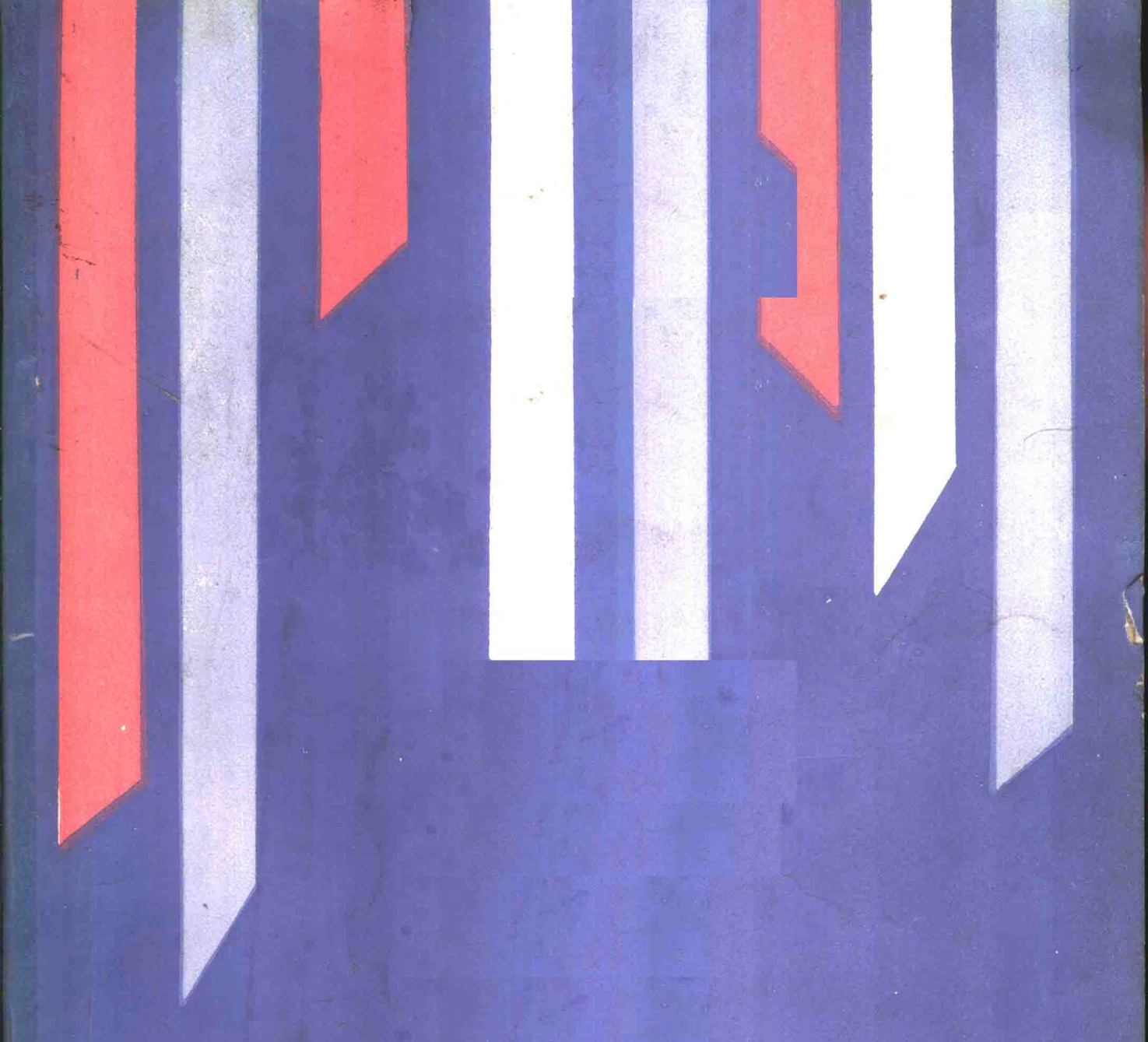




机械原理计算机辅助设计

汪 凯 涂国芳 编

华南理工大学出版社

机械原理计算机辅助设计

汪 凯 涂国芳 编

华南理工大学出版社

内 容 提 要

随着计算技术的发展和电子计算机的普及,计算机辅助设计(CAD)在现代机械产品设计中得到日益广泛的应用,并已取得令人满意的效果。本书为此向读者提供有关机构学CAD的基本知识。

全书共分八章。内容包括平面连杆机构的运动分析、受力分析、平面连杆机构的综合、凸轮机构设计、齿轮机构设计、机械运转与调速、空间连杆机构的运动分析与综合及计算机图形显示和程序设计技巧。在附录中还介绍了几种常用算法的基本知识。

本书可作为高等工科院校机械类各专业机械原理的补充教材,也可作为非机械类专业师生和工程技术人员的参考书。

• 责任编辑: 赖淑华

机械原理计算机辅助设计

汪 凯 涂国芳 编

*

华南理工大学出版社出版发行

(广州 五山)

广东省新华书店经销 华南理工大学印刷厂印装

开本: 787×1092 1/16 印张: 15.875 字数: 381 千字

1989年3月第一版 1989年3月第一次印刷

印数 1—4000

ISBN 7-5623-0093-3/TH·4

定价: 3.20

前 言

计算机辅助设计 (Computer Aided Design, 简称 CAD) 是近二十几年发展起来的一门新技术。随着计算机的应用和普及, 这种技术正广泛应用于各设计部门。人们可以利用计算机对各种可能的设计方案进行计算、分析和比较, 确定较为理想的设计方案。

为了能在《机械原理》课程中推广和应用 CAD, 在教学中培养学生利用电子计算机解决实际问题的思维方法和基本技能, 我们在利用计算机进行机械原理课程设计教学实践的基础上, 编写了这本《机械原理计算机辅助设计》。

