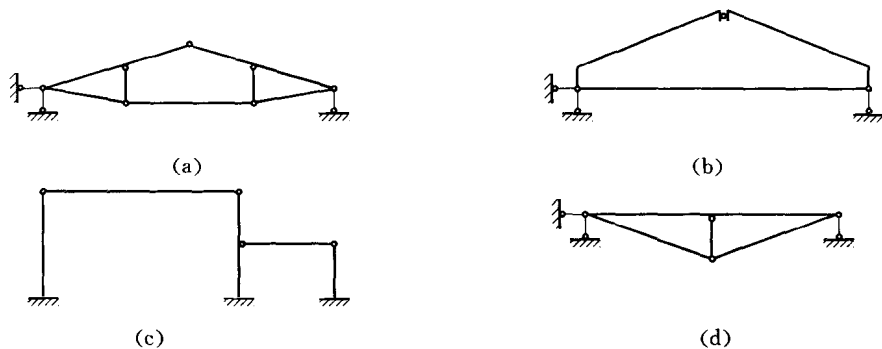


图 1 - 13

车等。

根据荷载作用的性质,又可分为静力荷载和动力荷载。静力荷载是指逐渐增加的、不致使结构产生显著的冲击或振动,因而可略去惯性力影响的荷载,恒载和上述大多数活载都属静力荷载。动力荷载是指作用在结构上面会引起结构显著的冲击或振动的荷载,在这类荷载作用下,结构将会产生不容忽视的加速度。例如动力机械的振动、爆炸冲击、地震等所引起的荷载就是动力荷载。

本书只讨论结构在静力荷载作用下的计算问题。

应该指出,结构除承受上述荷载外,还可能受到其他外来因素的作用,如温度改变、支座位移、材料收缩等。从广义上来说,这些因素也可以叫做荷载。对超静定结构来说,在这些因素影响下,也会使结构产生内力,这种内力有时甚至是很大的。

第二章 体系的几何组成分析

§ 2-1 几何组成分析的目的

杆件结构是由若干杆件互相联接所组成,并与地基联接成一整体,用来承受荷载作用的体系。当不考虑各杆件本身的变形时,它应能保持其原有几何形状和位置不变,即当不考虑材料的应变时,杆件结构的各个杆件之间以及整个结构与地面之间,应不致发生相对运动,即处于相对静止的状态。

体系受到任意荷载作用后,在不考虑材料应变的条件下,若能保持其几何形状和位置不变者,称为几何不变体系,图 2-1(a)所示即为这类体系的一个例子。可是另有一类体系,如图 2-1(b)所示的例子,尽管只受到很小的荷载 P 的作用,也将引起几何形状的改变,这类体系称为几何可变体系。显然,几何可变体系是不能作为结构来采用的。



图 2-1

对体系几何组成的性质和规律进行的分析称为几何组成分析。作这种分析的目的在于:判别某一体系是否几何不变,从而决定它能否作为结构;研究几何不变体系的组成规则,以保证所设计的结构能承受荷载而维持平衡;同时也为正确区分静定结构和超静定结构以及进行结构的内力计算打下必要的基础。

在本章中,只讨论平面杆件体系的几何组成分析。

§ 2-2 体系自由度的概念

为了便于对体系进行几何组成分析,先讨论平面体系自由度和约束的概念。

一、自由度

一个点在平面内可有两种独立的运动方式。例如,图 2-2(a)中 A 点到 A' 位置可以分解为水平和竖直两个方向的独立运动。或者说,一个点在平面内的位置需由两个独立坐标来确定,如 A 点坐标为 (x, y) , A' 点坐标为 $(x + \Delta x, y + \Delta y)$ 。因此,我们说一个点在平面内具有两个自由度。

一个刚片在平面内可有上下、左右两个方向移动和绕某点转动三种独立运动方式。例如,图 2-2(b)中刚片 AB 到 $A'B'$ 位置的运动。或者说,它在平面内的位置需由三个独立坐标来确

定。如 AB 的坐标 (x_A, y_A, θ_A) 和 $A'B'$ 位置的坐标 $(x_A + \Delta x, y_A + \Delta y, \theta_A + \Delta \theta)$ 。因此, 我们说一个刚片在平面内有三个自由度。

