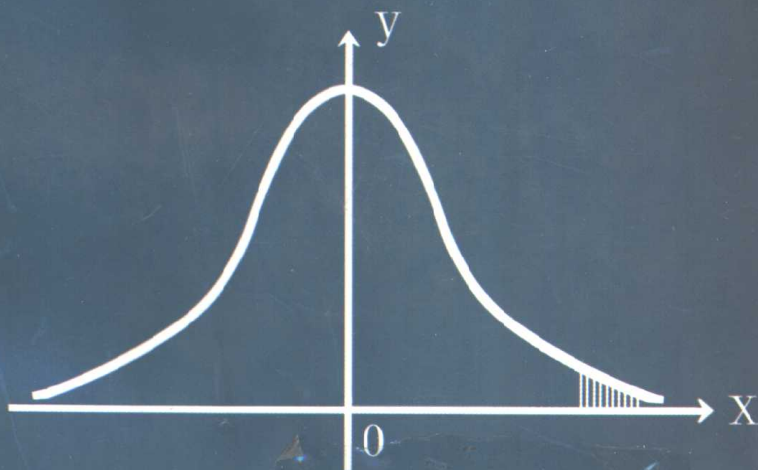


高等教育自学考试（经济类）

高等数学学习引导 习题试题全解

裴雪重 主编



$$\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{5}, \frac{5}{8}, \frac{8}{13}, \frac{13}{21}, \frac{21}{34}, \dots \rightarrow \frac{\sqrt{5}-1}{2}$$

$$\alpha > 0, \alpha > 1, x \rightarrow +\infty, \frac{\log_{\alpha} x}{x^{\alpha}} \rightarrow 0, \frac{x^{\alpha}}{\alpha^x} \rightarrow 0$$

经济管理出版社

普通高等教育“十一五”国家级规划教材

高等数学学习引导 习题试题全解

张维先 主编



中国统计出版社

高等教育自学考试（经济类）

高等数学学习引导 习题试题全解

裴雪重 主编

经济 管 理 出 版 社

责任编辑 薛世明
版式设计 徐乃雅
责任校对 郭缸生 贾全慧

图书在版编目 (CIP) 数据

高等数学学习引导习题试题全解/裴雪重主编. —北京: 经济管理出版社, 1998.8

高等教育自学考试: 经济类用

ISBN 7-80118-671-0

I. 高… II. 裴… III. 高等数学—高等教育—自学考试—解
题 IV. 013-44

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (98) 第 17404 号

高等数学学习引导习题试题全解

裴雪重 主编

出版: 经济管理出版社

(北京市新街口六条红园胡同 8 号 邮编: 100035)

发行: 经济管理出版社总发行 全国各地新华书店经销

印刷: 交通印务实业公司

850×1168 毫米 1/32 28 印张 698 千字

1998 年 8 月第 1 版 1998 年 8 月北京第 1 次印刷

印数: 1—11000 册

ISBN 7-80118-671-0/F·640

定价: 40.00 元

·版权所有 翻印必究·

(凡购本社图书, 如有印装错误, 由本社发行部负责调换。

地址: 北京阜外月坛北小街 2 号 邮编: 100836)

内 容 提 要

经济管理出版社为了出一本高质量的，有教学特色的，符合广大自考生需要的经济类高等数学辅导书，曾用一年时间在北京市自考界进行考查，考查项目包括教学班参加统考的及格率，学生对教师讲课的反映和教学笔记的质量等。经过全面考查，并征询几个区自考办的意见，出版社选定了教学质量高、业务能力强、知名度大和影响范围广的裴雪重教授担纲主编这本书。

本书是供财经类学员学习高等数学的指导书。书中对高等教育自学考试教材（人大修订版的《微积分》，以及《线性代数》和《概率论》）的全部习题做了完全的解答，对自考产生以来所有年份（1984年至1998年）高等数学的全部试题（包括加考试题）也提供了完全的解答。解题特别注重方法和技巧，过程详尽，对于典型的习题和试题给出多种解法，对于学员普遍感觉困难的选择题，则给出答案并分析解释选与不选的原因，不厌其详，尤其适于初学者和自学者阅读。每一章节前有学习建议，提供了恰当的学习方法，对于学习和掌握基本知识、抓住重点内容和获得解题窍门有指导意义；对于提高思维能力和知识层次也有启发和引导作用。学习建议还指定了各章习题的最低限度要求，供时间紧张的自学者参考。本书服务的主要对象是参加高等教育自学考试的考生，成人高校的考生；本书也可做为一般高校师生的教学参考书。裴雪重教授任主编，参加编写工作的作者还有刘建平、乔力、宋世峰、高世金、孙玮、刘晨、陈光志、李银凤、李松青、权宏春、王兰、郭盈辉、王明皓和范慧文等。本书的责任编辑是薛世明。

