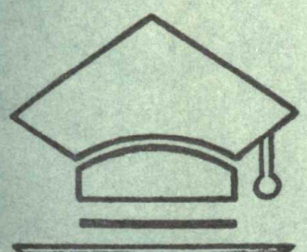
北京公达考研辅导系列·

'97年研究生入学考试

数学考试大纲辅导教材及全真模拟试卷

主编：中国人民大学　龚培恩



中国人民公安大学出版社

1997 年研究生入学考试

数学考试大纲辅导教材及全真模拟试卷

主编：中国人民大学　龚培恩

中国人民公安大学出版社
一九九六年·北京

图书在版编目（CIP）数据

数学考试大纲辅导教材及全真模拟试卷/龚培恩主编，—北京：中国人民公安大学出版社，1996.6

（1997年研究生入学考试系列丛书）

ISBN 7-81011-851-X

Ⅰ.数… Ⅱ.龚… Ⅲ.高等数学-研究生-入学考试-自学参考资料 Ⅳ.013-44

中国版本图书馆CIP数据核字（96）第08732号

1997 **年研究生入学考试**

数学考试大纲辅导教材及全真模拟试卷

主　　编：中国人民大学　龚培恩

责任编辑：熊允发

封面设计：周蕾

出版发行：中国人民公安大学出版社出版发行

（北京西城区木樨地南里　邮编：100038）

新华书店北京发行所经销

印　　刷：河北省涿州市印刷厂

版　　次：1996年6月第一版

印　　次：1996年6月第一次印刷

印　　张：21

开　　本：787×1092毫米　1/16

字　　数：520千字

印　　数：8000册

书　　号：ISBN 7-81011-851-X/G·32

定　　价：25.00元

本 书 导 读

1997 年硕士研究生数学考试大纲修订幅度较大，作了新的规范，主要体现以下几点：

1. 原数学一和数学二合并为一份试卷，称为数学一，原（工学类）数学三更名为数学二，原（经济学类）数学四、数学五分别更名为数学三和数学四。
2. 新的数学一，对于原数学一的考生概率论部分由选考变为必考，增加了数理统计初步，不再选考复变函数，对于选用原数学二试卷的考生，增加了概率论与数理统计初步的内容。
3. 新的数学二除继续考查原数学三的高等数学外还增加了线性代数初步的内容。
4. 新的数学三和数学四考试科目没有变化。新的数学三微积分中常微分方程部分增加考查一阶差分方程的内容。新的数学四概率论部分增加考查二维随机变量的有关内容。

为了帮助广大考生严格按照考试大纲的要求进行系统复习，特编写此书，本书无论是体例形式还要逻辑安排，不同于其它考前辅导书，它具有以下特点：

一、紧扣考纲内容准确！本书与统编教材及考试大纲紧密结合。

二、重点突出逻辑性强！

考试大纲涵盖的内容非常广泛，本书对考试大纲进行了深入的研究，并对历年考题的题型及考试重点进行了详细分析。

三、体例形式新颖便于记忆！

每章分为：①考试大纲要求，②典型例题及解析
③重点练习　④重点练习答案。

四、模拟试卷题型题量真实！

模拟试卷全由专家学者精心设计，题型、题量、难度均与实际考试基本一致。另外，本书还附有 1996 年全国工学、经济学硕士研究生入学考试数学试题、参考答案及评分标准。

由于时间仓促，水平有限，疏误之处难免，希望读者指正。来信请寄：北京 9613 信箱《数学》大纲辅导教材编写组收　邮编：100086　电话：(010) 62611107

预祝考生们取得优异成绩！

中国人民大学　龚培恩
一九九六年六月

考 试 说 明

说明：由于1997年硕士研究生入学考试数学大纲的变化，往年的数学一、二合并为数学一，复变函数不再是考试内容，数学三变为数学二，数学四变为数学三，数学五变为数学四

为了使广大考生对数学一～数学四的考试概况有一清楚的了解，现将有关情况做如下简要的说明：

数学一

一、适用的招生专业

力学、仪器仪表、动力机械及工程热物理、电工、电子学及通信、计算机科学与技术、自动控制、管理工程、船舶、原子能科学及技术、航空与宇航技术、兵器科学与技术。机械设计与制造、金属材料、冶金、土建、水利、测绘、非金属材料、化学工程和工业化学、地质勘探、矿业石油、铁道、公路、水运、纺织、轻工、林业工程。

