

试试你的智力

——趣味数学集锦

湖南科学技术出版社

黄在中
周继军



4487

01-49

1



试试你的智力

——趣味数学集锦



京电力大 00046578

周继军 黄在中

湖南科学技术出版社

限 录

试试你的智力
——趣味数学集锦

周继军 黄在中

责任编辑：胡海清

*

湖南科学技术出版社出版

(长沙市展览馆路14号)

湖南省新华书店发行 湖南省新华印刷二厂印刷

*

1981年8月第1版 1981年12月第2次印刷

开本：787×1092毫米 1/32 印张：5 插页：1 字数：112,000

印数：80,001—126,000

统一书号：13204·27 定价：0.45元

前 言

亲爱的读者，先给你们讲个故事，也许对大家有所启示。我国有一位著名的数学家，他在初中阶段，对数学并无特殊爱好，其数学才华也未能显示出来。有一次，别人问他，用三个9组成的最大数是什么？他经过一番思索，认定这个数应是 9^{9^9} ，他再把这个数仔细一算，哎呀！真是大得惊人，如果将这个数以十进制并用米粒那么大的阿拉伯数字表示出来，它的长度竟达几百公里！这一下激发了他对数学的兴趣，使他感到数学王国里还有那么多神奇、有趣的事情。从此，他如饥似渴地学习，百折不挠地攻关，终于成了中外知名的数学家。象这样的事例，不胜枚举。由此可见，数学趣题对广大青少年确实有着诱人的魅力和不可低估的作用。

我们在广泛听取数学爱好者意见的基础上，编写了《试试你的智力——趣味数学集锦》一书，以期作为青年学生们的课外读物。以往出版的趣味数学，大多面向小学生，或中、小学兼顾，而本书是专为中学生编写的，书中代数、几何、三角等方面的趣题各占一定的比例。本书为了区别于以往的趣味数学，还尽可能地搜集和撰写了不少新颖的题材。同时，对于近年来国内外书刊上富有代表性的趣题，也择其一、二予以编入。并将现代数学的一些重要概念、观点渗透到部分内容之中，这就使得本书的内容较为丰富多采。它既有清新别致的数学歌谣，又有引人入胜的数学游戏；既有耐人寻味的数学图形，又有妙趣横生的数学故事。但更多的是诱人思考的数学趣题。我们希望

BB17/06

这本书能在启发思维、开拓眼界、培养兴趣、促进智力的发展等方面起到一定的作用,从而进一步激发读者强烈的求知欲望,去探索数学王国的奥秘。

亲爱的读者,你们不妨利用课余时间看看这些趣题,试试你的智力。为了便于大家检查自己想的正确与否,我们逐题作了详细解答,附在后面。

由于作者水平有限,加之时间仓促,本书还存在不少缺点甚至错误,敬希读者批评指正。

作 者

一九八〇年六月

目 录

一 壶中原有多少酒…………… (1)	十四 刺猬换桃子…………… (12)
二 多少人在招待会上…………… (2)	十五 里程碑上的数字…………… (13)
三 美猴王大战小哪咤…………… (2)	十六 长寿老人的年龄…………… (13)
四 猪八戒吃汤圆…………… (3)	十七 “数字”运动…………… (14)
五 巧开保险柜…………… (3)	十八 爱好射箭的数学家…………… (14)
六 欧拉的错误…………… (5)	十九 波斯国的王子…………… (15)
七 弄巧成拙…………… (5)	二十 酒店风波…………… (15)
八 $1 = \frac{1}{2} = 0$ …………… (7)	二十一 谁先拿到宝剑…………… (16)
九 五家共井…………… (8)	二十二 小芹洗衣…………… (17)
十 小杜卖豆…………… (9)	二十三 能同时到达吗…………… (17)
十一 愚蠢的小熊…………… (10)	二十四 卖鱼…………… (18)
十二 大耳朵与长尾巴…………… (11)	二十五 龙宫盗宝…………… (18)
十三 小花猫与小黑狗…………… (11)	二十六 电视屏幕上的正方形和矩形

