

平面解析几何

课外练习

北京教育出版社

平面解析几何课外练习

《平面解析几何课外练习》编写组 编

北京教育出版社

1992年

(京) 新登字202号

平面解析几何课外练习

GAOZHONG PINGMIAN JIEXI JIHE
KEWAI LIANXI

《平面解析几何课外练习》编写组 编

北京教育出版社出版

(北京北三环中路6号)

邮政编码：100011

北京市新华书店发行

北京市房山区印刷厂印刷

787×1092毫米 32开本 6.25印张 90000字

1992年7月第2版 1993年6月第2次印刷

印数：35871—64490

ISBN 7-5303-0378-3/G·353

定 价：2.80元

出版说明

为了加强基础知识教学、基本技能训练，减轻学生过重的课业负担，帮助学生更好地完成学习任务，组织我市有教学经验的教师，编写了这套高中课外练习。练习包括：语文、外语、物理、化学、数学五个学科，供本市高中学生使用。

这套练习是依据现行的教学大纲和教材，按单元（或章、节）编写的。练习题的编排与课本密切配合，既体现了教学的重点、难点，又注意了对知识的综合与应用。为了照顾学生的实际水平，数学、化学、物理学科的练习题分为A、B两组。A组题为基础题，B组题为提高题，教师可根据情况选择使用。

我们初次组织编写高中练习，肯定会有不足之处，恳请广大师生在使用过程中提出宝贵意见。

王海生
王海生

目 录

第一章 直线	(1)
一、有向线段、距离和定比分点	(1)
习题一 (A组)	(1)
习题一 (B组)	(3)
二、直线方程	(4)
习题二	(4)
三、两条直线的位置关系	(6)
习题三 (A组)	(6)
习题三 (B组)	(10)
复习题一 (A组)	(11)
复习题一 (B组)	(13)
第二章 圆锥曲线	(15)
一、曲线和方程	(15)
习题四 (A组)	(15)
习题四 (B组)	(18)
二、圆	(19)
习题五 (A组)	(19)
习题五 (B组)	(26)
三、椭圆	(28)
习题六 (A组)	(28)
习题六 (B组)	(34)
四、双曲线	(36)

习题七 (A组)	(36)
习题七 (B组)	(40)
五、抛物线.....	(42)
习题八 (A组)	(42)
习题八 (B组)	(43)
六、坐标轴的平移.....	(44)
习题九.....	(44)
复习题二 (A组)	(48)
复习题二 (B组)	(51)
第三章 参数方程和极坐标.....	(54)
一、参数方程.....	(54)
习题十.....	(54)
二、极坐标.....	(61)
习题十一.....	(61)
复习题三.....	(67)
总复习题.....	(77)
习题一 (直线)	(77)
(A组)	(77)
(B组)	(80)
习题二 (圆锥曲线)	(82)
(A组)	(82)
(B组)	(91)
习题三 (参数方程和极坐标)	(96)
(A组)	(96)
(B组)	(105)
综合题.....	(110)
答案或提示.....	(119)

第一章 直线

一 有向线段、距离和定比分点

习题一 (A组)

1. 证明点 $A(a, b)$ 关于象限角的平分线的对称点为 A' (b, a) 或 $A''(-b, -a)$.
2. 在直角坐标系中, 点 $(2, -3)$, 求:
 - (1) 在 x 轴上射影的坐标;
 - (2) 在 y 轴上射影的坐标;
 - (3) 关于 x 轴对称点的坐标;
 - (4) 关于 y 轴对称点的坐标;
 - (5) 关于第一、三象限角平分线对称点的坐标;
 - (6) 关于第二、四象限角平分线对称点的坐标;
 - (7) 关于原点对称点的坐标。
3. 求下列两点间的距离:
 - (1) $(2, 2), (2\sqrt{3}, -2\sqrt{3})$;
 - (2) $(-a, b), (a, -b)$;
 - (3) $(5\cos\theta, 3\sin\theta), (3\cos\theta, 5\sin\theta)$;
 - (4) $(r\cos\theta, r\sin\theta), (t\cos\phi, t\sin\phi)$.
4. 三角形的三个顶点分别是 $A(2, 1), B(-2, 3), C(0, 3)$, 求三条中线的长及重心坐标。
5. 试判断以 $A(-2, 0), B(2, 4), C(6, 0)$ 为顶点的三