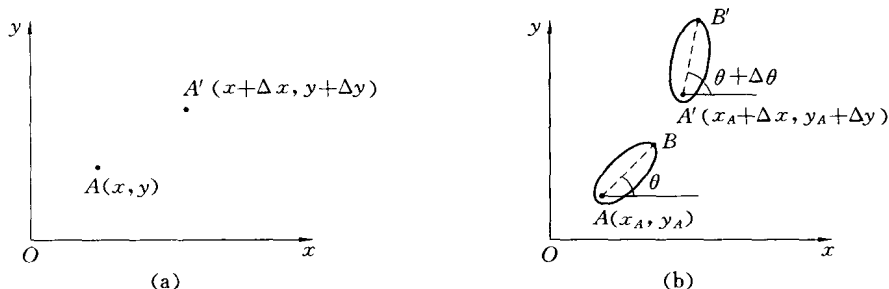


图 2-2

一般说, 一个体系有 n 个独立运动方式, 即有 n 个自由度。换句话说, 一个体系的自由度等于这个体系运动时可以独立改变的坐标数目或确定该体系位置所需的独立坐标数目。凡是自由度没有全部受到约束的体系, 即有自由度的体系, 都是几何可变体系。

二、约束

对运动起限制作用而减少体系自由度的装置称作约束, 能减少一个自由度的装置相当于一个约束。例如, 图 2-3(a) 用一根链杆将刚片与基础相连, 则刚片将不能沿链杆方向移动, 减少了一个自由度, 故一根链杆相当于一个约束。如果再加一根链杆如图 2-3(b), 则刚片又减少了一个自由度, 此时, 它就只能绕 A 点作转动而丧失了自由移动的可能。这两根链杆实际上是一个铰支座, 因此一个铰支座相当于两个约束, 也即相当于两根链杆的约束。又如用一铰将两刚片在 A 点相连(图 2-3(c)), 那么, 刚片 I 仍有三个自由度, 而刚片 II 因 A 点位置随刚片 I 的位置而定, 只保留了绕 A 转动的一个自由度, 故体系的总自由度从 $2 \times 3 = 6$ 个变为 4 个, 减少了两个。故一个单铰(联结两个刚片的铰)相当于两个约束, 也相当于两根链杆的约束作用。反之, 两根链杆也就相当于一个单铰的作用。当两刚片在 A 点刚接起来(即加一刚结点), 那么, 两刚片变成了一个刚片, 只有 3 个自由度, 故刚性连接相当于 3 个约束。类似地, 固定支座也相当于 3 个约束。

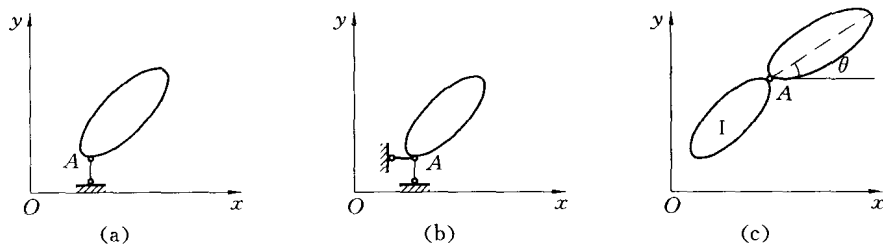


图 2-3

一个平面体系, 通常都是若干个刚片加入某些约束所组成的。加入约束的目的是为了减少体系的自由度。如果在组成体系的各刚片之间恰当地加入足够的约束, 就能使刚片与刚片之间不可能发生相对运动, 从而使该体系成为几何不变的体系。

三、虚铰(瞬铰)

如图 2-4 所示,若将刚片 I 和 II 用两根不平行的链杆 AB 和 CD 联结,设刚片 I 固定不动,则 A 、 C 两点将为固定;当刚片 II 运动时,其上 B 点将沿与 AB 杆垂直的方向运动,而其上 D 点则将沿与 CD 杆垂直的方向运动,故刚片 II 运动时将绕 AB 与 CD 两杆延长线的交点 O 而转动。同理,若刚片 II 固定不动,则刚片 I 也将绕 O 点而转动。我们称 O 点为刚片 I 和 II 的相对转动瞬心。此状态就像把刚片 I 和 II 用圆柱铰在 O 点相联结的状态一样,这进一步证实了两根链杆的作用相当于一个铰,不过与一般的铰(称为实铰)不同,现在这个铰的位置是在链杆的轴线延长线上,且其位置随链杆的转动而改变,所以把这种铰称为虚铰或瞬铰。