二、考试内容

1. 高等数学

（1）函数、极限与连续；（2）一元函数微分学；（3）一元函数积分学；（4）向量代数与空间解析几何；（5）多元函数微分学；（6）多元函数积分学；（7）无穷级数；（8）微分方程。

2. 线性代数

（1）行列式；（2）矩阵；（3）向量；（4）线性方程组；（5）矩阵的特征值和特征向量；（6）二次型。

3. 概率论

（1）随机事件和概率；（2）随机变量及其概率分析；（3）二维随机变量及其分布；（4）随机变量的数字特征；（5）大数定律和中心极限定理。

三、试卷结构

1. 内容比例

（1）高等数学约68%；（2）线性代数约20%；（3）概率论约12%。

2. 题型比例

（1）填空题与选择题约30%；（2）解答题（包括证明题）约70%。

数学二

一、适用的招生专业

建筑学、技术科学史。

二、考试内容

高等数学（只考如下内容）

(1) 函数、极限、连续；(2) 一元函数微分学；(3) 一元函数积分学；(4) 常微分方程。

[注] 常微方程的内容与数学一、二相比，只需略去以下内容：①伯努利(Bernoulli)方程；②全微分方程；③可降阶的高阶微分方程；④欧拉(Euler)方程；⑤包含两个未知函数的一阶常系数线性微分方程组；⑥微分方程的幂级数解法。

三、试卷结构

1. 填空题、选择题约30%。

2. 解答题（包括证明题）约70%。

数学三

一、适用的招生专业

国民经济计划与管理（含经济系统分析）、工业经济、工业企业管理、统计学、数量经济学和技术经济学。

二、考试内容

1. 微积分

(1) 函数的极限与连续；(2) 一元函数微分学；(3) 一元函数积分学；(4) 多元函数和微积分学；(5) 无穷级数；(6) 常微分方程。

2. 线性代数

(1) 行列式；(2) 矩阵；(3) 向量；(4) 线性方程组；(5) 矩阵的特征值和特征向量；(6) 二次型。

3. 概率论

(1) 随机事件和概率；(2) 随机变量及其概率分布；(3) 随机变量的数字特征；(4) 大数定律和中心极限定理；(5) 数理统计初步。

三、试卷结构

1. 内容比例

(1) 微积分约50%　(2) 线性代数约25%　(3) 概率论约25%

2. 题型比例

(1) 填空题、选择题约30%　(2) 解答题（包括证明题）约70%

数学四

一、适用的招生专业

基本建设经济、农业经济、农业企业管理、商业经济、商业企业管理、运输经济、物资经济、劳动经济、财政学、货币银行学（含保险）、会计学、国际贸易、国际金融、世界经济、经济学说史、以及其它财经类专业。

二、考试内容（在数学三要求的基础上只需略去以下内容）

①一元函数积分学中的旋转体的体积计算

②多元函数微积分学中的二重积分概念及计算

③无穷级数

④常微分方程

2. 线性代数

①矩阵特征值和特征向量中的相似矩阵及其性质

②二次型

3. 概率论

①二元随机变量及其分布　②随机变量数字特征中的协方差和相关系数的概念和计算

③大数定律与中心极限定理　④数理统计初步

三、试卷结构

1. 内容比例

(1) 微积分约 55%　(2) 线性代数约 25%　(3) 概率论约 20%

2. 题型比例

(1) 填空题选择题约 30%　(2) 解答题（包括证明题）约 70%

MBA 数学（与数学五相同，只在是题型比例上有所不同）

(1) 填空题约 20%　(2) 解答题（包括证明题）约 80%

目　录

第二篇 线性代数

第一篇　高等数学

第一章　函数、极限与连续

一、考试大纲要求

函数的概念及表示法　函数的有界性、单调性、周期性和奇偶性　反函数、复合函数和隐函数　基本初等函数的性质及其图形　初等函数　简单应用问题的函数关系的建立　数列极限的 $\varepsilon-N$ 定义、函数极限的 $\varepsilon-\delta$ 定义和函数的左、右极限　无穷小　无穷大　无穷小的比较　极限四则运算　极限存在的两个准则：单调有界准则和夹逼准则　两个重要极限：