..... (19)	里..... (28)
二十七 “长子”和“矮子”..... (20)	四十一 谁是小偷..... (29)
二十八 球场上的数学..... (20)	四十二 只能提一个问题..... (29)
二十九 导演找演员..... (21)	四十三 帽子问题..... (31)
三十 聪明的士兵..... (21)	四十四 假魔术 真问题..... (31)
三十一 旅行家的苦恼..... (22)	四十五 阿凡提的小毛驴..... (32)
三十二 步行的时间..... (23)	四十六 火柴游戏的秘诀..... (34)
三十三 射箭场上..... (23)	四十七 坐在公共汽车上..... (34)
三十四 三个好朋友..... (24)	四十八 奇怪的数..... (35)
三十五 棋盘上的数学..... (25)	四十九 聪明的小白兔..... (35)
三十六 小猴分李子..... (25)	五十 聪明的店主..... (37)
三十七 游泳池的长度..... (26)	五十一 比较多少的方法..... (38)
三十八 龙王的女婿..... (27)	五十二 老狐狸的“高见”..... (39)
三十九 三个涂黑了脸的希腊人..... (28)	五十三 车间主任考虑的问题..... (40)
四十 巧克力糖在哪	五十四 老教授的房间号码..... (41)
	五十五 国王的恶作剧

..... (41)	 (52)
五十六 星星的对话	七十一 巧拼正方形
..... (42)	 (52)
五十七 末位数的奥妙	七十二 圆规的妙用
..... (43)	 (53)
五十八 校长的年龄	七十三 盒子的形状
..... (43)	 (53)
五十九 意外收获..... (44)	七十四 花坛设计..... (53)
六十 公园的小路	七十五 风火山上阅兵
..... (44)	 (53)
六十一 出水荷花茎多	七十六 八边形变八角
长..... (45)	星..... (54)
六十二 新的发现..... (46)	七十七 巧用自行车
六十三 应上几层楼	 (54)
..... (46)	七十八 钝角都等于直
六十四 最短旅游路线	角..... (55)
..... (47)	七十九 勾股定理怎么
六十五 蚂蚁 = 大象	不成立了..... (56)
..... (47)	八十 圆周拉成直线
六十六 谁说得对..... (48)	 (58)
六十七 渔夫的航线	八十一 一发击中..... (59)
..... (49)	八十二 月亮离我们多
六十八 香案的神话	远..... (59)
..... (49)	八十三 粗心的小胖
六十九 悟空巧算七层	 (59)
塔..... (51)	八十四 主峰的高度
七十 从圆到扁圆	 (60)

八十五	追赶通讯员 (60)	八十八	破译密码..... (63)
八十六	数学家的墓志 铭..... (61)	八十九	麓山蜜桔..... (64)
八十七	数酒坛..... (62)	九十	猴王的继承者 (65)
			解答

一 壶中原有多少酒

我国古代宋、元时期的著名数学家朱世杰在所著的《四元玉鉴》一书中有一首诗：

我有一壶酒，携着游春走。

遇店添一倍，逢务饮斗九。

店务经四处，没了壶中酒。

借问此壶中，当元多少酒？

这首诗是一道数学题，为了使题意更清楚起见，后来有人将它改编成下面的形式：

李白无事街上走，

提壶去买酒。

遇店加一倍，

见花喝一斗。

三遇店和花，

喝光壶中酒。

试问壶中原有多少酒？

这道题的意思是：李白的壶中原来就盛有酒，他提着酒壶街上走，先遇着一家酒店，便进店买酒，将壶中的酒增加一倍。接着李白看到了花，见花生情，便饮酒赋诗，喝去了酒一斗（斗，是古代酒器。一斗相当于一大杯）。这样反复经过三次，最后将壶中酒全部喝完了。

你能解答这首诗所提出的问题吗？

注：这里所讲的“店”专指酒店，“务”泛指一般商店。当元即是原来的意思。

二 多少人在招待会上

国庆佳节招待会，英雄模范聚一堂。
每人都找到会者，碰杯一次喜洋洋。
杯声九百又零三，试问几人在会上？



三 美猴王大战小哪咤

亲爱的读者，你可曾记得《西游记》中美猴王孙悟空大战小



哪咤的情景？哪咤眼看胜不了猴王，立即现出三头六臂的凶相，朝猴王杀奔过来。孙悟空一见哈哈大笑，拍着胸脯说：“你这玩玩意儿也想在老孙面前卖弄，看我来变个戏法。”随即便从颈上拔出两根毫毛，吹了一口仙气，喊一声“变！”顿时，两根毫毛立刻变成了两个小悟空。每个小悟空也拔出两根毫毛，同样变成两个小猴王。如此连变十次，一刹那间，只见大小猴王手持金箍棒满天飞舞，杀得哪咤与天兵天将丢盔弃甲，大败而逃。