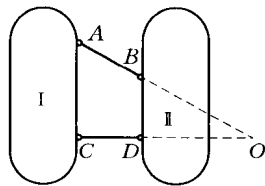


图 2-4

§ 2-3 几何不变体系的组成法则

为了确定平面体系是否几何不变,须研究几何不变体系的组成法则。下面讨论无多余约束的几何不变体系的基本组成法则。

一、三刚片法则

三个刚片用不在同一直线上的三个铰两两相联,则所组成的体系是几何不变的。

如图 2-5(a)所示,刚片 I、II、III 用不在同一直线上的 A 、 B 、 C 三个铰两两相联。若将刚片 I 固定不动(例如看作是基础),则刚片 II 将只能绕 A 点转动,其上 C 点必在半径为 AC 的圆弧上运动,而刚片 III 则只能绕 B 点转动,其上 C 点又必在半径为 BC 的圆弧上运动。因 C 点不可能同时在两个不同的圆弧上运动,故知各刚片之间不可能发生相对运动,所以这样组成的体系是几何不变的。

由于两根链杆的作用相当于一个铰,故可将任一个铰换为两根链杆所构成的虚铰,只要三个虚铰不共线,如图 2-5(b)所示的体系也是几何不变的。

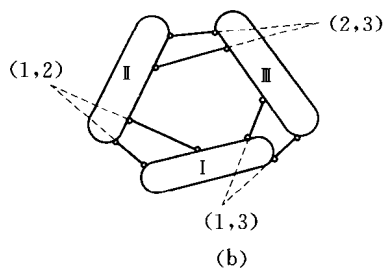
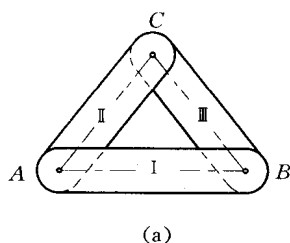


图 2-5

此法则也可称为三角形法则,它是最基本的组成法则,下面两个组成法则可以从它演变而得。

值得指出,三刚片法则中有个限制条件,即要求三个铰(实铰或虚铰)不在同一直线上。否则,若像图 2-6 所示的三个铰共线的体系,将是一种特殊的几何可变体系。此时 C 点位于以 AC 和 BC 为半径的两个圆弧的公切线上,故在这一瞬间, C 点可沿此公切线作微小的移动。不过在发生一微小移动后,三个铰就不再位于一直线上,运动也就不再发生。这种在某一瞬时可以产生微小运动的体系,称为瞬变体系,它是几何可变体系的一种特殊情况。

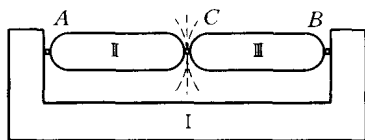


图 2-6

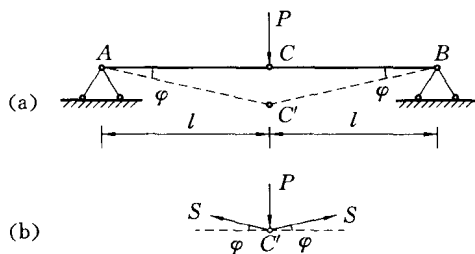


图 2-7

虽然瞬变体系看来只在某一瞬时产生微小的相对运动,随后即成为几何不变的,但是,进一步考察其受力情况就将发现,即使是在很小的荷载作用下,其内力也会接近无穷大,如图2-7(a)所示瞬变体系。设外力 P 作用于 C 点,由图2-7(b)所示脱离体的平衡条件 $\sum Y = 0$ 可得

$$S = \frac{P}{2\sin\varphi}$$

因为 φ 为一无穷小量,所以

$$S = \lim_{\varphi \rightarrow 0} \frac{P}{2\sin\varphi} = \infty$$

可见,杆 AC 和 BC 将产生很大的内力和变形。由此可知,瞬变体系在工程中是决不能采用的。

二、两刚片法则

两刚片用不全交于一点也不全平行的三根链杆相联结,则所组成的体系是几何不变的。

如果把图2-5(a)中的刚片Ⅲ视为一链杆,就化为图2-8(a)中两刚片一铰一链杆体系。该链杆也为一刚片,且与其他部分仍用原来的两个铰相连,故没有改变原体系各部分约束情况,所以它也是几何不变体系。进一步,把图2-8(a)中的铰 A 用两链杆代替化为图2-8(b)所示两刚片三链杆体系,它也是几何不变体系。但是,当三链杆交于一点或相互平行时,如图2-9(a)、(b),