序 言

——方法是学习的根本

人怎么活法决定人是否幸福，人用什么方法学习决定学习的成败。人生的根本问题是方法问题。裴雪重教授搞科研、写论文、讲授学术问题，都风格隽永，表现出不同凡响的睿智，原因在于他总是拿出一套独特的解决问题的方法。聆听过裴雪重教授讲课的人，无论是博士生、硕士生、本科生，还是自考生，都反映印象难忘。难忘不仅在于知识本身，还在于他那独立的气质，自由的精神，学识的修养，批判的锋芒和创造的魄力。这些都是中国知识界和学者群中难得的表现。

由于裴雪重教授善于在方法上标新立异，因此在科学研究方面有较深造诣和众多的成果。他提出中国计量历史的研究方法，提出关于太阳系的新理论——日重效应，提出以公理化思想解答李约瑟（Joseph Needham）难题，提出天文、地理、植物、人体解剖、人体生理和中医理论方面的黄金分割律，提出用生物数学方法研究生命大爆炸现象，给出以功能和表现划分生物级别的新理论。他发表的专著和论文在国内外理论界产生重要影响，多次获奖。他在基础理论方面的研究和应用数学的论文，被美国权威的柯尔比（Colby）科学文化信息中心评选为优秀论文，获选进入国际电脑网路优秀科学论文库。联合国曾交流过他的文章。他还曾应邀赴美国讲学。裴雪重教授的研究工作和主要学术观点被众多媒体广泛报道，并入选《中国当代科技名人录》和香港出版

的《世界学术文库》。

裴雪重教授崇尚孔夫子“有教无类”的教育思想，崇尚使数学得以发展和社会得以进步的公理化思想。“压伤的芦苇，他不折断；将残的灯火，他不吹灭。”他极力使最弱者建立起独立和自强的信心。在他的帮助下，众多基础薄弱又束手无策的自考生顺利地通过了考试，教学班的及格率和高分率远远超出社会上的平均水平。

我国的高等教育自学考试由于严格实行教学和考试独立的制度，从而杜绝了腐败现象，对教与学的水平提出了高标准要求。教师的教学质量、知名度和影响力完全以听课学员的反映和统考的成绩为客观依据。经济管理出版社的编辑们，为了出一本高质量的符合社会需要的经济类高等数学辅导书，曾用一年时间在北京市自考界进行考查，考查项目包括教学班考试的及格率，学生对教师讲课的反映和教学笔记的质量。为了检查课堂教学效果，编辑们还亲临教学第一线听课。根据以上考查的综合评定，经济管理出版社特约裴雪重教授主编此书。

裴雪重教授主编的这本《高等数学学习引导和习题试题全解》，为广大读者提供了便捷学习的机会。书中各章的学习建议，言简意赅，不乏点睛之笔。如第七章的裴氏第一定理和裴氏第二定理，是学习无穷级数的绝妙方法。这两个定理使得在传统研究方法崎岖山道上攀登的人来到了平川，使得最困难的问题变成了最容易的问题，是研究方法和教学方法的革新。这两个定理抓住了无穷级数的本质，本质都是简单的，只有现象才是复杂的。裴雪重教授的教学特点就是抓知识的本质，提出解决问题的巧妙方法。没有深厚的理论基础和丰富的教学经验是不可能做到这一点的。因此这本书的指导作用还在于，对广大数学教师深刻理解知识实质和掌握优秀的教学方法，必定产生很大的裨益。这本书大部分篇幅是关于自考教材各部分（微积分、线性代数和概率）各