角形的形状。

6. 已知两点 $P_1(3, -5)$, $P_2(-1, -2)$, 在 P_1 , P_2 所在直线上有一点 P , 使得 $|P_1P| = 15$, 则 P 点坐标是 ()
A. $(-9, 4)$. B. $(9, 4)$.
C. $(15, -14)$. D. $(-9, 4)$ 或 $(15, -4)$.
7. 线段 $|P_1P_2| = 1$, 点 P 在 P_1P_2 的延长线上, $|PP_2| = 2$,
则点 P 分 $\overrightarrow{P_1P_2}$ 所成的比 λ 是 ()
A. 2. B. $\frac{1}{2}$. C. $-\frac{3}{2}$. D. $-\frac{2}{3}$.
8. $\triangle ABC$ 中, F 点分 AC 为 $1:2$, G 是 BF 中点, E 是直线 AG 与 BC 的交点, 那么 E 点分 BC 的比是 ()
A. $\frac{1}{4}$. B. $\frac{1}{3}$. C. $\frac{2}{5}$. D. $\frac{3}{8}$.
9. 点 $P(x, 1)$, 在连结 $A(2, -4)$ 和 $B(5, 11)$ 两点的线段上, 则 $x = \underline{\hspace{2cm}}$.
10. 等腰三角形 ABC 顶点 $A(3, 0)$, 底边 $|BC| = 4\sqrt{6}$, BC 中点为 $D(6, 4)$, 则腰长 = $\underline{\hspace{2cm}}$.
11. 已知平行四边形 $ABCD$ 中, $A(-\frac{9}{2}, -7)$, $B(2, 6)$
及对角线交点 $M(3, \frac{3}{2})$, 求顶点 C 和 D 的坐标.
12. 延长一线段 AB 至 C , 使延长部分的长度是原长度的 $\frac{2}{3}$,
求,
(1) B 点分 \overrightarrow{AC} 的定比;
(2) C 点分 \overrightarrow{AB} 的定比;

(3) A 点分 \vec{CB} 的定比。

13. 已知平面上两点 $A(5, 3)$ 、 $B(1, -6)$ ，在 AB 延长线上求一点 C ，且 $|BC| = 3$ ，求 C 点分 \vec{BA} 所成的定比以及 C 点的坐标。
14. 已知 $A(-9, -2)$ 、 $B(7, -5)$ 、 $C(x, y)$ 在同一条直线上， B 点分 \vec{AC} 的比为 $1:2$ ，求 C 点坐标。
15. 已知 $\triangle ABC$ 三个顶点坐标分别为 $A(5, -1)$ 、 $B(-1, 7)$ 、 $C(1, 2)$ ，试求顶角 A 的角平分线的长度。

习题一 (B组)

1. 求与 $A(32, 10)$ 、 $B(42, 0)$ 、 $C(0, 0)$ 等距离点的坐标。
2. 证明梯形的中位线平行于底边，且等于上、下底边和的一半。
3. 三角形的两个顶点分别为 $(3, 7)$ 和 $(-2, 5)$ ，求第三个顶点，使其他两边的中点都落在坐标轴上。
4. $\triangle ABC$ 边上的一点 M ， M 内分 AB 成 $3:1$ ， P 为 AC 上的一点，且 $\triangle APM$ 的面积等于原三角形面积的一半，求 P 点的位置。
5. 有向线段 \vec{AB} ，已知 $|AB| = a$ ，求距 AB 端点 $\frac{1}{10}a$ 处的点分 \vec{AB} 所成的比。
6. 已知三角形三条边的中点是 $D(2, 4)$ 、 $E(-3, 1)$ 、 $F(1, 2)$ ，求三个顶点坐标。

7. 在数轴上从左到右顺次有 A , B , C 三点, 若点 D 分 AC 成定比 λ_1 , C 分 BD 成定比 λ_2 , B 分 DC 成定比 λ_3 , 则 D 分 AB 的比 $\lambda = -\frac{\lambda_1}{\lambda_2 \lambda_3}$.
8. 设 C 点内分 \overrightarrow{AB} 的定比为 $m:n$, D 点外分 \overrightarrow{AB} 的定比为 $-(m:n)$, 求证: $\frac{1}{AC} + \frac{1}{AD} = \frac{2}{AB}$.