作者力求在建立数学模型, 即运用解析法建立数学表达式的基础上, 通过典型机构的具体例题来说明机构学 CAD 的使用方法。为此, 对于例题, 一般都给出了程序框图、程序及部分计算结果, 还给出了根据运算结果而绘制的相应曲线或机构运动简图。其目的在于使学生通过对具体例题的分析, 加深对《机械原理》课程基本理论的理解, 培养独立编写程序的能力。

本书的程序使用 BASIC 语言编写, 因为 BASIC 语言具有简单易懂, 程序的调试、修改方便等特点, 便于初学者掌握。书中所有的程序均在 IBM-PC 微机上运行通过。考虑到国内尚有一定数量的 Z80 和 APPLE II 型微型机, 因此, 程序的设计尽可能地兼容适应这两种微型机性能的要求。例如, 对程序中的变量名都尽可能地用两个字母表示。由于 IBM-PC 微型机具有高级图形处理等功能, 故本书的第八章对结构程序设计方法及图形显示技巧作了专门的介绍。

本书第一章至第七章和附录由汪凯编写, 第八章由涂国芳编写, 第一、四章中有关机构动态显示程序由王荆青编写。

谢存禧教授具体指导本书的编写工作, 全面地审阅了本书, 并提出了许多宝贵意见。在编写过程中还得到李杞仪老师的热情帮助和审校, 在此一并表示感谢。

由于我们的经验不足, 书中可能有不妥之处, 各章所给出的程序也可能不是最佳程序, 请读者批评指正。

编 者

1987 年 8 月

目 录

第一章 平面连杆机构的运动分析	(1)
§ 1-1 概述	(1)
§ 1-2 铰链四杆机构的运动分析	(1)
§ 1-3 导杆机构的运动分析	(5)
§ 1-4 二级多杆机构的运动分析	(9)
§ 1-5 三级机构的运动分析	(10)
§ 1-6 例题及程序	(12)
第二章 平面连杆机构的动态静力分析	(43)
§ 2-1 概述	(48)
§ 2-2 平面连杆机构的动态静力分析	(43)
§ 2-3 多杆机构的受力分析	(48)
§ 2-4 例题及程序	(50)
第三章 平面连杆机构的综合	(67)
§ 3-1 概述	(67)
§ 3-2 按给定的传动角综合四杆机构	(67)
§ 3-3 按给定的行程速比系数综合四杆机构	(69)
§ 3-4 用位移矩阵法综合四杆机构	(70)
§ 3-5 例题及程序	(78)
第四章 凸轮机构及其设计	(95)
§ 4-1 从动件常用运动规律	(95)
§ 4-2 凸轮轮廓设计	(101)
§ 4-3 凸轮机构基本尺寸的确定	(105)
§ 4-4 例题及程序设计实例	(108)
第五章 齿轮机构及其设计	(130)
§ 5-1 渐开线及渐开线函数	(130)
§ 5-2 渐开线直齿圆柱齿轮基本尺寸的计算	(130)
§ 5-3 渐开线齿轮传动变位系数的选择	(132)
§ 5-4 程序设计实例	(136)
§ 5-5 渐开线斜齿圆柱齿轮传动几何尺寸的计算	(149)

第六章 机械的运转及其速度波动的调节	(151)
§ 6-1 概述	(151)
§ 6-2 等效力、等效力矩、等效质量和等效转动惯量	(152)
§ 6-3 机械系统运动方程式	(155)
§ 6-4 在已知力的作用下机械的真实运动	(156)
§ 6-5 稳定运动状态下速度的调节	(171)
第七章 空间连杆机构的运动分析及综合	(181)
§ 7-1 概述	(181)
§ 7-2 空间连杆机构的运动分析	(181)
§ 7-3 空间连杆机构的综合	(191)
第八章 结构程序设计及图形显示技巧	(211)
§ 8-1 结构程序设计	(211)
§ 8-2 图形显示技巧	(216)
附 录 常用算法及其BASIC程序	(233)
一、线性方程组的求解	(233)
二、阻尼最小二乘法解非线性方程组	(236)
三、数值积分	(243)
四、用龙格-库塔法解常微分方程	(244)
参考书目	(246)

第一章 平面连杆机构的运动分析

§ 1-1 概 述

随着电子计算机的普及以及计算方法的发展,用解析法对机构进行分析和研究,用计算机进行辅助设计正在日益广泛地得到应用。

解析法的方法较多,有矩阵法、复数法、对偶数、四元数、旋量等。本书介绍直角坐标解析法,并配有一整套按这种方法求解机构学问题用的计算机子程序及例题,这种方法比较简单,较适合于计算程序化的要求。

直角坐标法的要点是将机构视为一个受约束的刚体力学系统,它在运动过程中的每一瞬时的位置由其上的特殊点(如铰链点、质心点等)在选定的直角坐标系 xoy 中的坐标来表示,如图 1-1 所示的铰链四杆机构,它在图示位置可由其上的四个回转副 $A(x_A, y_A)$, $B(x_B, y_B)$, $C(x_C, y_C)$, $D(x_D, y_D)$ 来表示它在这一瞬时的位置。根据机构在运动过程中杆长不变(如 l_{AB} 、 l_{CD} 在运动过程中保持定杆长)或三点共线(如 B 、 S_2 、 C 三点共线)等约束条件,建立分析或综合方程式,然后根据已知条件,逐一对其它待求参数进行求解。为了求解方便,我们规定,构件在坐标系内的角位置 φ_i 均以 x 轴的正向绕原点逆时针转过的角度为正值来表示。构件的角速度、角加速度以逆时针转向为正。

