

面旋曲线手册

修 订 版

人 民 交 通 出 版 社

回旋曲线手册

修订版

日本道路协会 著
交通部公路局编译组 译

人民交通出版社

内 容 提 要

本书是日本道路协会编的《回旋曲线袖珍手册》的修订版。书中介绍了回旋曲线的各种性质、原理；回旋曲线与汽车行驶轨迹的关系；回旋曲线在公路中的设计、敷设方法及实际测设所用的各种回旋曲线表，并有适当的算例，为设计使用提供了方便。适用于公路工程技术人员及本科大专院校师生。

回旋曲线手册

修订版

日本道路协会 著

交通部公路局编译组 译

人民交通出版社出版

(北京市安定门外和平里)

北京市书刊出版业营业许可证出字第 006 号

新华书店北京发行所发行

各地新华书店经售

人民交通出版社印刷厂印

开本：787×1092 $\frac{1}{16}$ 印张：12.875 字数：291 千

1980 年 10 月 第 1 版

1980 年 10 月 第 1 版 第 1 次印刷

印数：0001—4,200 册 定价：1.45 元

统一书号：15044·1621 科技新书目〔170-62〕

前 言

在设计公路中线平面线形时，广泛地使用回旋曲线，可以说是很恰当的。象过去那样，作为平面线形的设计要素如只采用直线和圆曲线时，在直线和圆曲线连接之处的曲率（半径的倒数，单位是弧度/米）就形成急骤的变化，当汽车通过该处时，不能顺适地转动方向盘。特别是车速越高，这种不顺适的操纵就越严重，有时不但是不舒适甚至会招来危险。为了避免这种情况，从很早以前就考虑插入一段曲率徐徐变化的曲线而缓和下来。做为合适的曲线而提出的有双纽曲线，三次抛物线，还有人曾考虑使几个圆弧圆滑地连接起来。

在最近，认为回旋曲线是最恰当的曲线，不仅可以用来作为缓和曲线，而且作为线形要素之一，已达到可以广泛用来加入到直线和圆曲线内，这给公路平面线形设计上带来了划时代的进步。今后的公路中线如果也考虑包括纵面线形时，那么就要在平面上尽力避免曲率骤变、纵断上避免坡度骤变，同时，也应该避免单调的没有变化的线形。所以，可以认为，希望能采用曲率和坡度有缓变的曲线，即所谓高级曲线来代替长的直线路段和曲率固定的圆弧部分，以及长的水平路段和坡度固定的直坡路段。

用于平面线形设计的高级曲线当然不只限于回旋曲线，但是因为回旋曲线是有曲率和曲线长度成直线比例这个极简单的性质的基本曲线，所以，如能很好的使用、掌握，经过比较简单的计算（实际上只是查表的功夫）就能设计出外形

美观的容易行驶的公路。

和过去习用的正弦，余弦表即圆曲线函数表计算圆弧一样，计算回旋曲线也可用这本手册中的回旋曲线表，使用回旋曲线表和用圆曲线函数表并无什么不同。

关于回旋曲线的使用方法以及对设计上的应用方面虽然需要各种手段或多少存在着不精确之处，但就这些问题而论，首先附有认为充分的解释，故认为可以在实际工作中发挥作用，但尚有需要进一步研究的问题，除了有待于专门人员的研究外，敬希使用本书的读者根据实际使用经验，从各个角度进一步想办法予以改进和完善。

交通工程学委员会委员长 星野 和

1961年9月

目 录

前言

1 回旋曲线概要

概述	1
1-1 回旋曲线的定义	2
1-2 回旋曲线的要素和符号	4
1-3 回旋曲线的图示法	6
1-4 回旋曲线的性质	6
1-4-1 单位回旋曲线	6
1-4-2 回旋曲线的各种性质	10
1-4-3 大小不同的回旋曲线之间的关系	18
1-4-4 回旋曲线尺	22
1-4-5 回旋曲线的数学表现	25
1-4-6 汽车行驶轨迹和回旋曲线的关系	28
1-5 回旋曲线的用法	30
1-5-1 线形要素的组合	30
1-5-2 作为缓和曲线的回旋曲线	37
1-5-3 平曲线的协调	40
1-5-4 加宽	43
1-6 回旋曲线的设置方法	45
1-6-1 用直角座标设置中间点	46
1-6-2 用极座标设置中间点	47
1-6-3 用其他方法设置中间点	49