章全部习题的详解，自考产生以来所有年份（1984 年至 1998 年）的全部试题（包括加考试题）的详解。对典型习题和试题提供一题多解，对学员普遍感觉困难的选择题，则给出答案并分析解释选和不选的理由，不厌其详。这种写书的方法对初学者和自学者非常必要。很多学员为解一道习题常常花费几个小时，甚至用去几天的思索，而一般读物对解题不注意细节，重要步骤往往一笔带过，初学者苦于不能理解，得不到指导。我们只有站在广大初学者和自学者的立场上看问题、想问题、解决问题，才能收到良好的社会效益。对每一个学员和读者，更多地启发和诱导，更多地给予和帮助，耐心细致地介绍适合成人学习高等数学的方法，寻求恰如其分的解题技巧，这些就是本书的特点。

吉叶喆

1998 年 8 月 1 日

目 录

第一部分 微积分

第一章 函数	(1)
学习建议	(1)
习题一(A)	(2)
习题一(B)	(34)
第二章 极限与连续	(43)
学习建议	(43)
习题二(A)	(45)
习题二(B)	(88)
第三章 导数与微分	(99)
学习建议	(99)
习题三(A)	(100)
习题三(B)	(149)
第四章 中值定理, 导数的应用	(157)
学习建议	(157)
习题四(A)	(159)
习题四(B)	(205)
第五章 不定积分	(216)
学习建议	(216)
习题五(A)	(217)
习题五(B)	(264)

第六章 定积分	(272)
学习建议.....	(272)
习题六(A)	(273)
习题六(B)	(315)
第七章 无穷级数	(325)
学习建议.....	(325)
习题七(A)	(326)
习题七(B)	(365)
第八章 多元函数	(372)
学习建议.....	(372)
习题八(A)	(373)
习题八(B)	(421)
第九章 微分方程	(431)
学习建议.....	(431)
习题九(A)	(432)
习题九(B)	(463)

第二部分 线性代数

第一章 行列式	(467)
学习建议.....	(467)
习题一(A)	(468)
习题一(B)	(489)
第二章 矩阵	(498)
学习建议.....	(498)
习题二(A)	(501)
习题二(B)	(544)

第三部分 概率论

第一章 概率初步知识·····	(555)
学习建议·····	(555)
习题一(A)·····	(557)
习题一(B)·····	(565)
第二章 随机变量及其分布·····	(569)
学习建议·····	(569)
习题二(A)·····	(570)
习题二(B)·····	(580)

第四部分 北京市历年高等教育自学考试 《高等数学》(一)试题详解和分析

说明·····	(587)
北京市高等教育自学考试《高等数学》(一)(财经类)	
考试大纲(试行)·····	(589)
北京市高等教育自学考试《高等数学》(二)(财经类)	
考试大纲(试行)·····	(595)
北京市一九八四年高等教育自学考试高等数学试题及 详细解答和分析·····	(597)
北京市一九八五年高等教育自学考试高等数学试题及 详细解答和分析·····	(603)
北京市一九八六年高等教育自学考试应用数学基础(一) 试题及详细解答和分析·····	(614)
北京市一九八七年高等教育自学考试应用数学基础(一) 试题及详细解答和分析·····	(636)

北京市一九八八年高等教育自学考试应用数学基础(一)	
试题及详细解答和分析·····	(656)
北京市一九八九年上半年高等教育自学考试应用数学	
基础(一)试题及详细解答和分析·····	(677)
北京市一九八九年下半年高等教育自学考试应用数学	
基础(一)试题及详细解答和分析·····	(702)
北京市一九九〇年上半年高等教育自学考试应用数学	
基础(一)试题及详细解答和分析·····	(721)
北京市一九九一年上半年高等教育自学考试应用数学	
基础(一)试题及详细解答和分析·····	(737)
北京市一九九二年上半年高等教育自学考试应用数学	
基础(一)试题及详细解答和分析·····	(750)
北京市一九九三年上半年高等教育自学考试应用数学	
基础(一)试题及详细解答和分析·····	(765)
北京市一九九四年上半年高等教育自学考试高等数学	
(一)试题及详细解答和分析·····	(776)
北京市一九九五年上半年高等教育自学考试高等数学	
(一)试题及详细解答和分析·····	(792)
北京市一九九五年下半年高等教育自学考试高等数学	
(一)试题及详细解答和分析·····	(808)
北京市一九九六年上半年高等教育自学考试高等数学	
(一)试题及详细解答和分析·····	(818)
北京市一九九六年下半年高等教育自学考试高等数学	
(一)试题及详细解答和分析·····	(835)
北京市一九九七年上半年高等教育自学考试高等数学	
(一)试题及详细解答和分析·····	(848)
一九九八年上半年北京市高等教育自学考试高等数学	
(一)试题及详细解答和分析·····	(865)

第一部分 微积分

第一章 函数

学习建议

微积分研究的对象是函数,函数牵扯到绝大部分中学数学知识.如果考生学习的时间较紧,本章可以简略复习,最必要的内容有三点.

