

高等纺织院校教材

纺织机械振动学

纺织工业出版社

高等纺织院校教材

纺织机械振动学

汪群 主编

纺织工业出版社

内 容 摘 要

本书系统地介绍了单自由度、多自由度及弹性体振动的基本理论，并分别介绍了回转体的振动、非线性振动、测振技术以及微电脑用计算程序。

本书着重阐明其物理概念及工程应用，尽力向读者阐明如何把工程问题抽象成为力学模型，并结合大量纺织机械中的应用实例。

本书为纺织院校教材，也可作为其他工科院校机械振动课的教学参考书。

高等纺织院校教材

纺织机械振动学

汪群 主编

纺织工业出版社出版

(北京市长安街12号)

纺织工业出版社印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行

各地新华书店零售

*

16开本 11.5×18.5厘米 1/32 印张 1.75 字数 42千字

1989年1月 第一版第一次印刷

印数：1—1,000 定价：5.40元

ISBN 7-5064-0263-7/TS·0258 (课)

前　　言

纺织机械中，由于转速高、机构复杂、细长轴多等种种原因，存在着大量的振动问题，如高速锭子的弯曲振动、粗细纱机各罗拉的自激振动、梳棉机锡林轴的振动、各种加压机构的振动等，这些振动形成了对进一步提高产品质量和改善劳动条件的严重障碍，但迄今在我国尚未见到这方面的专著。此外，本书着重说明物理概念，介绍工程应用，省略了某些数学推导，尽力向读者阐明如何把工程问题抽象成力学模型，并结合大量纺织机械中的实例。

本书第一章至第六章由江群编写，第七章由侯全英编写，第八章由孙明珠编写，全书由汪群统稿。

天津大学力学系陈予恕教授为全书审稿，并主持了1987年4月召开的本教材审稿会。编写过程中，中国纺织大学马淦林、西北纺院陈兆民、山东纺院张维国等老师提出了很多宝贵意见，在此表示衷心感谢。

由于作者水平有限，缺点和错误在所难免，恳请广大读者批评指正。

编　者

ISBN 7-5064-0263-7/T.S·0258(1)
定 价： 5.40 元

目 录

绪论	(1)
第一章 振动的力学基础	(4)
第一节 谐振动.....	(4)
第二节 振动微分方程.....	(17)
第三节 动力学基本定律.....	(18)
第四节 影响系数法.....	(27)
第五节 拉格朗日方程.....	(37)
第二章 单自由度系统的振动	(52)
第一节 单自由度系统振动概述.....	(52)
第二节 自由振动.....	(63)
第三节 自由振动的固有频率.....	(77)
第四节 纺织零件的转动惯量的测量.....	(86)
第五节 有阻尼的自由振动.....	(89)
第六节 强迫振动.....	(99)
第七节 加压机构的振动分析.....	(114)
第八节 在强迫振动中干扰力与阻尼力作的功.....	(124)
第九节 任意干扰力作用下的强迫振动.....	(128)
第十节 隔振及其在纺织机器中的应用.....	(132)
第三章 多自由度系统的振动	(140)
第一节 多自由度振动系统概述.....	(140)
第二节 两自由度系统的自由振动.....	(143)
第三节 多自由度系统的自由振动.....	(155)
第四节 主振型的性质.....	(168)
第五节 纺织机械自由振动实例.....	(171)

第六节	半正定系统.....	(183)
第七节	自由振动的响应.....	(187)
第八节	多自由度系统的强迫振动.....	(192)
第九节	纺织机械强迫振动实例.....	(201)
第十节	刚体的振动.....	(206)
第十一节	织布机机架的振动.....	(213)
第十二节	用迭代法求多自由度系统的固有频率 及主振型.....	(224)
第四章	弹性体的振动.....	(232)
第一节	弹性体振动概述.....	(232)
第二节	弹性体振动的微分方程.....	(236)
第三节	弦振动、纵振动和扭振动.....	(242)
第四节	较复杂边界条件及连接条件.....	(250)
第五节	梁的横振动（或弯曲振动）.....	(260)
第六节	几种常见的较复杂边界条件及连接条件.....	(268)
第七节	振型函数的性质.....	(272)
第八节	弹性体振动的稳态响应.....	(275)
第九节	纺织机械中弹性体振动实例.....	(282)
第五章	回转轴的振动.....	(303)
第一节	回转轴振动概述.....	(303)
第二节	扭转振动固有频率的估算.....	(306)
第三节	用传递矩阵法求扭振系统的固有频率.....	(309)
第四节	无阻尼受迫扭振的振幅计算.....	(316)
第五节	分支系统的扭转振动.....	(319)
第六节	回转轴突然制动时的扭转振动.....	(330)
第七节	回转轴的临界转速及其计算.....	(338)
第八节	回转力矩及其对临界转速的影响.....	(345)
第九节	回转轴作为连续系统时的临界转速.....	(347)
第六章	非线性振动简介.....	(360)