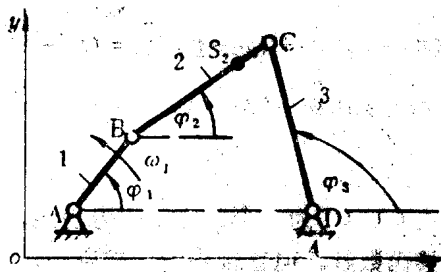


图 1-1

下面首先通过四杆机构的例子,说明用直角坐标法进行运动分析的方法。

§ 1-2 铰链四杆机构的运动分析

如图 1-2 所示的铰链四杆机构,构件 1 为原动件,以等角速度 ω_1 逆时针方向回转,各构件的长度为已知,要求对该机构进行运动分析。

以 $x_A, y_A, x_B, y_B, x_C, y_C, x_D, y_D, x_{S_2}, y_{S_2}$ 分别表示铰链点 A, B, C, D 及构件 2 上质心 S_2 的坐标,则在选定的坐标系内, x_A, y_A, x_D, y_D 为已知量。

B 点位置方程为

$$\begin{cases} x_B = x_A + l_{AB} \cos \varphi_1 \\ y_B = y_A + l_{AB} \sin \varphi_1 \end{cases} \quad (1-1)$$

B 点的速度方程为

$$\begin{cases} \dot{x}_B = -l_{AB} \dot{\varphi}_1 \sin \varphi_1 \\ \dot{y}_B = l_{AB} \dot{\varphi}_1 \cos \varphi_1 \end{cases} \quad (1-2)$$

B 点的加速度方程为

$$\begin{cases} \ddot{x}_B = -l_{AB} \dot{\varphi}_1^2 \cos \varphi_1 \\ \ddot{y}_B = -l_{AB} \dot{\varphi}_1^2 \sin \varphi_1 \end{cases} \quad (1-3)$$

根据 l_{BC} 和 l_{CD} 在机构运动过程中保持定长的约束条件, 可建立 C 点的位置方程

$$\begin{cases} (x_C - x_B)^2 + (y_C - y_B)^2 - l_{BC}^2 = 0 \\ (x_C - x_D)^2 + (y_C - y_D)^2 - l_{CD}^2 = 0 \end{cases} \quad (1-4)$$

故 C 点的速度方程为

$$\begin{cases} (x_C - x_B) \dot{x}_C + (y_C - y_B) \dot{y}_C = (x_C - x_B) \dot{x}_B + (y_C - y_B) \dot{y}_B \\ (x_C - x_D) \dot{x}_C + (y_C - y_D) \dot{y}_C = (x_C - x_D) \dot{x}_D + (y_C - y_D) \dot{y}_D \end{cases} \quad (1-5)$$

C 点的加速度方程为

$$\begin{cases} (x_C - x_B) \ddot{x}_C + (y_C - y_B) \ddot{y}_C = (x_C - x_B) \ddot{x}_B + (y_C - y_B) \ddot{y}_B - (\dot{x}_C - \dot{x}_B)^2 - (\dot{y}_C - \dot{y}_B)^2 \\ (x_C - x_D) \ddot{x}_C + (y_C - y_D) \ddot{y}_C = (x_C - x_D) \ddot{x}_D + (y_C - y_D) \ddot{y}_D - (\dot{x}_C - \dot{x}_D)^2 - (\dot{y}_C - \dot{y}_D)^2 \end{cases} \quad (1-6)$$

式 (1-4) 为一个二元二次方程组, 在机构可动的范围内, 它有确定解, 并且可以求出其代数解, 但直接求解比较麻烦, 为此, 我们可以将 C 点的位置方程表示为

$$\begin{cases} x_C = x_B + l_{BC} \cos(\alpha + \beta) \\ y_C = y_B + l_{BC} \sin(\alpha + \beta) \end{cases} \quad (1-7)$$

式中 $\cos \alpha = \frac{l_{BC}^2 + K_1^2 - l_{CD}^2}{2l_{BC} \cdot K_1}, \sin \alpha = \pm \sqrt{1 - \cos^2 \alpha},$

$$\sin \beta = \frac{y_D - y_B}{K_1}, \cos \beta = \frac{x_D - x_B}{K_1},$$

$$K_1 = \sqrt{(x_D - x_B)^2 + (y_D - y_B)^2}$$

将以上关系代入式 (1-7) 整理后得

$$\begin{cases} x_C = x_B + K_2(x_D - x_B) - K \cdot K_3(y_D - y_B) \\ y_C = y_B + K_2(y_D - y_B) + K \cdot K_3(x_D - x_B) \end{cases} \quad (1-8)$$

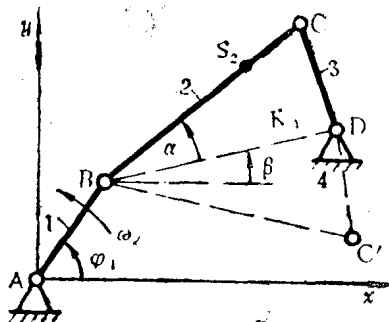


图 1-2

式中
$$K_2 = \frac{K_1^2 + l_{BC}^2 - l_{CD}^2}{2K_1^2},$$

$$K_3 = \sqrt{\left(\frac{l_{BC}}{K_1}\right)^2 - K_2^2}.$$

如果 $K_1 > (l_{BC} + l_{CD})$ 或 $K_1 < |(l_{BC} - l_{CD})|$, 则两杆不能装配。

K 称之为模式系数, 式 (1-8) 的两组解, 分别对应图上实线和虚线的两个位置。当 B—C—D 顺时针排列时, $K = +1$, 反之 $K = -1$ 。式 (1-5)、(1-6) 均为二元线性方程, 求解十分容易, 不再另述。