二 直线方程

习题二

1. 直线 $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ ($a > 0$, $b > 0$) 的倾角 α 等于 ()
- A. $\arctg \frac{b}{a}$. B. $-\arctg \frac{b}{a}$.
 C. $\arctg(-\frac{b}{a})$. D. $\pi - \arctg \frac{b}{a}$.
2. 若已知点 $A(2, 3)$, $B(1, 5)$, 则直线 AB 的倾角是 ()
- A. $\arctg 2$. B. $\arctg(-2)$.
 C. $\frac{\pi}{2} + \arctg 2$. D. $\frac{\pi}{2} + \arctg \frac{1}{2}$.
3. 直线 $2x + 3y - 1 = 0$ 的倾角是 ()
- A. $\arctg\left(-\frac{2}{3}\right)$. B. $\pi - \arctg\left(-\frac{2}{3}\right)$.
 C. $\arcc tg\left(-\frac{3}{2}\right)$. D. $\pi - \arcc tg\left(-\frac{3}{2}\right)$.
4. 直线 $(2m^2 - 5m + 2)x - (m^2 - 4)y + 5m = 0$ 的倾角是

$\frac{\pi}{4}$, 则 m 的值是()

- A. 1. B. 2. C. 3. D. -3.

5. 求下列直线的斜率和倾角:

(1) $y = \sqrt{3}x + 1$; (2) $3x + y - 1 = 0$;

(3) $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 1$; (4) $ax + by + c = 0 (a \cdot b < 0)$.

6. 求下列直线的纵截距 b 和横截距 a :

(1) $\frac{x}{4} - \frac{y}{3} = -1$; (2) $x + y - 2 = 0$;

(3) $3x - y - 15 = 0$; (4) $y = 3x - 1$.

7. 根据下列条件写出直线方程:

(1) 倾角是 135° , 纵截距为 -3 ;

(2) 倾角是 60° , 横截距为 2 ;

(3) 已知直线分别与 x 轴, y 轴交于 $(-3, 0)$, $(0, -5)$;

(4) 经过两点 $A(1, 3)$, $B(2, 6)$.

8. 已知直线的斜率 k (或倾角是 α) 和它在 y 轴上的截距为 b , 求直线的方程:

(1) $k = -1$, $b = 2$; (2) $k = 0$, $b = -4$;

(3) $k = -\frac{1}{2}$, $b = -5$; (4) $\alpha = \frac{\pi}{2}$, 直线与 y 轴距离为 4 .

9. 已知直线的斜率为 k , 并且经过定点 P , 求它的方程:

(1) $k = -1$, $P(-1, 2)$; (2) $k = \frac{1}{3}$, $P(3, -4)$.

10. 检验下列每组中的三个点是否在同一条直线上:

(1) $(1, 3)$, $(5, 7)$, $(10, 12)$;

(2) (a, b) , (a, c) , $(-a, b)$.

11. 已知三角形的三个顶点分别是 $A(4, 6)$, $B(-4, 0)$, $C(-1, -4)$, 求:
- 三角形三条边所在直线的方程;
 - 三角形三条中线所在直线的方程;
 - 角 A 内角平分线所在直线的方程。
12. 一直线 l , 经过点 $P(6, -2)$, 且在 x 轴上的截距比在 y 轴上的截距大 1, 求直线 l 的方程。
13. 已知两点 $M(2, 2)$, $N(5, -2)$, 过 M , N 分别作直线 MP 和 NP , 使其交点 P 落在 x 轴上, 且 $MP \perp NP$, 求 MP 和 NP 所在直线方程。
14. 设直线 l 经过 $(2, 3)$ 点, 且与横坐标轴成 45° 角, 求直线 l 的方程。
15. 已知平行四边形 $ABCD$, 相邻两顶点 $A(-3, -1)$ 和 $B(2, 2)$ 及对角线交点 $Q(3, 0)$, 试求平行四边形四条边所在直线方程。

三 两条直线的位置关系

习题三 (A组)

1. 若直线 $(a^2 + 4a + 3)x + (a^2 + a - 6)y - 6 = 0$ 与 y 轴垂直, 则 a 等于 ()
- A. -3 或 -1 . B. 2 或 -3 .
 C. -1 . D. 2 .
2. 如果两条直线 $(m+2)x + (m^2 - 3m)y + 4 = 0$ 与 $4x + 2(m-3)y + 7 = 0$ 平行, 那么 m 的值是 ()
- A. 2 . B. 3 .

C. $\frac{8}{7}$. D. 3 或 2.

3. 当 θ 是第四象限角时, 直线 $x \sin \theta + y \sqrt{1 + \cos \theta} - a = 0$ 和直线 $x + y \sqrt{1 - \cos \theta} + b = 0$ 的位置关系是()

- A. 平行. B. 相交但不垂直.
C. 垂直. D. 与 θ 角无关.