试问孙大圣变出了多少个小猴王？孙悟空如果想变出十万猴兵猴将，按照上面的变法，需要变多少次？

四 猪八戒吃汤圆

话说唐僧师徒四人前往西天取经，一路上，风餐露宿，十分艰苦。一日黄昏，他们行至一山村。唐僧叫猪八戒去讨点吃的充饥。当日正值山民过元宵节，山民们共施舍汤圆若干。老猪满心欢喜，先试尝了汤圆一个，感觉味美可口，然后点了点汤圆的数目，刚好可分成四等分。八戒心想自己正饿得发慌，不如先尝四分之一再说，于是便大吃起来。吃完之后，老猪仍感不足，接着又偷偷地尝了一个。说也奇怪，那剩下的汤圆又可分成四等分，八戒大喜，忍不住又吃掉一份。

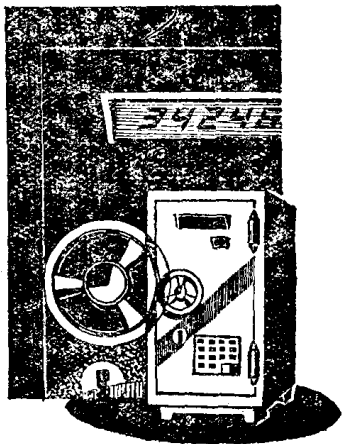
因汤圆数目十分巧妙，使得八戒仍能按照前两次的吃法，接连吃了第三次，第四次。等到八戒回到师父身旁，汤圆之数目已不足100了。试问汤圆总数几何？

五 巧开保险柜

一九四八年冬天，我解放军已包围了某重要城镇，在隆隆

的炮声中，国民党特务机关——保密局的头目在该城召开了紧急会议。会上制订了一项名曰“蜗牛”的潜伏计划，商定了潜伏特务的名单。会后，将其计划及名单暂存在保险柜中。

为了消灭敌特，我党命令早已打入敌人内部的地下党员洪新、向阳两同志，尽快的打开保险柜，拍摄敌人的绝密计划。



洪、向两同志出生入死，终于找到了保险柜开柜密码的重要线索。这是一只自动换码保险柜，它的开柜密码每天更换一次，号码盘上有十个数字，只有当你拨对了当天的密码之后，才能打开它。否则，保险柜会自动报警。而保险柜的密码由6个数字组成，它按先后的顺序又可以分为两个一天一变的三位数。它们变化的规律如下：

两个三位数每天之差刚好等于当天的“星期数”（即星期一时，其差为1。星期二时，其差为2），在星期二、四，六这三天中，两个三位数的和恰好是当年的年份数；在星期一、三、五、七（日）这四天里，这两个三位数的和又变成了当年年份的约数。

洪、向两同志根据这一重要线索，经过周密的考虑，终于掌握了开柜密码的奥秘。在其他同志的协助下，打开了保险柜，拍摄了“蜗牛”计划的全部资料，为人民立了功。

现在，请读者也来破译这个保险柜的密码吧！

六 欧拉的错误

十八世纪的大数学家欧拉在数学上有过卓越的贡献。但他曾经算过一道数学题，最后却得出一个荒谬的结果。现在，将这道题交给同学们做，我想大多数人是不不会错的。题目是：

试求数列 $a, a^2, \dots, a^n, \dots, 1, \frac{1}{a}, \frac{1}{a^2}, \dots, \frac{1}{a^n}, \dots$ 各项的和。

欧拉是这样算的：前一部分组成的数列是一个首项为 a ，公比为 a 的等比数列，由无穷等比数列求和的公式得到，

$$a + a^2 + \dots + a^n + \dots = \frac{a}{1-a},$$

后一部分所组成的等比数列首项为 1 ，公比为 $\frac{1}{a}$ ，它各项的和为

$$1 + \frac{1}{a} + \frac{1}{a^2} + \dots + \frac{1}{a^n} + \dots = \frac{1}{1 - \frac{1}{a}} = \frac{a}{a-1},$$