在求得 C 点的位置、速度及加速度之后, 我们可以根据三点共线的约束条件, 列出 S_2 点的位置、速度及加速度方程式。

S_2 点的位置方程式为

$$\frac{x_{S_2} - x_B}{x_C - x_B} = \frac{y_{S_2} - y_B}{y_C - y_B} = \frac{l_{S_2B}}{l_{BC}}$$

即

$$\begin{cases} x_{S_2} = x_B + (x_C - x_B) \frac{l_{S_2B}}{l_{BC}} \\ y_{S_2} = y_B + (y_C - y_B) \frac{l_{S_2B}}{l_{BC}} \end{cases} \quad (1-9)$$

S_2 点速度方程式为

$$\begin{cases} \dot{x}_{S_2} = \dot{x}_B + (\dot{x}_C - \dot{x}_B) \frac{l_{S_2B}}{l_{BC}} \\ \dot{y}_{S_2} = \dot{y}_B + (\dot{y}_C - \dot{y}_B) \frac{l_{S_2B}}{l_{BC}} \end{cases} \quad (1-10)$$

S_2 点的加速度方程式为

$$\begin{cases} \ddot{x}_{S_2} = \ddot{x}_B + (\ddot{x}_C - \ddot{x}_B) \frac{l_{S_2B}}{l_{BC}} \\ \ddot{y}_{S_2} = \ddot{y}_B + (\ddot{y}_C - \ddot{y}_B) \frac{l_{S_2B}}{l_{BC}} \end{cases} \quad (1-11)$$

欲求构件 2 的角位置、角速度及角加速度, 在求出其上两点的位置、速度及加速度的值后, 可按下列方法分别求出它们的数值。

$$\begin{cases} x_C - x_B = l_{BC} \cos \varphi_2 & ① \\ y_C - y_B = l_{BC} \sin \varphi_2 & ② \end{cases} \quad (1-12)$$

$$\varphi_2 = \arctan \left(\frac{y_C - y_B}{x_C - x_B} \right)$$

将式(1-12)的②求一次导数,再除以式(1-12)中的①,得到构件2的角速度表达式为

$$\omega_2 = \dot{\varphi}_2 = \frac{\dot{y}_C - \dot{y}_B}{x_C - x_B} \quad (1-13)$$

将上式再求一次导数,得到构件2的角加速度表达式为

$$\epsilon_2 = \ddot{\varphi}_2 = \frac{(\ddot{y}_C - \ddot{y}_B)(x_C - x_B) - (\dot{y}_C - \dot{y}_B)(\dot{x}_C - \dot{x}_B)}{(x_C - x_B)^2} \quad (1-14)$$

很显然,式(1-12)、(1-13)、(1-14)适用于求机构中任何一个构件的角位置、角速度及角加速度,只要在求出同一构件上两点的位置、速度及加速度的数值之后,适当改换表达式中参数的脚标,即可求出待求构件的角位置、角速度及角加速度。在计算机编程计算时,要注意计算机本身是否具有判定 $\arctan$ 应在像限的功能,如果不具有这种功能(如在 IBM 或 apple II 机上运行用 BASIC 语言编的程序时),还要专门编写判定 $\arctan$ 应在像限的子程序。如果计算机具有这种功能(如在 IBM 或 apple II 机上运行用 FORTRAN 语言编写的程序时),就不必考虑这一问题。而直接调用 ATAN2 函数就可以了。

为了更一般性,我们把 B、C 两点间的距离和 C、D 两点间的距离都认为是可变的,并用 l_i 表示 l_{BC} , l_j 表示 l_{CD} , 对这种可变杆长的铰链四杆结构的运动分析,原理与定杆长的四杆机构相同,其位置方程为

$$\begin{cases} (x_C - x_B)^2 + (y_C - y_B)^2 - l_i^2 = 0 \\ (x_C - x_D)^2 + (y_C - y_D)^2 - l_j^2 = 0 \end{cases}$$

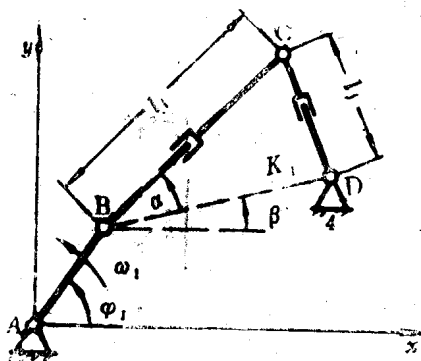


图 1-3

仿照对式(1-8)的推导过程便可得出求解C点的位置方程为

$$\begin{cases} x_C = x_B + K_2(x_D - x_B) - K \cdot K_3(y_D - y_B) \\ y_C = y_B + K_2(y_D - y_B) + K \cdot K_3(x_D - x_B) \end{cases} \quad (1-15)$$

式中

$$K_1 = \sqrt{(x_D - x_B)^2 + (y_D - y_B)^2}$$

$$K_2 = \frac{K_1^2 + l_i^2 - l_j^2}{2K_1^2},$$

$$K_3 = \sqrt{\left(\frac{l_i}{K_1}\right)^2 - K_2^2}.$$

C 点的速度方程为

$$\begin{cases} (x_C - x_B)\dot{x}_C + (y_C - y_B)\dot{y}_C = (x_C - x_B)\dot{x}_B + (y_C - y_B)\dot{y}_B + l_i\dot{l}_i \\ (x_C - x_D)\dot{x}_C + (y_C - y_D)\dot{y}_C = (x_C - x_D)\dot{x}_D + (y_C - y_D)\dot{y}_D + l_j\dot{l}_j \end{cases} \quad (1-16)$$