第一,函数的定义域和值域.集合是作为描述定义域的手段出现的.为了确定值域,常需求反函数,反函数的定义域即直接函数的值域.

第二,自变量与函数的对应关系.

第三,函数的简单性质,包括增减性、奇偶性、有界性和周期性.

最低限度习题:

习题 A:28(1)—(6),29,48,49(1)—(3),50,51;

习题 B:3,4,14,15,16.

习题一(A)

1. 按下列要求举例:

- (1) 一个有限集合;
- (2) 一个无限集合;
- (3) 一个空集;
- (4) 一个集合是另一个集合的子集.

解: (1) 一个有限集合: 例如 $A = \{x \mid x^2 - 4 = 0\}$, 或 $A = \{1, 2, 3\}$ 是有限集合.

(2) 一个无限集合: 例如 $A = \{x \mid x < 5\}$, 或 $A = \{\text{全体实数}\}$ 是无限集合.

(3) 一个空集: 例如 $A = \{(xy) \mid x^2 + y^2 = -1 (x, y \text{ 都是实数})\}$ 是空集, 或 $A = \{\text{任意双曲线与其渐近线的交点}\}$ 是空集.

(4) 一个集合是另一个集合的子集: 例如 $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{1, 2, 3, 5, 7\}$, A 是 B 的子集; 或 $A = \{x \mid x > 3\}$, $B = \{x \mid x > 4\}$, B 是 A 的子集.

2. 用集合的描述法表示下列集合.

- (1) 大于 5 的所有实数集合;
- (2) 圆 $x^2 + y^2 = 25$ 内部(不包含圆周)一切点的集合;
- (3) 抛物线 $y = x^2$ 与直线 $x - y = 0$ 的交点的集合.

解: (1) $A = \{x \mid x > 5, x \in R\}$

(2) $A = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 < 25, x, y \in R\}$

(3) $A = \{(x, y) \mid y = x^2 \text{ 且 } x - y = 0, x, y \in R\}$.

3. 用列举法表示下列集合.

- (1) 方程 $x^2 - 7x + 12 = 0$ 的根的集合;
- (2) 抛物线 $y = x^2$ 与直线 $x - y = 0$ 交点的集合;
- (3) 集合 $\{x \mid |x - 1| \leq 5 \text{ 的整数}\}$.

解: (1) $x^2 - 7x + 12 = 0$

$$(x-3)(x-4)=0$$

$$x_1=3 \quad x_2=4$$

$\therefore \{3,4\}$ 为所求.

$$(2) \begin{cases} y=x^2 \\ x-y=0 \end{cases} \quad \begin{cases} x_1=0 \\ y_1=0 \end{cases} \quad \begin{cases} x_2=1 \\ y_2=1 \end{cases}$$

$\therefore \{(1,1) (0,0)\}$ 为所求.

$$(3) -5 \leq (x-1) \leq 5$$

$$-4 \leq x \leq 6$$

$\therefore \{-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 为所求.

4. 下列哪些集合是空集.

$A = \{x | x+1=0\}$, $B = \{x | x^2+1=0, x \text{ 为实数}\}$, $C = \{x | x > 1 \text{ 且 } x < 0\}$, $D = \{x | x > 0 \text{ 且 } x < 1\}$, $E = \{(x, y) | x^2 + y^2 = 1 \text{ 且 } x + y = 3, x, y \text{ 均为实数}\}$.

解: $\because A = \{x | x+1=0\}$

$$= \{x | x = -1\}$$

$\therefore A$ 不是空集.

$$\because B = \{x | x^2+1=0, x \text{ 为实数}\}$$

又 $\because x^2+1=0, x^2=-1, x \text{ 为实数}$

$\therefore x^2=-1$ 无解

$\therefore B$ 是空集.

$$\because C = \{x | x > 1 \text{ 且 } x < 0\}$$

又 $\because x$ 不能同时大于 1, 小于 0,

$\therefore C$ 是空集.

$$\because D = \{x | x > 0 \text{ 且 } x < 1\}$$

$$= \{x | 0 < x < 1\}$$

$\therefore D$ 不为空集.