第一节	非线性系统概述.....	(360)
第二节	相平面、相点和相轨线.....	(366)
第三节	奇点及其分类.....	(368)
第四节	非线性保守系统.....	(372)
第五节	非线性耗散系统.....	(380)
第六节	自激振动.....	(383)
第七节	相图的绘制.....	(390)
第八节	牵伸罗拉的自激振动.....	(398)
第九节	非线性方程的数值解.....	(410)
第七章	振动测量技术.....	(414)
第一节	振动测量概述.....	(414)
第二节	传感器.....	(416)
第三节	振动测试仪器.....	(423)
第四节	显示与记录设备.....	(431)
第五节	振动测试基本技术.....	(440)
第八章	微电脑在振动计算中的应用.....	(453)
第一节	概述.....	(453)
第二节	一元方程的求解.....	(454)
第三节	用传递矩阵法求解回转轴的扭转振动.....	(460)
第四节	高速转子的临界转速.....	(470)
第五节	单自由度系统的数值解.....	(480)
第六节	多自由度系统的自由振动.....	(492)
第七节	多自由度系统的响应.....	(504)
参考文献		(513)

绪 论

振动是指物体在平衡位置附近的往复运动，或指某一种状态的反复变化。不论在日常生活中还是任何工程实际中都能经常遇见，例如心脏的跳动、大海的波涛、钟摆的摆动等。即使看来似乎非常刚硬的房屋、桥梁、机器等也会发生振动。

机械振动是指物体机械运动的反复变化，由于机械运动是各种运动形式中最简单、最普遍的一种，所以机械振动也是最常见的、最基本的振动现象。形形色色的机器的各种振动都属于机械振动。

纺织机器一般来说具有以下特点：

1. 转速较高：如细纱机锭子的转速约为 $20000\text{r}/\text{min}$ ，气流（转杯）纺纱机的纺杯转速高达 $60000\sim 90000\text{r}/\text{min}$ ；经编机主轴的转速有的超过 $1000\text{r}/\text{min}$ ，而最近几年的趋势是转速不断增高，如织布机曲拐轴转速已高达 $600\sim 700\text{r}/\text{min}$ 。

2. 机构复杂：纺织机器的机构类型众多，除了各种匀速转动的机构外，还有很多变速机构，如各种连杆机构、凸轮机构等。由于运动不均匀，因而产生较大的加速度（线加速度或角加速度），从而产生较大的惯性力或惯性力矩，这些都会构成振动源。

3. 细长轴较多：纺织机器中有很多细长轴，例如各种传动轴、各种罗拉以及锭子等，由于这些零件刚度小，因而高速转动时极易产生振动。

物体的振动往往会产生不良后果，例如由于振动产生过大的应变和应力，从而使物体容易破坏或磨损，这就是说振动影响物体的强度，从而缩短物体的使用寿命。有时振动对物体的强

度和使用寿命并未产生影响，但产生过大的噪声却使人们无法忍受。而且，振动还会大大降低产品的质量。

纺织机械振动产生的不良影响主要是噪声和对质量的影响。例如在毛纺厂，针梳机构的噪声高达95~100dB；织布厂中布机的噪声为90~105dB。而所有的振动对产品质量或多或少都有影响。例如梳棉机主轴的振动会改变锡林与盖板之间的隔距，从而影响棉网的质量。

纺织机械中经常遇到的振动问题主要有：

1. 求振动系统的固有频率以及与之相应的主振型，这是振动中最常见的问题，也是研究其它问题的基础。

2. 求回转轴的临界转速。这实质上和上述是同一类的问题。各种类型的高速转子（如细纱机的锭子、气流纺纱机的纺杯系统等），在设计制造前，都应该知道它的临界转速，从而使工作转速保证避开临界转速，以免产生共振。