C 点的加速度方程为

$$\begin{cases} (x_C - x_B)\ddot{x}_C + (y_C - y_B)\ddot{y}_C = (x_C - x_B)\ddot{x}_B + (y_C - y_B)\ddot{y}_B \\ \quad - (\dot{x}_C - \dot{x}_B)^2 - (\dot{y}_C - \dot{y}_B)^2 + \dot{l}_i^2 + l_i\ddot{l}_i \\ (x_C - x_D)\ddot{x}_C + (y_C - y_D)\ddot{y}_C = (x_C - x_D)\ddot{x}_D + (y_C - y_D)\ddot{y}_D \\ \quad - (\dot{x}_C - \dot{x}_D)^2 - (\dot{y}_C - \dot{y}_D)^2 + \dot{l}_j^2 + l_j\ddot{l}_j \end{cases} \quad (1-17)$$

很显然, 定杆长的铰链四杆机构是变杆长的铰链四杆运动分析的特例, 在用计算机编程时, 只须按式 (1-15)、(1-16)、(1-17) 编成独立的子程序, 它将供含一个铰链二级组或含多个铰链二级组的二级机构运动分析时调用。

§ 1-3 导杆机构的运动分析

一、直线导杆—滑块组

图 1-4 所示的导杆机构, 构件 1 为原动件, 各构件的长度为已知, 要求对导杆进行运动分析。

由于原动件的角速度 ω_1 及杆长 l_{AB} 为知量, 所以构件 2 上 B 点的位置、速度及加速度均可按式 (1-1)、(1-2)、(1-3) 求得, 在此瞬时位置, 滑块相对于导杆上固定点 C 的距离 L 、速度 $\dot{L}$ 和加速度 $\ddot{L}$ 可按以下方程求得,

$$\begin{cases} L = \sqrt{(x_B - x_C)^2 + (y_B - y_C)^2} \\ \dot{L} = [(x_B - x_C)(\dot{x}_B - \dot{x}_C) + (y_B - y_C)(\dot{y}_B - \dot{y}_C)]/L \\ \ddot{L} = [(x_B - x_C)(\ddot{x}_B - \ddot{x}_C) + (y_B - y_C)(\ddot{y}_B - \ddot{y}_C) \\ \quad + (\dot{x}_B - \dot{x}_C)^2 + (\dot{y}_B - \dot{y}_C)^2 - \dot{L}^2]/L \end{cases} \quad (1-18)$$

欲求导杆上任意一点 D 的位置、速度及加速度, 则可按 D、B、C 三点共线来建立其位置的约束方程式:

$$\frac{x_D - x_C}{x_B - x_C} = \frac{y_D - y_C}{y_B - y_C} = \frac{l_{CD}}{L}$$

即

$$\begin{cases} x_D = x_C + (x_B - x_C) \frac{l_{CD}}{L} \\ y_D = y_C + (y_B - y_C) \frac{l_{CD}}{L} \end{cases} \quad (1-19)$$

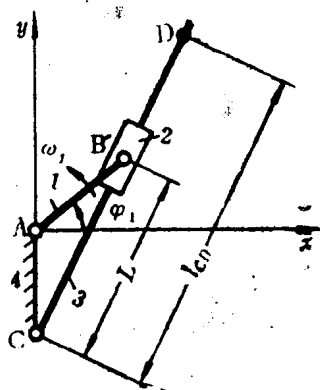


图 1-4

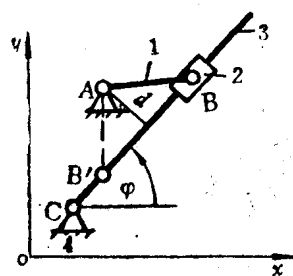


图 1-5

故

$$\begin{cases} \dot{x}_D = \dot{x}_C + (\dot{x}_B - \dot{x}_C) \frac{l_{CD}}{L} - \dot{L} \frac{l_{CD}(x_B - x_C)}{L^2} \\ \dot{y}_D = \dot{y}_C + (\dot{y}_B - \dot{y}_C) \frac{l_{CD}}{L} - \dot{L} \frac{l_{CD}(y_B - y_C)}{L^2} \end{cases} \quad (1-20)$$

$$\begin{cases} \ddot{x}_D = \ddot{x}_C + (\ddot{x}_B - \ddot{x}_C) \frac{l_{CD}}{L} - \ddot{L} \frac{l_{CD}(x_B - x_C)}{L^2} \\ \quad + \frac{2l_{CD}\dot{L}[\dot{L}(x_B - x_C) - L(\dot{x}_B - \dot{x}_C)]}{L^3} \\ \ddot{y}_D = \ddot{y}_C + (\ddot{y}_B - \ddot{y}_C) \frac{l_{CD}}{L} - \ddot{L} \frac{l_{CD}(y_B - y_C)}{L^2} \\ \quad + \frac{2l_{CD}\dot{L}[\dot{L}(y_B - y_C) - L(\dot{y}_B - \dot{y}_C)]}{L^3} \end{cases} \quad (1-21)$$

二、输入导杆

图 1-5 所示的导杆机构，导杆为原动件，各构件的长度为已知，要对构件 1 进行运动分析。

铰链点 B 的位置方程为

$$\begin{cases} (x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 - l_{AB}^2 = 0 & \text{①} \\ (x_B - x_C) \sin \varphi - (y_B - y_C) \cos \varphi = 0 & \text{②} \end{cases} \quad (1-22)$$