2 回旋曲线的设计和实际设置

2-1	回旋曲线表的查法	52
2-1-1	回旋曲线表的内容	52
2-1-2	在设计上查回旋曲线表的方法	55
2-1-3	设置回旋曲线时查回旋曲线表的方法	71
2-2	采用了回旋曲线的实际线形设计	73
2-2-1	设计要点	73
2-2-2	最小参数的确定方法	78
2-2-3	基本形式的设计和计算	81
2-2-4	凸形线形的设计和计算	90
2-2-5	S形线形的设计和计算	91
2-2-6	卵形线形的设计和计算	103
2-2-7	复合形线形的设计和计算	106
2-2-8	内外边缘线都采用回旋曲线时的设计	108
2-3	采用回旋曲线的线形的设置	116
2-3-1	中间点的设置	116
2-3-2	由主切线用直角座标设置中间点	117
2-3-3	由弦用直角座标设置中间点	119
2-3-4	由切线用直角座标设置中间点	122
2-3-5	用极角动径法设置中间点	123
2-3-6	用极角弦长法设置中间点	124
2-3-7	用弦角弦长法设置中间点	125
2-3-8	用2/8法设置中间点	132
2-3-9	用弦导线法设置中间点	133
2-4	切线、法线、交点	134
2-4-1	切线和法线	134
2-4-2	交点	138
2-5	用电子计算机计算线形	144
2-5-1	概要	144

2-5-2	有代表性的控制点计算方法	145
2-5-3	用电子计算机计算时应注意的事项	149
2-6	关于回旋曲线公式一览表	151
2-7	关于回旋曲线的文献	153
3	回旋曲线表	
3-1	单位回旋曲线表	157
3-2	A表	299
3-3	S表	329
3-4	卵型表	351
3-5	极角弦长表	395

1 回旋曲线概要

概 述

汽车行驶在直线和圆曲线迳相连接的公路上时，如其圆曲线半径小，那么由于汽车受到急剧的离心加速度和回转角速度变化的影响，既不舒适，有时行驶上也有危险。由于插入缓和曲线，就能够缓和这些影响。

与直线相接（曲线半径 $=\infty$ ）而随着曲线长度的增加且具有曲线半径逐渐减少性质的曲线，但因为数学处理上麻烦，所以过去除了在铁路上以近似的方法采用三次抛物线做为缓和曲线以外，其它不大使用。

回旋曲线也是一种与曲线长度成反比而具有曲率半径减少性质的曲线，当汽车在曲线上按一定的速度行驶时，在前轮的回转角速度保持一定的条件下，车轮的运动轨迹就是回旋曲线。

回旋曲线如以数学式表示就是菲涅耳（Fresnel）的积分，若用级数展开，就能得到实用范围内的数值，但计算麻烦而且也费时间，如果能规定条件，则可确定回旋曲线，因而按相应的各种条件确定回旋曲线来论，预先根据数值计算，求出了各种要素，作成数表，那么可以省去数值计算的劳动，而且，使用多大的回旋曲线是不是适宜，立刻就能知道，对于路线规划和定线上能够很容易利用。

如前所述，缓和曲线是为了用于可以减轻汽车进入曲线时的不舒适感和危险，因此，所需要的缓和曲线长度，较短也是足够的。到了最近，已经了解到由于进一步采用了回旋

曲线，根据线形顺适的外观来看，增进安全感的效果非常之大。

使圆弧与直线直接连接时，就能看到路线是急转弯，所以根据不安全感，车辆就有降低车速的倾向。而且，在很长的直线路段上运行时，不但给驾驶员痛苦，容易打瞌睡，而且很容易发生危险疲劳，所以希望能插入一段适当长度的曲线段。线形不是直线而是插入曲线，由于与适当的竖曲线组合，驾驶员的眼睛在无意识中不会引起不安全感，相继出现适当的视界是由于通过行驶的线形能够很好地诱导行驶，这是可以体会到的。

而且针对地形如能选出适当的曲线，那么，可以减少土方工程量，在桥和隧道地点能够顺适地连接起来，节省工程费用，能够比较自由地选出适应天然地形的、线形美观的路线。这种作法在平原区为避开各种障碍物也发挥大的作用。