所以原数列各项之和等于

$$\frac{a}{1-a} + \frac{a}{a-1} = 0。$$

然而，当 a 取正数时，这个数列各项之和无论如何不可能为 0 呵！那么欧拉的计算错在哪里呢？

七 弄巧成拙

贪婪的阿里得到了一颗明珠，高兴得三个夜晚没睡着，他盘算着：这回我可要发大财啦！可是卖给谁呢？他小心地拿着珠

子出入珠宝店、富商家，讨价还价。他觉得买主出价太低，发不了大财。又过了三天，他终于想出个好主意——这个主意使他笑在眉头喜在心。

他来到皇宫门前，谦恭地对卫兵说，为了感激皇上的恩德，他有一颗宝珠要献给皇上。珠子传进了皇宫，皇帝看了看，觉得还不错，随口对侍臣说道：“赏两匹锦缎给这个人。”侍臣捧着锦缎出来，向阿里传达了皇帝的旨意。阿里双膝跪在地上乞求道：“皇上恩重如山，小人一个布衣怎敢受这样的重赏！请大人代为禀告皇上，小人一生不贪财，只求在世上再活60年，请按60年计算，每年给我一点点钱吧。”侍臣问他每年要多少钱，他说，今年只要一个铜板，明年两个，后年四个，第四年八个，第五年16个，……。侍臣摸不着头脑：“这个人怎么啦，不要锦缎却要几个铜板？”皇帝听了侍臣的报告，为了显示自己的贤明，立刻召见了阿里，并命令管金库的官员马上算一算，并把铜板拿来，他要亲手赏赐。可是过了许久还不见送出铜板，皇帝发怒了：“怎么搞的？为什么这么慢？我说过的话从来是不反悔的，还不快快把铜板拿来！”又过了一会，进去催促的侍臣满头大汗来到皇帝身边，小声对皇帝说：“陛下，这个数目可不小呵！现在还没有算完，可您金库里的钱已经远远不够赏赐了。”皇帝慌了，命人把阿里带出大厅。

大臣们闻讯赶来为皇帝出谋划策。其中一个如此这般地给皇帝出了个主意……

阿里又被召进大厅。皇帝对满面喜色的阿里说：“我说话从来是算数的，我赏赐给你的钱按你的要求总共是这么多个铜板”。皇帝递给阿里一张纸，上面写着数字，“你现在就去领取，按照从我的金库取钱的规矩，你必须亲自一个一个铜板数出来。好啦，现在你去吧！”阿里欣喜若狂，拜谢了皇帝来到金库开始

数铜板。日落了，他坚持着，夜深了，他硬睁着眼熬着，这样通宵达旦地数到第二天，总共才数出了 86400 个铜板（平均每秒钟数一个铜板）。他咬着牙，这样连续又数了两昼夜，人已气息微弱。阿里拉着管金库的官员喃喃问道：“大人，这样数下去，还要几天呀？”官员回答：“几天？几年都差得远哩，要三百多亿年才能数完。”阿里一听只觉得头发晕、眼发黑、瘫倒在地上。为什么要数三百多亿年呢？请读者也来算一算，看到底需要多少年？

$$\text{八} \quad 1 = \frac{1}{2} = 0$$

1 怎么会等于 $\frac{1}{2}$ ？又怎么会等于 0 呢？可是小刚、小勇、小军三个同学做同一道题时，结果分别是 1， $\frac{1}{2}$ ，0，他们互相检查了计算方法，一致认为所得的结果都对，于是就出现了 $1 = \frac{1}{2} = 0$ 的笑话来了。事情是这样的，他们所做的这道数学题是：求 $1 - 1 + 1 - 1 + 1 - 1 + \dots$ 的和。

小刚的解法：

$$\begin{aligned} S &= 1 - 1 + 1 - 1 + 1 - 1 + \dots \\ &= (1 - 1) + (1 - 1) + (1 - 1) + \dots \\ &= 0 + 0 + 0 + \dots = 0 \end{aligned}$$

小勇的解法：

$$S = 1 - 1 + 1 - 1 + 1 - 1 + \dots \quad (1)$$

$$S = 1 - 1 + 1 - 1 + 1 - \dots \quad (2)$$

(1)、(2) 逐项相加得

$$2S = 1 + 0 + 0 + 0 + \dots = 1,$$

$$\therefore S = \frac{1}{2}.$$

小军的解法：

$$\begin{aligned} S &= 1 - 1 + 1 - 1 + 1 - 1 + \dots \\ &= 1 - (1 - 1) - (1 - 1) - \dots \\ &= 1 - 0 - 0 - 0 - \dots = 1 \end{aligned}$$

这样一来， $S = 1 = \frac{1}{2} = 0$ 。

如果读过前面欧拉算错了题的故事，我想这里出现 $1 = \frac{1}{2} = 0$ 的原因你是能够分析出来的。

九 五 家 共 井

村西头的五户人家合起来打了一口新井，这口井的水清而



纯，但井很深。如果用甲家的绳子2条、乙家的绳子1条接起来，从井口放下去，正好抵达水面；或用乙家的绳子3条，丙家的绳子1条；或用丙家的绳子4条，丁家的绳子1条；或用丁家的绳子5条，戊家的绳子1条；或用戊家的绳子6条，甲家的绳子1条接起来，都同样可以正好抵达水面，求井的深度和每家绳长各为多少？