又

$$\begin{cases} x_B = x_C + l_{BC} \cos \varphi \\ y_B = y_C + l_{BC} \sin \varphi \end{cases}$$

将以上二式代入式 (1-22) ① 求得

$$l_{BC} = K_1 \pm \sqrt{l_{AB}^2 - d^2} \quad (1-23)$$

式中 $K_1 = (x_A - x_C) \cos \varphi + (y_A - y_C) \sin \varphi$

$d = (y_A - y_C) \cos \varphi - (x_A - x_C) \sin \varphi$

如果 $d > l_{AB}$ ，则转动导杆组不满足装配条件。

式 (1-20) 的两个解分别对应于图 1-5 中 B 和 B' 的两个位置，在计算公式中用模式系数 K 加以区别。综合以上结果，可以得到铰链点 B 的位置方程为

$$\begin{cases} x_B = x_C + (K_1 + K \cdot \sqrt{l_{AB}^2 - d^2}) \cos \varphi \\ y_B = y_C + (K_1 + K \cdot \sqrt{l_{AB}^2 - d^2}) \sin \varphi \end{cases} \quad (1-24)$$

当 $\angle CBA < 90^\circ$ 时，模式系数 $K = +1$ ， $\angle CBA > 90^\circ$ 时， $K = -1$ 。对于能做整周转动的导杆机构（图 1-6a），K 始终为 +1；对于只能摆动的导杆机构（图 1-6b），导杆的两个极限位置是 K 的分界点。通过这个例子，我们还可以得到这样的求解方法，对于不是以曲柄为原动件的机构运动分析（如以转动导杆和滑块为原动件时）和原动件相连的杆组的运动分析要和原动件一起进行。

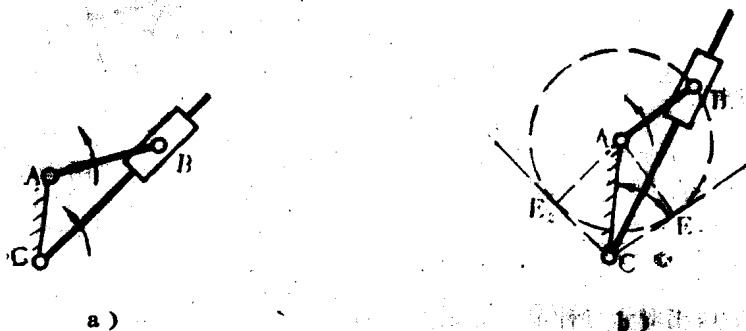


图 1-6

将式 (1-22) 分别求导一次和两次，则得到：

B 点的速度方程为

$$\begin{cases} (x_B - x_A)\dot{x}_B + (y_B - y_A)\dot{y}_B = (x_B - x_A)\dot{x}_A + (y_B - y_A)\dot{y}_A \\ (-\sin\varphi)\dot{x}_B + \cos\varphi\dot{y}_B = -\sin\varphi\dot{x}_C + \cos\varphi\dot{y}_C \\ + (x_B - x_C)\dot{\varphi}\cos\varphi + (y_B - y_C)\dot{\varphi}\sin\varphi \end{cases} \quad (1-25)$$

B 点的加速度方程为

$$\begin{cases} (x_B - x_A)\ddot{x}_B + (y_B - y_A)\ddot{y}_B = (x_B - x_A)\ddot{x}_A + (y_B - y_A)\ddot{y}_A \\ - (\dot{x}_B - \dot{x}_A)^2 - (\dot{y}_B - \dot{y}_A)^2 \\ (-\sin\varphi)\ddot{x}_B + \cos\varphi\ddot{y}_B = -\sin\varphi\ddot{x}_C + \cos\varphi\ddot{y}_C + (x_B - x_C)(\ddot{\varphi}\cos\varphi \\ - \dot{\varphi}^2\sin\varphi) + (y_B - y_C)(\ddot{\varphi}\sin\varphi + \dot{\varphi}^2\cos\varphi) + 2(\dot{x}_B - \dot{x}_C)\dot{\varphi}\cos\varphi \\ + 2(\dot{y}_B - \dot{y}_C)\dot{\varphi}\sin\varphi \end{cases} \quad (1-26)$$

三、一般导杆-滑块组

图示导杆机构为一般导杆滑块机构，已知构件 1 为原动件，以等角速度 ω_1 逆时针方向转动，各杆的长度为已知量，现要求对导杆和滑块上某点（如回转副 B 到导杆的垂足 E 点）进行运动分析。

由于原动件的角速度为已知量，所以 B 点的运动分析可按式 (1-1)、(1-2)、(1-3) 进行。

对导杆的运动分析方法是，从导杆上任选一点 D，则 l_{DC} 及 l_R 即为不变的已知量，令 $l_{DC} = l_i$ ， $l_{DB} = l_j$ ，则有

$$l_i = l_{DC} = \sqrt{l_R^2 + e_1^2}$$

$$l_j = l_{DB} = \sqrt{(l_R - L)^2 + e_2^2}$$

故

$$\dot{l}_j = -\dot{L} \frac{(l_R - L)}{l_j}$$

$$\ddot{l}_j = -\ddot{L} \frac{(l_R - L)}{l_j} + \frac{\dot{L}^2 - \dot{l}_j^2}{l_j}$$

式中

$$L = \sqrt{l_{BC}^2 - (e_1 \pm e_2)^2};$$

$$l_{BC} = \sqrt{(x_B - x_C)^2 + (y_B - y_C)^2}.$$

$\dot{L}$ 和 $\ddot{L}$ 是滑块相对于导杆滑动的速度及加速度，可按式 (1-18) 中第二、三式求得，在完成上述计算之后，只要适当地调换参数的下标，可调用计算变杆长的铰链二级组的子程序，对导杆机构进行运动分析。