因此，近年来在西德等国多采用比需要长度长的回旋曲线，缓和曲线长度占路线总长度的比例也相当大，山区还出现了差不多全部采用由回旋曲线组成道路的情况。

在选线时，可以分为两部分：一是确定在什么范围内用多大的回旋曲线的选线方案，一是实地敷设已决定采用的回旋曲线。

回旋曲线如以下所述，虽然是根据各种条件而确定的。但重点放在外业人员携带方便上，本手册精选收集了认为使用度最高的回旋曲线数值表。

而且，为了要理解回旋曲线性质、路线方案和实地敷设，有必要就本表数值的使用方法加以说明。

1-1 回旋曲线的定义

回旋曲线，是曲率（曲线半径的倒数）随着曲线长度成

比例而一样地增大的曲线。即假定 R 为曲线半径, L 为曲线长度时, 下式关系可成立,

$$\frac{1}{R} = C \cdot L \quad (1-1)$$

式中: C 为常数。

现在, 回过来试看一下圆和直线。

直线是曲率为零的线, 即,

$$\frac{1}{R} = 0 \quad (1-2)$$

圆是曲率为常数的线, 即,

$$\frac{1}{R} = \text{常数} \quad (1-3)$$

现在画出这三者的曲率图一看, 则如图 1-1 所示。

所以, 回旋曲线和过去专门用于线形设计的直线和圆是不同的。即作为另一种线形要素的回旋曲线正在发挥其有用的作用。

现在如将式 (1-1) 改写为:

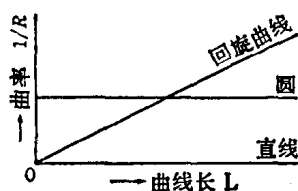


图1-1 曲率图

$$R \cdot L = \frac{1}{C} \quad (\text{常数})$$

这里, 为了使这个公式两边的量度一致起见, 如用 A^2 代替 $\frac{1}{C}$ 时, 在一条回旋曲线上所有各点, 均可成立以下恒等式。

(某点的曲线半径 R) $\times$ (从回旋曲线原点到某点的曲线长 L) = (常数 A^2)

即成立下式的关系:

$$R \cdot L = A^2$$

(1-4)

(1-4) 式称为回旋曲线的基本公式。

A 称为回旋曲线的参数, A 就是长度的量度。

这就如同圆曲线一样, 只要事先确定半径 R , 就确定了圆的大小一样, 在回旋曲线中如定出了 A , 就可确定回旋曲线的大小。

一条回旋曲线上各点的曲线半径 R 和曲线长 L , 是根据该点在回旋曲线上的位置的不同而变化的, 但 R 和 L 的乘积, 不论何时必须是一个常数 A^2 。所以 R, L, A 三数中, 只要事先知道两个数, 剩下的一个数就能简单、准确地求出来。