$\because E = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 = 1 \text{ 且 } x + y = 3, x, y \text{ 均为实数}\},$

又 $\because \begin{cases} x^2 + y^2 = 1 \\ x + y = 3 \end{cases}$

$$(y - 3)^2 + y^2 = 1$$

$$y^2 - 3y + 4 = 0$$

$$\Delta = (-3)^2 - 4 \times 4 \times 1 = -7 < 0$$

又 $\because x, y$ 均为实数

$\therefore y^2 - 3y + 4 = 0$ 无解

即 $x^2 + y^2 = 1$ 与 $x + y = 3$ 无交点,

$\therefore E$ 为空集.

5. 写出 $A = \{0, 1, 2\}$ 的一切子集.

答: $\{0\}, \{0, 1\}, \{0, 2\}, \{1, 2\}, \{1\}, \{2\}, \{0, 1, 2\},$

$\emptyset$, 为 $\{0, 1, 2\}$ 的子集.

6. 如果 $A = \{0, 1, 2\}$ $B = \{1, 2\}$ 下列各种写法哪些是对的, 哪些是错的.

$1 \in A, 0 \in \overline{B}, \{1\} \in A, 1 \subset A, \{1\} \subset A, 0 \subset A, \{0\} \subset A, \{0\} \subset B, A = B, A \supset B, \emptyset \subset A, A \subset A.$

答: 正确的有: $1 \in A, 0 \in \overline{B}, \{1\} \subset A, \{0\} \subset A, A \supset B, \emptyset \subset A, A \subset A.$

错误的有: $\{1\} \in A, 1 \subset A, 0 \subset A, \{0\} \subset B, A = B.$

判断正确、错误的格式标准: 元素对集合的关系是属于和不属于, 集合对集合的关系是包含和不包含.

7. 设 $A = \{1, 2, 3\}, B = \{1, 3, 5\}, C = \{2, 4, 6\}$ 求: (1) $A \cup B$; (2) $A \cap B$; (3) $A \cup B \cup C$; (4) $A \cap B \cap C$; (5) $A - B$

解: (1) $A \cup B = \{1, 2, 3\} \cup \{1, 3, 5\}$
 $= \{1, 2, 3, 5\}$

$\therefore A \cup B = \{1, 2, 3, 5\}$

(2) $A \cap B = \{1, 2, 3\} \cap \{1, 3, 5\}$

$$= \{1, 3\}$$

$$\therefore A \cap B = \{1, 3\}$$

$$(3) A \cup B \cup C$$

$$= \{1, 2, 3\} \cup \{1, 3, 5\} \cup \{2, 4, 6\}$$

$$= \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

$$\therefore A \cup B \cup C = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

$$(4) A \cap B \cap C$$

$$= \{1, 2, 3\} \cap \{1, 3, 5\} \cap \{2, 4, 6\}$$

$$= \emptyset$$

$$\therefore A \cap B \cap C = \emptyset$$

$$(5) A - B = \{1, 2, 3\} - \{1, 3, 5\} = \{2\}$$

$$\therefore A - B = \{2\}$$

8. 如果 A 表示某单位会英语的人的集合, B 表示会日语的人的集合, 那么 A' , B' , $A - B$, $(A \cup B)'$, $(A \cap B)'$ 各表示什么样的人的集合.

答: A' 表示这个单位内不会英语的人的集合;

B' 表示这个单位内不会日语的人的集合;

$A - B$ 表示这个单位内只会英语的人的集合;

$\therefore A \cup B$ 表示这个单位内会说英语或会说日语的人的集合,

$\therefore (A \cup B)'$ 表示这个单位内不会说英语也不会说日语的人的集合;

$\therefore A \cap B$ 表示这个单位内既会英语又会日语的人的集合,

$\therefore (A \cap B)'$ 表示这个单位内除了既会英语也会日语的人以外的人的集合.

9. 如果 $A = \{x | 3 < x < 5\}$, $B = \{x | x > 4\}$, 求:

(1) $A \cup B$; (2) $A \cap B$; (3) $A - B$.

解: (1) $A \cup B = \{x | 3 < x < 5\} \cup \{x | x > 4\}$