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{x}=1,\ \lim_{x\to\infty}(1+\frac{1}{x})^{x}=e$$

函数连续的概念，函数间断点的类型　初等函数的连续性闭区间上连续函数的性质（最大值、最小值定理和介值定理）

1. 函数的概念及表示法

定义　若 D 是一个非空实数集合，设有一个对应规则 f，使每一个 $x\in D$，都有一个确定的实数 y 与之对应，则称这个对应规则 f 为定义在 D 上的一个函数关系，或称变量 y 是变量 x 的函数。记作 $y=f(x)$，$x\in D$。

常用的函数表示法有（公式法、表格法和图形法）

2. 函数的有界性、单调性、周期性和奇偶性

① 函数的有界性

定义　设函数 $y=f(x)$ 在区间 (a,b) 内有定义（(a,b) 可以是函数 $f(x)$ 的整个定义域，也可以是定义域的一部分）。如果存在一个正数 M，对于所有的 $x\in(a,b)$，恒有 $|f(x)|\leqslant M$，则称函数 $f(x)$ 在 (a,b) 内是有界的。如果不存在这样的正数 M，则称 $f(x)$ 在 (a,b) 内是无界的。

② 函数的单调性

设函数 $y=f(x)$ 在区间 X 上有定义，如果对于 $\forall\ x_1$，$x_2\in X$，不妨设 $x_1<x_2$，恒有 $f(x_1)<f(x_2)$（或 $f(x_1)>f(x_2)$），则称 $f(x)$ 在 X 上是单调增加的（或单调减少的）；若恒有 $f(x_1)\leqslant f(x_2)$（或 $f(x_1)\geqslant f(x_2)$），则称 $f(x)$ 在 X 上是单调不减的（或单调不增的）.

③ 函数的周期性

定义　对于函数 $y=f(x)$，如果存在正的常数 a，使得 $f(x)=f(x+a)$ 恒成立，则称此函数为周期函数。满足这个等式的最小正数 a，称为函数的周期。

④ 函数的奇偶性

定义　给定函数 $y=f(x)$

(1) 如果对所有的 $x \in D(f)$，有 $f(-x)=f(x)$，则称 $f(x)$ 为偶函数。

(2) 如果对所有的 $x \in D(f)$，有 $(f-x)=-f(x)$，则称 $f(x)$ 为奇函数。

对于偶函数，因 $f(-x)=f(x)$，所以，点 $P(x, f(x))$ 如果在图形上，则与它对称于 y 轴的点 $P'(-x, f(x))$ 也在图形上，因此偶函数的图形对称于 y 轴。

对于奇函数，因 $f(-x)=-f(x)$，所以点 $Q(x, f(x))$ 如果在图形上，则与它对称于原点的点 $Q'(-x, -f(x))$ 也在图形上，因此奇函数的图形对称于原点。

3. 反函数、复合函数和隐函数

① 反函数

定义 设 $y=f(x)$ 是定义在 $D(f)$ 上的一个函数，值域为 $Z(f)$。如果对每一个 $y \in Z(f)$ 有一个确定的且满足 $y=f(x)$ 的 $x \in D(f)$ 与之对应，其对应规则记作 f^{-1}，这个定义在 $Z(f)$ 上的函数 $x=f^{-1}(y)$ 称为 $y=f(x)$ 的反函数，或称它们互为反函数。

函数 $y=f(x)$，x 为自变量，y 为因变量，定义域为 $D(f)$，值域为 $Z(f)$。

函数 $x=f^{-1}(y)$，y 为自变量，x 为因变量，定义域为 $Z(f)$，值域为 $D(f)$。

② 复合函数

复合函数：如果函数 $y=f(u)$，且 $u=\varphi(x)$，函数 $f(u)$ 的定义域与函数 $\varphi(x)$ 的值域交集非空，则称 $f[\varphi(x)]$ 为 x 的复合函数.