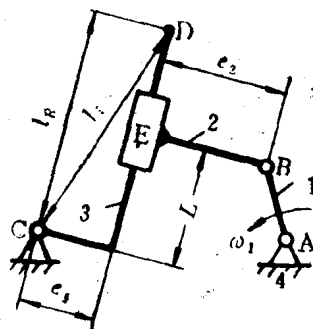


图 1-7

欲求导块上 E 点的运动, 仍可调用变杆长的二级铰链组子程序, 其方法是,

$$\text{令 } l_i = l_{BE} = e_2, \quad l_j = l_{CE} = \sqrt{L^2 + e_1^2}$$

$$\text{所以 } \dot{l}_j = \dot{L} \frac{L}{l_j}, \quad \ddot{l}_j = \ddot{L} \frac{L}{l_j} + \frac{\dot{L}^2 - \dot{l}_j^2}{l_j}$$

适当地调换变量的下标以后, 调用式 (1-15)、(1-16)、(1-17) 即可求出滑块上 E 点的运动。

§ 1-4 二级多杆机构的运动分析

由机构组成原理可知, 二级多杆机构无非是由二个或二个以上的二级组组成的机构, 前面我们讨论关于对各种二级组运动分析的方法, 无疑适用于由多个二级组组成的机构, 下面, 我们以一个六杆和一个八杆机构为例, 来说明对于二级多杆机构进行运动分析的步骤及方法。

例一: 试对图 (1-8a) 所示的六杆机构进行运动分析, 已知各杆的杆长, 原动件 1 以等角速度 ω_1 逆时针方向转动。

很显然, 图示的六杆机构可以分解成由构件 2、3 组成的含全铰链二级组和 4、5 组成的含一个移动副的二级组 (图 1-8b)。

求解的一般方法是, 先求出基本组两个端副的运动, 然后以两个端副为参考点再求解中间副或构件上其他点的运动, 如原动件不是曲柄, 则与原动件相连的杆组的运动分析与主动件一起进行。

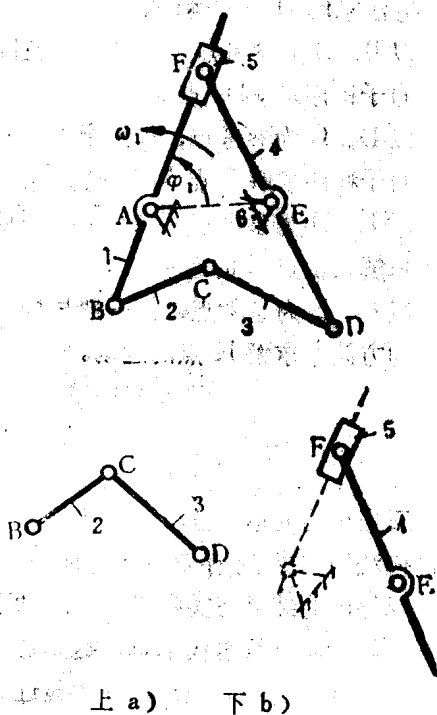


图 1-8

为此, 我们以 $\varphi = \varphi_1 + 180^\circ$, $\dot{\varphi} = \dot{\varphi}_1$, 按式 (1-1)、(1-2)、(1-3)

求解 B 点的运动, 以 $\varphi = \varphi_1$, $\dot{\varphi} = \dot{\varphi}_1$ 按式 (1-24)、(1-25)、(1-26) 求解铰链点 F 点的运动, 然后根据三点共线的条件按式 (1-9)、(1-10)、(1-11) 求解 D 点的运动, 最后按式 (1-15)、(1-16)、(1-17) 求解 C 点的运动。

以上求解过程可用图 1-9 表示。

例二: 求解图 1-10 所示八杆机构中的构件 3 上 K 点的运动。

仿照上例的分析的方法及步骤, 我们可以按下列步骤对 K 点进行运动分析。

按式 (1-1)、(1-2)、(1-3) 求解 B 点的运动。

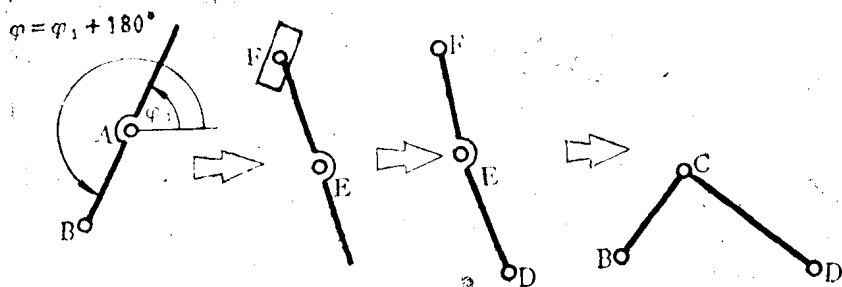


图 1-9

以 B、G 为参考点，按定杆长铰链二级组运动分析的方法求解 D 点的运动。

以 B、D 为参考点，借调定杆长铰链二级组运动分析的子程序求解 C 点的运动。

以 D、G 为参考点，借调定杆长铰链二级组运动分析的子程序求解 F 点的运动。

以 F、H 为参考点，按直线、滑块组运动分析的方法求解铰链点 E 的运动。

以 C、E 为参考点，按一般导杆—滑块组的运动分析的方法，求解 K 点的运动。

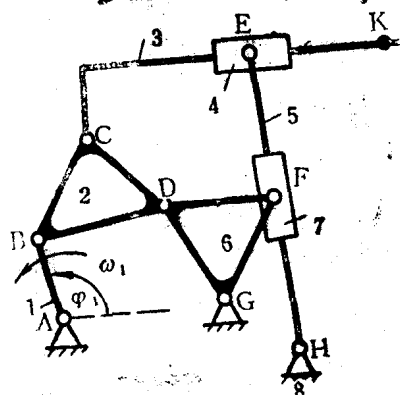


图1-10

§ 1-5 三级机构的运动分析

三级机构的运动分析，一般采用迭代法求解，作为迭代法的本身就存在着收敛问题，若初值选择不当，即使收敛问题已解决，也往往会出现得出的结果与实际机构的运动不相符合，一般是先通过图解法的手段，找出迭代的初值，然后进行迭代求解，这无疑带来了许多麻烦。