3. 计算振动系统的响应，包括由于初干扰而产生的响应以及经常性干扰产生的响应。纺机振动中的响应主要是振幅的大小，可根据所限定的振幅的大小，反过来求振动系统中的某些参数。例如对于各种加压机构，加压罗拉的振幅越小越好，为此必须适当选择加压弹簧的刚度，或进一步计算弹簧的圈数，簧丝直径等。

4. 设计隔振器。例如经编机下面必须放置合适的弹簧，这种弹簧被称为隔振器。隔振器的参数必须适当，这样才能减少机器的振动，同时也可减少传给楼板的交变载荷。

振动的分类：

1. 根据振动系统自由度的数目，可分成：①单自由度系统：振动系统只有一个自由度。②多自由度系统：振动系统具有两个或两个以上的自由度。③弹性体振动：振动系统具有无限多个自由度。这种系统也可称为连续系统或分布系统。

2. 根据描述振动系统运动规律的微分方程可分为：①线性振

动：用线性微分方程描述振动系统的运动规律。②非线性振动：
用非线性微分方程描述其运动规律。

3.根据干扰方式的不同分为：

①自由振动、由初干扰(包括初位移和初速度)而引起的振动。

②强迫振动：由经常性的干扰迫使振动系统产生振动。这种经常性的干扰可以是周期变化的干扰力，或是周期变化的运动。

振动问题的研究方法大体可分成以下步骤：

1.将具体的工程问题抽象成一定的力学模型。

2.分析该物体的受力情况、变形关系或振动过程中的能量关系。

3.利用力学原理(牛顿定律、虎克定律或拉格朗日方程)列微分方程。把力学问题转化成数学问题，而后求解该方程即得所需结果。

4.为检验计算结果是否符合实际，尚须通过实验加以验证。如两者相差过大，则多半需重新考虑力学模型，而后重复以上步骤。

振动问题的研究方法中，最关键的一步是如何把一个工程实际问题抽象成力学模型，每一个工程问题根据不同的需要可以抽象成不同的力学模型。而要把一个具体的工程问题抽象成适当的力学模型，必须首先了解所研究的问题，而后再根据所研究的问题抓住被研究对象最根本的特点，舍去与之无关的其它特点，把一个实际上很复杂的物理，转化为能满足研究要求的比较简单的力学模型。

对此问题，以后各章中还要作较详细地讨论。

第一章 振动的力学基础

第一节 谐振动

谐振动又称简谐振动或谐和振动，它是一种最基本的振动形式。

图1-1表示产生谐振动的一种典型机构，曲柄OA以角速度 ρ 转动时，T形杆上任一点都作谐振动。

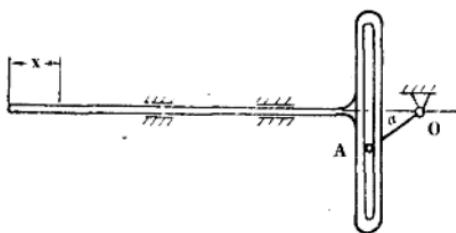


图1-1 谐振动机构

一、谐振动的表示方法

1. 三角函数表示法 由图1-1可知，OA杆的转角 α 为：

$$\alpha = \rho t + \theta_0$$

则 $x = r \cos(\rho t + \theta_0)$ (1-1)

式(1-1)中 r 为振幅； θ_0 为初位相； ρ 为圆频率或角频率，单位为rad/s； $f = \rho / 2\pi$ 为频率，单位为Hz；周期 $T = 1/f = 2\pi/\rho$ ，单位为s。

式(1-1)对 t 求一阶和二阶导数，即得谐振动的速度和加速度

$$v = \dot{x} = -\rho r \sin(\rho t + \theta_0) \quad (1-2)$$

$$a = \ddot{x} = -\rho^2 r \cos(\rho t + \theta_0) = -\rho^2 x \quad (1-3)$$

由式(1-1)可以看出，谐振动的位移可看成旋转矢量 r 在 x

轴上的投影(图1-2),矢量的模就是谐振动的振幅,矢量旋转时的角速度就是振动的圆频率。

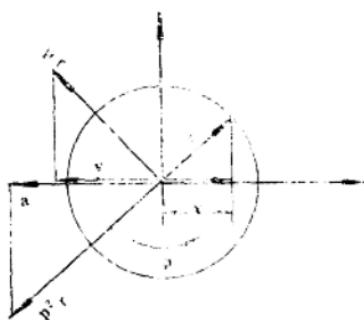


图1-2 谐振动矢量表示法

由式(1-2)可以看出,谐振动的速度 v 是旋转矢量 pr 在x轴上的投影,但 pr 较 r 超前 90° 。

同理,加速度 a 是旋转矢量 p^2r 在x轴上的投影,而相位角超前 180° (即与矢量 r 反向)。

2.复数表示法 设复平面上某矢量 Z 的模为 r ,幅角为 $pt + \theta_0$,则有 $Z = re^{j(pt + \theta_0)}$ 。由欧拉公式