③ 隐函数

隐函数：以方程 $F(x, y)=0$ 形式表示的函数称作隐函数，其中 y 是 x 的函数.

4. 基本初等函数的性质.

① 常数函数：$f(x)=C$　（C 为常数）。

② 指数函数：$f(x)=a^x$　$(a>0, a\neq 1)$，当 $a=e$ 时　$f(x)=e^x$. 运算性质有 $a^{x_1} a^{x_2}=a^{x_1+x_2}$，$a^{x_1}/a^{x_2}=a^{x_1-x_2}$，$(a^x)^b=a^{bx}$.

③ 对数函数：$f(x)=\log_a x$ $(a>0, a\neq 1)$，当 $a=e$ 时有　$f(x)=\ln x$（与 e^x 互为反函数）运算性质有　$\log(x \cdot y)=\log_a x+\log_a y$，　$\log_a(x/y)=\log_a x-\log_a y$，　$\log_a x^y=y\log_a x$，　$\log_a x=\log_b x/\log_b a$.

④ 幂函数：$f(x)=x^a$（a 为常数）.

⑤ 三角函数：

i) 正弦函数：$y=\sin x$, $\sin(-x)=-\sin x$; $\sin(x+2\pi)=\sin x$.

ii) 余弦函数：$y=\cos x$, $\cos(-x)=\cos x$, $\cos(x+2\pi)=\cos x$.

iii) 正切函数：$y=\operatorname{tg} x$, $\operatorname{tg}(-x)=-\operatorname{tg} x$, $\operatorname{tg}(x+\pi)=\operatorname{tg} x$.

iv) 余切函数：$y=\operatorname{ctg} x$, $\operatorname{ctg}(-x)=-\operatorname{ctg} x$, $\operatorname{ctg}(x+\pi)=\operatorname{ctg} x$.

$$tg(\frac{\pi}{2}-x)=\operatorname{ctg} x, \operatorname{ctg}(\frac{\pi}{2}-x)=\operatorname{tg} x.$$

v) 正割函数：$y=\sec x$, $\sec(-x)=\sec x$; $\sec(x+2\pi)=\sec x$.

vi) 余割函数：$y=\csc x$, $\csc(-x)=-\csc x$, $\csc(x+2\pi)=\csc x$.

常用的三角函数公式：

$\sin^2 x+\cos^2 x=1$, $\sec^2 x=\operatorname{tg}^2 x+1$, $\csc^2 x=1+\operatorname{ctg}^2 x$, $\sin^2 x=2\sin x\cos x$, $\cos 2x=\cos^2 x-$

$\sin^2 x = 2\cos^2 x - 1 = 1 - 2\sin^2 x$，$\sin^2 x = \frac{1-\cos 2x}{2}$，$\cos^2 = \frac{1+\cos 2x}{2}$，$2\sin x\cos y = \sin(x+y) + \sin(x-y)$，$2\sin x\cos y = \sin(x+y) + \sin(x-y)$.

⑥ 反三角函数

i）反正弦函数：$y=\arcsin x$　（$|x|\leqslant 1$，$|f(x)|\leqslant\frac{\pi}{2}$）

ii）反余弦函数：$y=\arccos x$　（$|x|\leqslant 1$，$0\leqslant f(x)\leqslant\pi$）

iii）反正切函数：$y=\mathrm{arctg}\, x$　（$x\in R$，$|f(x)|\leqslant\frac{\pi}{2}$）

iv）反余切函数：$y=\mathrm{arcctg}\, x$　（$x\in R$，$0<f(x)<\pi$）

5. 初等函数

由基本初等函数经过有限次的四则运算和复合所构成的一切函数，统称为初等函数。

6. 极限

① 数列的极限：

定义　如果对于任意给定的正数 ε，总存在一个正整数 N，当 $n>N$ 时，

$$|y_n - A| < \varepsilon$$

恒成立，则称当 n 趋于无穷大时，数列 y_n 以常数 A 为极限。记作

$$\lim_{n\to\infty} y_n = A \text{ 或 } y_n \to A\ (n\to\infty)$$

如果一个数列有极限，我们就称这个数列是收敛的，否则就称它是发散的。y_n 以 A 为极限，亦称 y_n 收敛于 A。

② 函数的极限

①$x\to\infty$时，$f(x)$ 的极限：如果对于任意给定的 $\varepsilon>0$，总存在一个正数 M，使得当一切 $|x|>M$ 时，有 $|f(x)-A)|<\varepsilon$ 恒成立，则称当 x 趋于无穷大时，函数 $f(x)$ 以 A 为极限．记作 $\lim\limits_{x\to\infty} f(x)=A$，类似地，可以定义 $x\to+\infty$或 $x\to-\infty$时 $f(x)$ 的极限.