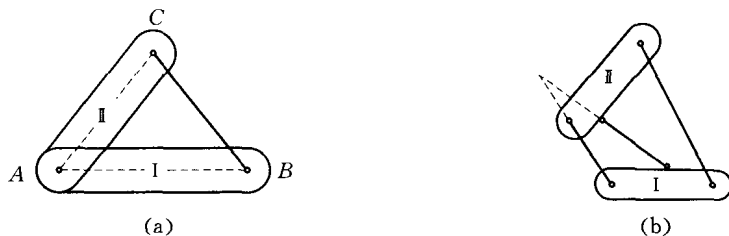


图 2-8

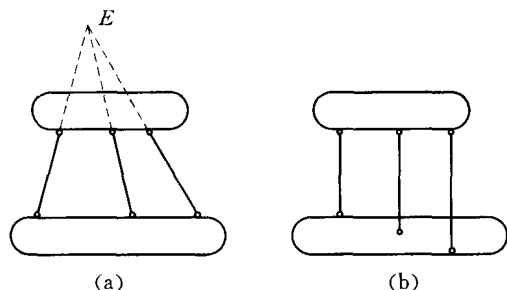


图 2-9

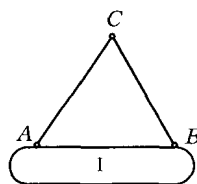


图 2-10

就成为瞬变体系。这是因为两刚片可绕 E 点作瞬时相对转动(对图 2-9(a))或作瞬时相对水平移动(对图 2-9(b))。

三、二元体法则

一个体系不因增加或减少二元体而改变其原有的几何组成性质。

如果把图 2-5(a)中的刚片Ⅱ和Ⅲ都看成链杆,就化为图 2-10。其中链杆 AC 和 BC 将刚片Ⅰ和结点 C 联结在一起,组成几何不变体系。这种联结一个新结点的不共线两链杆装置称为二元体。在一刚片或几何不变体系上加上二元体或减去二元体,得到的体系仍为几何不变体系。如果原体系为几何可变的,加上或减去二元体仍是几何可变体系。

应该指出,按上述几何不变体系的简单组成法则所组成的体系,从保证其几何不变性来说,它具备了最低限度的约束数目,即符合上述法则组成的体系为几何不变无多余约束的体系。如果一个体系的约束数目比法则要求的约束数目少,则该体系是几何可变的。如图 2-11(a)所示的体系, AB 和地基两刚片间只有两根链杆相连,缺少一个链杆,不符合两刚片法则的要求,所以它是几何可变体系。但如果一个体系的约束数目比法则要求的约束数目多,则称它为几何不变有多余约束的体系。如图 2-11(b)所示体系,为满足两刚片法则只需三根链杆,现在有一根链杆是多余的,它对保持体系几何不变性来说是一个多余约束。

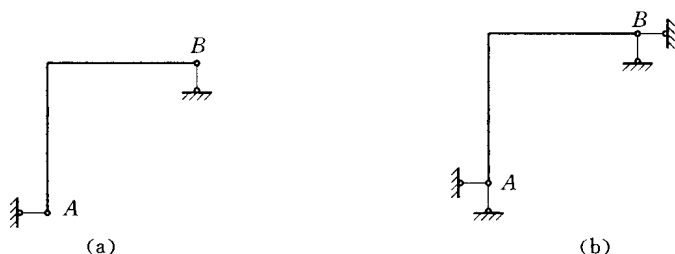


图 2-11

§ 2-4 几何组成分析举例

几何组成分析的依据是前述组成法则。分析时,宜先对体系作适当简化,例如去掉二元体,或将直接观察出的几何不变部分当作扩大的刚片等;然后根据组成法则选定刚片和约束(铰和链杆)并作出结论。应该注意,体系中任何一个仅用两个铰与其他部分相连的几何不变部分,根据分析需要,可将此部分选作为刚片或者选为连接上述两铰的链杆,而任何一个用两个以上的铰与其他部分相连的几何不变部分则必须选作为刚片。

例 2-1 分析图 2-12 所示体系的几何组成。

解: 刚片 AB 用不共点三链杆 1、2、3 与基础相连。将 AB 与地基视为几何不变的大刚片,此刚片与刚片 CD 之间又用不共点三链杆(4、5 和 BC)相连。故该体系为几何不变且无多余约束的体系。

例 2-2 对图 2-13 所示体系作几何组成分析。

解: 此体系中, ABC 和 ADE 两部分均为铰接三角形体系。它们均可由一个基本的铰接三角形开始,多次增加二元体而得到,故知均为几何不变的,可视为两个刚片Ⅰ和Ⅱ。刚片Ⅰ和Ⅱ之间用铰 A 和链杆 CD 相连,且 CD 不通过铰 A ,所以组成几何不变体系 ABE ,它又可视为一