$$e^{j(pt + \theta_0)} = \cos(pt + \theta_0) + j\sin(pt + \theta_0)$$

知 $\text{Re}Z = r\cos(pt + \theta_0) = x$

所以谐振动的位移 x 可用复数 $re^{j(pt + \theta_0)}$ 的实部表示,即

$$x = \text{Re}[re^{j(pt + \theta_0)}]$$

同理 速度 $v = \dot{x} = \text{Re}[jpre^{j(pt + \theta_0)}]$

$$\text{加速度 } a = \ddot{x} = \text{Re}[-p^2re^{j(pt + \theta_0)}]$$

为了方便,可把 x 、 v 、 a 简写成

$$x = r e^{j(pt + \theta_0)} \quad (1-4)$$

$$v = jpr e^{j(pt + \theta_0)} \quad (1-5)$$

$$a = -p^2r e^{j(pt + \theta_0)} \quad (1-6)$$

二、同方向的谐振动的合成

在机器振动中同方向的两个振动的合成是经常发生的，故以此为讨论的重点内容，对于任意多个振动的合成可以此类推。

1. 频率相同的同方向谐振动的合成 谐振动可用旋转矢量在某一轴上的投影来表示。用这种观点来考虑同方向的两个谐振动的合成极为方便，如图1-3所示。

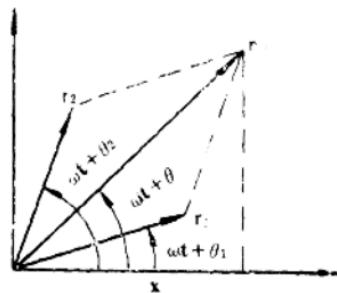


图1-3 同方向谐振动的合成

显然，合成结果为合矢量在x轴上的投影，其振幅即为合矢量r的模，由投影定理可得

$$\begin{aligned} r &= \sqrt{[r_1 \cos(\omega t + \theta_1) + r_2 \cos(\omega t + \theta_2)]^2 + [r_1 \sin(\omega t + \theta_1) + r_2 \sin(\omega t + \theta_2)]^2} \\ &= \sqrt{(r_1 \cos \theta_1 + r_2 \cos \theta_2)^2 + (r_1 \sin \theta_1 + r_2 \sin \theta_2)^2} \quad (1-7) \end{aligned}$$

此外

$$\tan(\omega t + \theta) = \frac{r_1 \sin(\omega t + \theta_1) + r_2 \sin(\omega t + \theta_2)}{r_1 \cos(\omega t + \theta_1) + r_2 \cos(\omega t + \theta_2)}$$

展开得

$$\tan \theta = \frac{r_1 \sin \theta_1 + r_2 \sin \theta_2}{r_1 \cos \theta_1 + r_2 \cos \theta_2} \quad (1-8)$$

因此，合成谐振动为

$$x = r \cos(\omega t + \theta)$$

2. 频率不同的同方向谐振动的合成

$$\text{设 } x_1 = r_1 \cos(\omega_1 t + \varphi_1)$$

$$x_2 = r_2 \cos(\omega_2 t + \varphi_2)$$

则有 $x = r_1 \cos(\omega_1 t + \varphi_1) + r_2 \cos(\omega_2 t + \varphi_2) \quad (1-9)$