②$f(x)$ 在 $x\to x_0$ 时 $f(x)$ 的极限；如果对于任意给定的 $\varepsilon>0$，总存在一个正数 δ，当 $0<|x-x_0|<\delta$ 时，有 $|f(x)-A|<\varepsilon$ 恒成立，则称 x 趋于 x_0 时，函数 $f(x)$ 以 A 为极限，记作 $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)=A$. $f(x)$ 在 $x\to x_0$ 时以 A 为极限与 $f(x)$ 在 x_0 处有没有定义无关.

③ 函数的左右极限

定义　如果当 x 从 x_0 的左侧（$x<x_0$）趋于 x_0 时，$f(x)$ 以 A 为极限，即对于任意给定的 $\varepsilon>0$，总存在一个正数 δ，使 $0<x_0-x<\delta$ 时，

$$|f(x) - A| < \varepsilon$$

恒成立，则称 A 为 $x\to x_0$ 时 $f(x)$ 的左极限。记作 $\lim\limits_{x\to x_0^-} f(x)=A$ 或 $f(x_0-0)=A$

如果当 x 从 x_0 的右侧（$x>x_0$）趋于 x_0 时，$f(x)$ 以 A 为极限，即对于任意给定的 $\varepsilon>0$，总存在一个正数 δ，使当 $0<x-x_0<\delta$ 时，$|f(x)-A|<\varepsilon$
恒成立，则称 A 为 $x\to x_0$ 时 $f(x)$ 的右极限。记作 $\lim\limits_{x\to x_0^+} f(x)=A$　或 $f(x_0+0)=A$

7. 无穷小与无穷大及无穷量的比较

① 无穷小量

以 0 为极限的变量，称为无穷小量。亦即，对于任意给定的正数 ε，如果在变量 y 的变化过程中，总有那么一个时刻，在那个时刻以后，不等式 $|y|<\varepsilon$

恒成立，则称变量 y 为无穷小量。

② 无穷大量

如果对于任意给定的正数 E，变量 y 在其变化过程中，总有那么一个时刻，在那个时刻以后，不等式 $|y|>E$

恒成立，则称变量 y 是无穷大量，或称变量 y 趋于无穷大。记作 $\lim y=\infty$

③ 无穷小量与无穷大量的关系

在变量 y 的变化过程中

（1）如果 y 是无穷大量，则 $\frac{1}{y}$ 是无穷小量；

（2）如果 y（$\neq 0$）是无穷小量，则 $\frac{1}{y}$ 是无穷大量。

④ 无穷小量的阶

设 α，β 是同一过程中的两个无穷小量。

如果 $\lim \frac{\beta}{\alpha}=0$，则称 β 是比 α 较高阶无穷小量，记作 $\beta=o$（α）。

如果 $\lim \frac{\beta}{\alpha}=c\neq 0$（$c$ 为常量），则称 β 与 α 是同阶无穷小量。特别当 $c=1$ 时，称 β 与 α 是等价无穷小量，记作 $\alpha\sim\beta$。

如果 $\lim \frac{\beta}{\alpha}=\infty$，则称 β 是比 α 较低阶无穷小量。

因为 $\lim\limits_{n\to 0}\frac{x^2}{x}=\lim\limits_{x\to 0}x=0$，所以当 $x\to 0$ 时，x^2 是比 x 较高阶无穷小量，可以记作 $x^2=o$（x）。反之，当 $x\to 0$ 时，x 是比 x^2 较低阶无穷小量。