1-2 回旋曲线的要素和符号

对回旋曲线的各部分及回旋曲线有直接联系的各个数量, 总称为回旋曲线要素。

为了对以后的说明容易理解起见, 现将回旋曲线要素和符号予以指明。图 1-2 表示对回旋曲线 OP 的要素和符号。

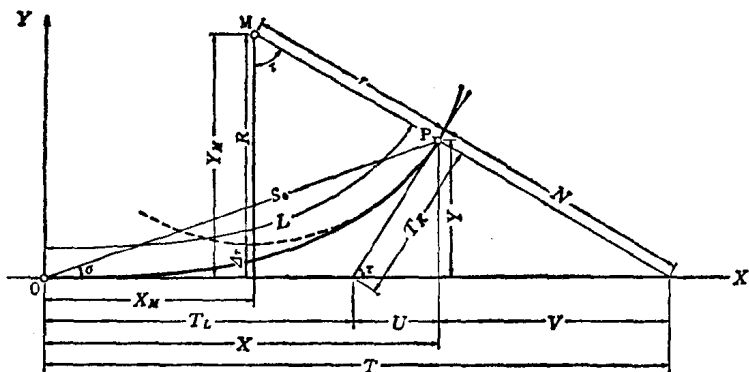


图1-2 回旋曲线要素说明图

回旋曲线的原点 O 处, 曲率为零, 在 P 点处为 $\frac{1}{R}$

的回旋曲线。

在图 1-2 中的各个记号说明如下：

O ：回旋曲线的原点；

P ：回旋曲线上的任意点；

M ：回旋曲线上 P 点的曲率中心；

$O \times$ ：主切线（在回旋曲线原点处的切线）；

A ：回旋曲线的参数；

X 、 Y ： P 点的 X 、 Y 座标；

L ：回旋曲线长；

R ：在 P 点处的曲线半径；

ΔR ：内移值；

X_M 、 Y_M ： M 点的 X 、 Y 座标；

τ ： P 点处的切线角；

σ ： P 点的极角*；

T_K 、 T_L ：短切线长；长切线长；

S_0 ：动径**；

N ：法线长；

U ： T_K 对主切线的投影长；

V ： N 对主切线的投影长；

T ： $X + V = T_L + U + V$

另外，如图 1-3 在回旋曲线上取任意弦时，则：

B ：曲线长；

S ：弦长；

φ ：弦角；

F ：中央纵距。

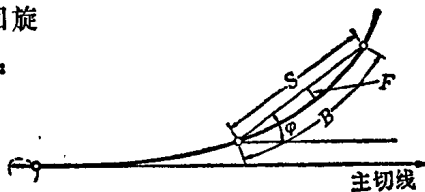


图 1-3

* 即指偏角，** 即指弦长，以后均同。——编者。

1-3 回旋曲线的图示法

图示回旋曲线的方法虽有许多种,但图(1-4)中所表示的是最理想的标准方法。

图1-4,是从一直线上用参量 $A=80\text{m}$ 的回旋曲线和 $R=80\text{m}$ 的圆曲线相连接,再由 $A=75\text{m}$ 的回旋曲线和另一直线相连接的情况。对于转角点 IP_{20} 前后的回旋曲线分别标上号数20-1和20-2,在图上标出:参数($A=80\text{m}$),回旋曲线的起点(KA_{20-1}) (如果是基本形式,这个起点就和回旋曲线的原点相一致;如果是卵形曲线,由于在中间才开始用回旋曲线,故不一定能和原点相一致。 KA 是接近原点处的回旋曲线起点),终点(KE_{20-1})的位置,对于圆曲线,则表示出 BC 的桩号,半径($R=80\text{m}$),以及整个缓和区段起点 BTC (和 KA 一致)和终点 ETC 的位置。而且,在图上用另外的表表示回旋曲线的要素数值。 IA 是两个回旋曲线的主切线交角, L_c 是圆弧长, CL 是包括圆曲线和两侧的回旋曲线在内的曲线总长度。 T_c , W 可参照2-2-3的图2-9,其他符号同图1-2说明。如用这种在图上表示的方法,回旋曲线的位置大小等是一目了然的。

1-4 回旋曲线的性质

本节就单位回旋曲线加以说明,再述回旋曲线各种性质,最后将介绍数学公式。

1-4-1 单位回旋曲线

回旋曲线是螺旋线的一种,在曲线上各点的曲线半径连续地变化,在曲线半径 R 和距原点的曲线长 L 之间存在者 $RL=A^2$ 的关系。式中的 R , L , A 均具有长度的量度。在我们

I.P. ₉₀	20	Y	13.10	10.16
K_{90}	20-1	L_c		43.980
I_A	85° 19' 36"	C_L		194.293
R	80.000	T_c	115.692	111.764
R	80.000	S	79.115	69.711
ΔL	3.304	W		76.084
X_M	39.669	A	80	75
X	78.023			