(1) 如 ω_1 与 ω_2 是可以通约的, 则合成结果仍为一周期运动, 其周期为原有两个周期的最小公倍数, 但此时已不是简谐振动。

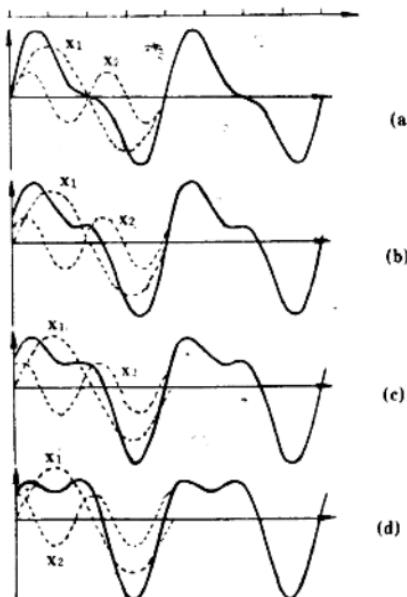


图1-4 谐振动的合成

图1-4所示为 $x_1 = \sin \omega t$ 与 $x_2 = 0.5 \sin(2\omega t + \varphi)$ 的合成, 实线图形表示合成的结果, 其中 (a) 为 $\varphi = 0^\circ$ 时; (b) 为 $\varphi = 30^\circ$ 时; (c) 为 $\varphi = 60^\circ$ 时; (d) 为 $\varphi = 90^\circ$ 时。

图1-5所示为 $x_1 = \sin \omega t$ 与 $x_2 = a \sin 3\omega t$ 的合成结果, a 表示高

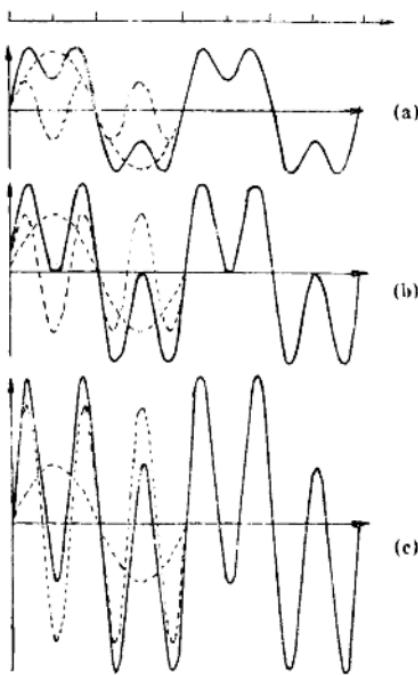


图1-5 谐振动的合成

低频的振幅比。图中 (a) 为 $a = 0.5$ 时; (b) 为 $a = 1$ 时; (c) 为 $a = 3$ 时。

从图1-5所示可知, 当频率比相同振幅比不同时, 若振幅比较大, 则其合成运动基本上以高频频率振动, 而其包络线接近低频图线, 频率比越大越明显。图1-6表示频率比为12, 振幅比为3时的合成结果。

(2) 如 ω_1 与 ω_2 十分接近, 但不相等, 此时 $\omega_1 = \omega$, $\omega_2 = \omega + \Delta\omega$ 且 $\Delta\omega/\omega \ll 1$, 并设 $r_1 = r_2 = r$, 代入式 (1-9) 有

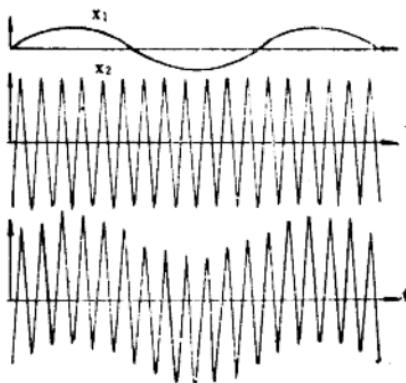


图1-6 谐振动的合成

$$\begin{aligned} \mathbf{x} &= r \cos \omega t + r \cos (\omega + \Delta\omega) t \\ &= 2r \cos \frac{1}{2} (\omega t + \omega t + \Delta\omega t) \cos \frac{1}{2} \Delta\omega t \end{aligned}$$

即 $\mathbf{x} = 2r \cos \frac{1}{2} \Delta\omega t \cos \left(\omega + \frac{\Delta\omega}{2} \right) t \quad (1-10)$

此时该系统以频率 $\omega + \frac{\Delta\omega}{2}$ ($\approx \omega$) 振动，但其振幅以比 ω 小得多的频率 ($\Delta\omega/2$) 缓慢变化，这种现象称为拍振，简称拍，如图1-7所示。

图1-7表示出 $x_1 = 2 \cos 5t$ 与 $x_2 = 2 \cos 6t$ 的合成结果，周期 $T_b = 2\pi / \frac{\Delta\omega}{2} = 4\pi / \Delta\omega$ 。

三、两个互相垂直的谐振动的合成

工程上经常会碰到两个互相垂直的谐振动的合成问题。例如细纱机高速锭子尖端的运动就是一个典型的例子，如果不考虑轴