$\lim\limits_{n\to 0}\frac{x}{2x}=\frac{1}{2}$，所以当 $x\to 0$ 时，x 与 $2x$ 是同阶无穷小量。

8. 极限的四则运算：设 $\lim f=A$，$\lim g=B$，**其中** f，**可以是函数，也可以是数列，则**

①$\lim$（$f\pm g$）$=\lim f\pm\lim g=A\pm B$；

②$\lim$（$f\cdot g$）$=\lim f\cdot\lim g=A\cdot B$；

③$\lim$（f/g）$=\lim f/\lim g=A/B$　（$\lim g=B\neq 0$）。

9. 极限存在的两个准则

（准则Ⅰ）如果在某个变化过程中，三个变量 x、y、z 总有关系 $y\leqslant x\leqslant z$，且 $\lim y=\lim z=A$，则 $\lim x=A$。

（准则Ⅱ）如果数列 $y_n=f$（n）是单调有界的，则 $\lim\limits_{n\to\infty}f$（$n$）一定存在。

10. 两个重要极限

$$(1)\ \lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{x}=1 \qquad (2)\ \lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{n}\right)^n=e$$

11. 函数连续的概念

（1）函数的点连续

设函数 $y=f(x)$ 在点 x_0 的某个邻域内有定义，如果当自变量 x 在点 x_0 处取得的改变量 Δx 趋于 0 时，函数相应的改变量 Δy 也趋于 0，即 $\lim\limits_{\Delta x\to 0}\Delta y=0$

或写作 $\lim\limits_{\Delta x\to 0}[f(x_0+\Delta x)-f(x_0)]=0$

则称函数 $f(x)$ 在点 x_0 处连续。

(2) **连续区间：如果函数 $f(x)$ 在区间 $[a,b]$ 上每一点都连续，则称 $f(x)$ 在 $[a、b]$ 上连续，称 $[a、b]$ 为 $f(x)$ 的连续区间。**

12. **函数的间断点**

如果函数 $f(x)$ 在点 x_0 处不满足连续条件，则称函数 $f(x)$ 在点 x_0 处不连续，或者称函数 $f(x)$ 在点 x_0 处间断。点 x_0 称为 $f(x)$ 的间断点。

显然，如果 $f(x)$ 在点 x_0 处有下列三种情形之一，则点 x_0 为 $f(x)$ 的间断点：

(1) 在点 x_0 处 $f(x)$ 没有定义；

(2) $\lim\limits_{x\to x_0}f(x)$ 不存在；

(3) 虽然 $f(x_0)$ 有定义，且 $\lim\limits_{x\to x_0}f(x)$ 存在，但 $\lim\limits_{x\to x_0}f(x)\neq f(x_0)$

13. **初等函数的连续性及闭区间上连续函数的性质**

① 有界性：如果 $f(x)$ 在 $[a,b]$ 上连续，则 $f(x)$ 在 $[a,b]$ 上有界.

② 有最大、小值：如果 $f(x)$ 在 $[a,b]$ 上连续，则 $f(x)$ 在 $[a,b]$ 上一定有最大、小值.

③ 介值定理：如果 $f(x)$ 在 $[a,b]$ 上连续，m 和 M 之间的任一实数 C，即 $(m<C<M)$，至少存在一点 ξ，使得 $f(\xi)=C$.

如果 $f(x)$ 在 $[a,b]$ 上连续，且 $f(a)\cdot f(b)<0$，则在 (a,b) 内至少存在一点 ξ，使 $f(\xi)=0$.

④ 设函数 $f(x)$ 与 $g(x)$ 在同一区间上连续，则它们的和、差、积、商在此区间上也连续（商的连续应假定分母在此区间上不取 0 值）.

⑤ 设函数 $z=\varphi(x)$ 在 x_0 处连续，$z_0=\varphi(x_0)$，函数 $y=f(z)$ 在 z_0 处连续，则复合函数 $y=f[\varphi(x)]$ 在 x_0 处也连续.