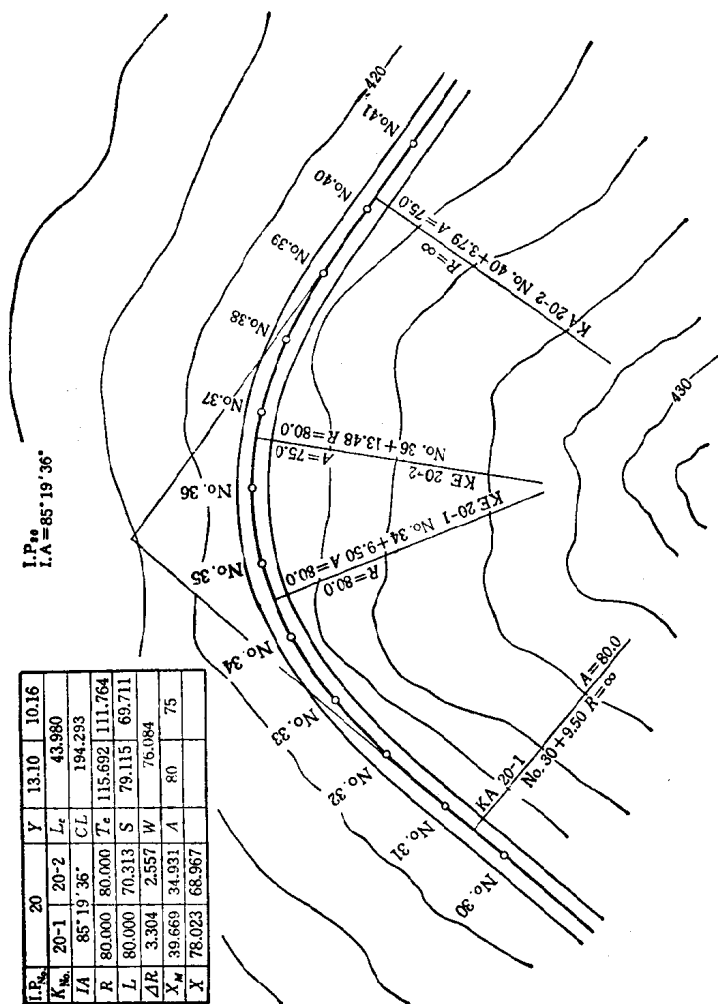


图1-4 回旋曲线的标准图示方法

使用的场合下，均为米单位制，设 $A = 1$ ，则具有

$$R \cdot L = 1 \quad (1-5)$$

的回旋曲线称为单位回旋曲线。单位回旋曲线要素如果使用拉丁文小体字母，则为：

$$r \cdot l = 1 \quad (1-6)$$

(1-6) 式也可考虑如下形式，就是使式 (1-4) 成为无量度的式子，因此用 A^2 除开两边，即成为：

$$\frac{R}{A} \cdot \frac{L}{A} = 1$$

如设 $\frac{R}{A} = r, \frac{L}{A} = l$ 就能得出 (1-6) 式。

因为 $R = A \cdot r, L = A \cdot l$ ，所以具有参数 A 的回旋曲线要素中有长度量度的各要素，只需将单位回旋曲线的各要素数值，加以 A 倍即可得出。

即所有回旋曲线在几何上均相似。 A 可以认为是放大倍率。如果参数 A 变大，那么对曲线长度 L 来说，回旋曲线的弯曲度就平缓，回旋曲线的整体大小度也变大。这种性质和圆曲线半径如加大，则圆弧弯曲度就平缓而整个圆也变大是相似的。

现举一例，在 $A = 40\text{m}, A = 60\text{m}, A = 80\text{m}$ 时，如将 R 和 L 等两三个数值计算则如表 1-1，如以图示，则如图 1-5。

A, R, L 关系的一例

表1-1

$A(\text{m})$	A^2	$L(\text{m})$		
		$R = 50\text{m}$	$R = 100\text{m}$	$R = 200\text{m}$
40	1,600	32	16	8
60	3,600	72	36	18
80	6,400	128	64	32

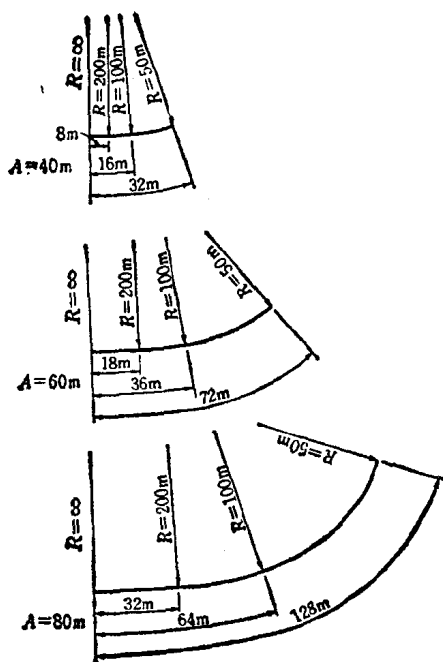


图1-5 参数 A 和回旋曲线大小的关系

本手册中的单位回旋曲线表，系将单位回旋曲线的各要素 (l , τ , σ , x , y , x_M , Δr , $\frac{\Delta r}{r}$, t_K , t_L 等) 事先计算好的表。表示单位回旋曲线各要素时，采用如前所述的小写的拉丁字母。

计算参数为 A 的回旋曲线各要素数值时，对有长度量度的要素 (R , L , X , Y , x_M , T_K , T_L 等) 可将单位回旋曲线表上的 (r , l , x , y , x_M , t_K , t_L 等) 乘以 A ，因为所有的回旋曲线中没有长度量度的要素 (τ , σ , $\frac{\Delta r}{r}$ 等) 都相似，所以可直接用单位回旋曲线表上的数值。