4. 根据下列条件, 写出直线方程:

- (1) 经过 $(-3, 4)$ 点, 且平行于直线 $5x + 4y - 6 = 0$;
(2) 经过 $(5, -2)$ 点, 且平行于 y 轴;
(3) 经过原点及两条直线 $2x + y - 1 = 0$ 和 $3x - 2y - 13 = 0$ 的交点;
(4) 经过原点, 且与 $P(2, 1)$ 点的距离等于 $\frac{2}{5}$,
(5) 经过两条直线 $2x + y + 1 = 0$ 和直线 $x - 2y + 1 = 0$ 的交点, 并且垂直于直线 $3x + 4y - 7 = 0$;
(6) 经过原点, 且与直线 $y = 2x + 5$ 的夹角为 45° ;
(7) 与直线 $3x - 4y - 20 = 0$ 平行, 且与它的距离等于3.

5. 从原点作直线垂直于直线 l , 垂足为 $(2, 3)$, 求直线 l 的方程.

6. 三角形三边方程分别是 $AB: 4x - y - 7 = 0$, $BC: x + 3y - 31 = 0$, $AC: x + 5y - 7 = 0$, 试求它的三条高线的方程.

7. 直线 $3x - y + 7 = 0$ 到直线 $7x + y - 3 = 0$ 所成的角 α 是()

A. $\pi - \operatorname{arctg} \frac{10}{21}$. B. $\pi - \operatorname{arctg} \frac{1}{2}$.

C. $\operatorname{arctg}(-2)$. D. $\operatorname{arctg}2$.

8. 直线 $l_1: 2x - 3y + 1 = 0$ 与直线 $l_2: x - 3 = 0$ 的夹角是
()

A. $\frac{\pi}{2} - \operatorname{arctg} \frac{3}{2}$. B. $\operatorname{arctg} \frac{2}{3}$.

C. $\frac{\pi}{2} - \operatorname{arctg} \frac{2}{3}$. D. $\frac{\pi}{2} + \operatorname{arctg} \frac{2}{3}$.

9. 直线 l_1 和 l_2 的斜率 k_1 和 k_2 分别是方程 $6x^2 + x - 1 = 0$ 的两根，则 l_1 与 l_2 的夹角是 _____.

10. 直线 $x - 2y - 3 = 0$ 到直线 $x + 3y + 2 = 0$ 所成的角是 _____.

11. 经过两条直线 $x + y - 8 = 0$ 和 $2x - y - 1 = 0$ 的交点，引一条与直线 $3x - 2y + 7 = 0$ 成 45° 角的直线，求所引直线的方程。

12. 直线 $3x - 2y + 1 = 0$ 关于直线 $y = x$ 对称的直线方程是
()

A. $2x - 3y - 2 = 0$. B. $2x - 3y - 1 = 0$.

C. $2x - 3y + 1 = 0$. D. $2x - 3y + 2 = 0$.

13. 已知直线 $2x + 3y - 6 = 0$ ，则它关于直线 $y = 3x + 2$ 的对称直线方程是()

A. $18x + y + 51 = 0$. B. $18x + y - 51 = 0$.

C. $18x - 18y - 36 = 0$. D. $15x - 18y + 36 = 0$.

14. 点 $P(-5, 13)$ 关于直线 $2x - 3y - 3 = 0$ 的对称点 Q 的坐标是 _____.

15. 求直线 $l: x - y - 2 = 0$ 关于下列条件对称的直线方程

(1) x 轴; (2) y 轴;

(3) 原点; (4) 定点 $M(2, 1)$;

$$(5) \quad y = x;$$

$$(6) \quad y = -x;$$

$$(7) \quad 3x - y + 3 = 0.$$

16. 一束光线沿直线 $x - 2y + 5 = 0$ 射到直线 $3x - 2y + 7 = 0$ 上，求反射线的方程。
17. 有一条光线从点 $A(-3, 5)$ 射到直线 $l: 3x - 4y + 4 = 0$ 以后，其反射线经过点 $B(2, 15)$ ，求这条光线从 A 到 B 的长度。
18. 直线 $2x - y + 3 = 0$ 关于定点 $M(-1, 2)$ 的对称直线方程是（ ）
- A. $2x - y + 1 = 0.$ B. $2x - y + 5 = 0.$
C. $2x - y - 1 = 0.$ D. $2x - y - 5 = 0.$
19. 直线 l 与直线 $x - 3y + 10 = 0, 2x + y - 8 = 0$ 分别交于 M, N ，若 MN 的中点为 $(0, 1)$ ，那么直线 l 的方程是（ ）
- A. $x + 4y - 4 = 0.$ B. $4x + y - 4 = 0.$
C. $x - 4y + 4 = 0.$ D. $x - 4y - 4 = 0.$
20. 求经过两条直线 $11x + 3y - 7 = 0$ 和 $12x + y - 19 = 0$ 的交点，且与两点 $M(3, -2), N(-1, 6)$ 等距离的直线方程。
21. 已知正方形的一边为 $x + y - 1 = 0$ ，中心为 $O'(1, 5)$ ，求其他三条边的方程。
22. 求下列各组两条直线间的距离：
- (1) $12x + 5y - 1 = 0$ 与 $12x + 5y + 7 = 0;$
(2) $3x - 4y + 1 = 0$ 与 $6x - 8y - 9 = 0;$
(3) $x = -2$ 与 $x = 5.$
23. 平行四边形两条邻边方程是 $x + y + 1 = 0$ 和 $2x - y + 3 = 0$ ，且对角线交点是 $(2, 2)$ ，则平行四边形另