二、典型例题及解析

1. 选择

① $\lim\limits_{x\to 0^+}\left(\frac{2^x+3^x}{5}\right)^{\frac{1}{x}}=$ (C)

(A) 1 (B) $+\infty$ (C) 0 (D) -1

分析对于 $x>0$，并注意到 $\left(\frac{2}{3}\right)^x<1$，我们有

$$0\leqslant\left(\frac{2^x+3^x}{5}\right)^{\frac{1}{x}}=\left[\frac{3^x\{(\frac{2}{3})^x+1\}}{5}\right]^{\frac{1}{x}}<3\left(\frac{2}{5}\right)^{\frac{1}{x}}$$

而 $\lim\limits_{x\to 0+}3\left(\frac{2}{5}\right)^{\frac{1}{x}}=0$，从而得知 $\lim\limits_{x\to 0^+}\left(\frac{2^x+3^x}{5}\right)^{\frac{1}{x}}=0$.

② 求 $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\sqrt[n]{(a_1+x)(a_2+x)\cdots(a_n+x)}-x\right)=$ (C)

(A) $\frac{1}{n}$ (B) 0 (C) $\frac{1}{n}(a_1+a_2+\cdots+a_n)$ (D) $\sqrt{a_1+a_2+\cdots+a_n}$

解 令 $x=\frac{1}{t}$，当 $x\to\infty$时，$t\to 0$. 于是

$$\text{原式}=\lim_{t\to 0}\frac{\sqrt[n]{(1+a_1t)(1+a_2t)\cdots+(1+a_nt)}-1}{t}$$

$$=\lim_{t\to 0}\frac{\sqrt[n]{1+a_1t}\cdot\sqrt[n]{1+a_2t}\cdot\cdots\sqrt[n]{1+a_nt}-1}{t}$$

$$=\lim_{t\to 0}\frac{1}{t}\left[\left(1+\frac{a_1}{n}t+o(t)\right)\left(1+\frac{a_2}{n}t+o(t)\right)\cdots\left(1+\frac{a_n}{n}t+o(t)\right)-1\right]$$

$$=\lim_{t\to 0}\frac{1}{t}\left[1+\frac{a_1}{n}t+\frac{a_2}{n}t+\cdots+\frac{a_n}{n}t+o(t)-1\right]$$

$$=\lim_{t\to 0}\frac{1}{t}\left[\frac{a_1+a_2+\cdots+a_n}{n}t+o(t)\right]$$

$$=\frac{1}{n}(a_1+a_2+\cdots a_n).$$

③ $f(x)=xe^{-|\sin x|}$ $(-\infty<x<+\infty)$ 是

(A) 有界函数. (B) 单调函数.

(C) 周期函数. (D) 奇函数. 答 (D)

［**解析**］应选 D.

验证法：由于 $f(-x)=-xe^{-|\sin(-x)|}=-f(x)$，所以 $f(x)$ 是奇函数，根据四选一的选择题规定只有唯一选项是正确的，那么 (D) 是唯一正确选项.

排除法：$f(x)$ 不是有界函数，若对任意 x，$|f(x)|<M$，M 为某定数，则 $|x|=|f(x)\cdot e^{|\sin x|}|<Me$，此与 x 为任意实数相矛盾. 同法证明 $f(x)$ 不是周期函数. $f(x)$ 也不是单调函数，因为 $f(0)=0$，$f(\pi)=\pi$，$f\left(\frac{3}{2}\pi\right)=\frac{3}{2e}\pi$，故 $f(0)<f(\pi)>f\left(\frac{3}{2}\pi\right)$. 可见 $f(x)$ 不是单调的，此时只有 (D) 为正确选项.

④ 当 $x\to 0$ 时，$x-\sin x$ 是 x^2 的

(A) 低阶无穷小. (B) 高阶无穷小.

(C) 等价无穷小. (D) 同阶但非等阶的无穷小.

答 (B)

［**解析**］应选 B.

因为 $\lim\limits_{x\to 0}\frac{x-\sin x}{x^2}=\lim\limits_{x\to 0}\frac{1-\cos x}{2x}=\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin x}{2}=0$，

所以 $x-\sin x$ 是 x^2 的高阶无穷小，故 (B) 项正确.

⑤ $x=0$ 点是函数 $f(x)=\operatorname{arctg}\frac{1}{x}$的

(A) 连续点. (B) 可去间断点.

(C) 有限跳跃间断点. (D) 无穷间断点.

答 (C)

［**解析**］ 应选 C.