外两条边所在直线方程是()

- A. $x+y+9=0$, $3x-y-7=0$.
- B. $x+y-9=0$, $2x-y-7=0$.
- C. $x+y-5=0$, $2x-y+11=0$.
- D. $x+y+3=0$, $2x-y-6=0$.

24. 求 m 和 n 的值, 使直线 $y=(m+2)x-n+5$ 满足:

- (1) 过原点;
- (2) 平行于 x 轴;
- (3) 与 $7x-y+15=0$ 平行;
- (4) 与直线 $7x-y+15=0$ 垂直相交;
- (5) 与直线 $(3-m)x-y+6n^2=0$ 重合;
- (6) 过点 $(1, -2)$ 且在 y 轴上的截距为7.

习题三 (B组)

1. 已知三角形的两边所在直线方程分别为: $y=2x$ 和 $x+2y+3=0$, 且第三条边的中点为 $(2, 3)$, 求第三条边所在直线的方程.
2. 通过已知点 $P(1, 4)$ 引一直线, 要使它在两个坐标轴上的截距均为正, 且它们的和最小, 求这条直线方程.
3. 已知 $\triangle ABC$ 的顶点 $C(4, -1)$, 并由另一顶点 A 作出的高线和中线方程分别为: $2x-3y+12=0$ 和 $2x+3y=0$, 求 $\triangle ABC$ 各条边所在直线方程.
4. 已知 $\triangle ABC$ 的三边的方程是 $AB: 3x+2y=0$, $BC: 5x-y-13=0$, $AC: x+5y-13=0$, 求证 $\triangle ABC$ 是等腰三角形.
5. 已知 $\triangle ABC$ 的顶点 $A(3, -1)$, 过 B 点的内角平分线

方程是 $x - 4y + 10 = 0$, 过 C 点的中线方程是 $6x + 10y - 59 = 0$, 求顶点 B 的坐标和 BC 边所在直线的方程。

6. 过直线 $2x + y + 8 = 0$ 和 $x + y + 3 = 0$ 的交点作一条直线使它夹在两条平行线 $x - y - 5 = 0$ 和 $x - y - 2 = 0$ 之间的线段长为 $\sqrt{5}$, 求此直线方程。
7. 已知两定点 $A(2a, 0)$, $B(0, 2b)$, M 为直线 $bx + ay - ab = 0$ 上的动点, 试求:
- (1) $\triangle ABM$ 重心的轨迹方程;
 - (2) 使 $AM + BM$ 为最小值的点 M 的位置。
8. 不同的三条直线 $x \sin 3\alpha + y \sin \alpha = a$, $x \sin 3\beta + y \sin \beta = a$, $x \sin 3\gamma + y \sin \gamma = a$ 共点, 求证:
 $\sin \alpha + \sin \beta + \sin \gamma = 0$.

复习题一 (A组)

1. $\triangle ABC$ 的三个顶点 $A(4, 1)$, $B(7, 5)$, $C(-4, 7)$, 求角 A 的内角平分线和 BC 边的交点。
2. $\triangle ABC$ 中, F 点分 AC 成定比 $1:2$, G 是 BF 的中点, E 是 AG 与 BC 的交点, 且知 $B(-1, 5)$, $C(2, 1)$, 求 E 点的坐标。
3. 已知三角形的顶点是 $A(5, -1)$, $B(-1, 7)$, $C(1, 2)$, 求顶角 A 的外角平分线的长度。
4. 矩形 $ABCD$ 内任一点 P , 求证: $PA^2 + PC^2 = PB^2 + PD^2$.
5. 过 $P(3, 0)$ 点作一条直线, 使它夹在直线 $2x - y - 2 = 0$ 和 $x + y + 3 = 0$ 之间的线段恰好被点 P 平分, 求这条直线方程。