为了避免上述的缺点，用“逼近法”的方法来对三级机构进行运动分析是有利的。

我们知道，一个机构由于原动件所在杆件的不同，该机构的级别也往往不同。如图 1-11a、b 所示的六杆机构，若以构件 1 为原动件，则该机构为三级机构，若以构件 5 为原动件，则该机构为二级机构。“逼近法”的实质就是用将三级机构转化为二级机构的办法来求解。现以分析图 1-11a 所示的三级机构为例，具体说明如何用“逼近法”来对三级机构进行位移分析。

设各杆的长度为已知量，原动件 1 以 ω_1 的角速度等速绕逆时针方向转动，设在图示位置时，原动件 1 与 x 轴正向夹角为 φ_1 。

现假定杆 5 为原动件（当然也可以假定杆 4 为原动件）则原机构可分解成为由构件 1、2 和构件 3、4 组成的二个含全铰链二级组的二级机构。预先假定在图示位置时，构件 5（或构件 4）的角位置为 θ_5 ，则 F 点的位置可表示为

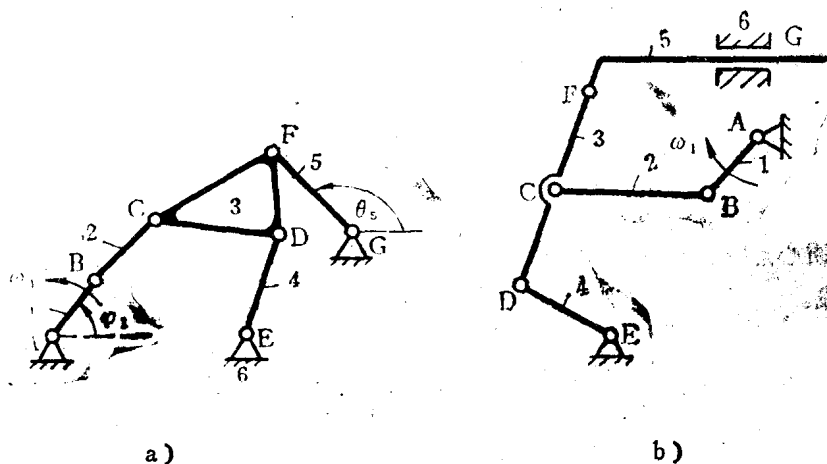


图 1-11

$$x'_F = x_G + l_{GF} \cos \theta_5,$$

$$y'_F = y_G + l_{GF} \sin \theta_5,$$

然后以 F、E 为参考点，调用铰链二级组子程序，求出 D 点的位置参数 x'_D 、 y'_D 。再以 D、F 为参考点，求出 C 点的位置参数 x'_C 、 y'_C 。

又

$$x_B = x_A + l_{AB} \cos \varphi_1,$$

$$y_B = y_A + l_{AB} \sin \varphi_1,$$

$$l_{BC} = \sqrt{(x_B - x_C)^2 + (y_B - y_C)^2},$$

$$l_{BC'} = \sqrt{(x_B - x'_C)^2 + (y_B - y'_C)^2},$$

令

$$\Delta l_{BC} = l_{BC} - l_{BC'},$$

若 $\Delta l_{BC} \leq$ 预先给定的误差 ε ，则所求的各位置参数 x'_C 、 y'_C 、 x'_D 、 y'_D 、 x'_F 、 y'_F 就认为是图示位置各铰链点 C、D、F 的位置参数。如果不满足要求，再令 $\theta_5 = \theta_5 + \Delta \theta_5$ ，按上述步骤，求出 Δl_{BC} ……，直到满足 $\Delta l_{BC} \leq \varepsilon$ 为止。对三级机构的速度及加速度分析，由于它们的方程组均为线性方程组，在求出它们的位置方程中各参数以后，对它们的求解已经十分容易，不再另述。

值得一提的是 θ_5 及 $\Delta \theta_5$ （或 θ_4 及 $\Delta \theta_4$ ）给定的方法。首先可以将六杆机构中 3-4-5-6 杆视为“四杆机构”，根据已给定的杆长条件，判定“四杆机构”的类型，找出 θ_5 （或 θ_4 ）初值的搜索区间，如果其中有一构件为曲柄，则搜索区间为 $0 \sim 360^\circ$ ，若二连架均为摇杆，则要找出其中的一摇杆（视为原动件的连架杆）的摆角范围作为搜索区间，然后按切线法、斐波纳契法、黄金分割法等优化方法，找出 θ_5 及 $\Delta \theta_5$ （或 θ_4 及 $\Delta \theta_4$ ）的值，代入公式，进行计算。

对于图 1-11b 所示的六杆机构，求解的方法和上述方法基本相同，所不同的是，利用各杆长度为已知的条件，找出杆 5 的移动范围，然后在移动范围内，利用黄金分割法等方法，决定 Δs_5 ，利用二级机构子程序，求出各铰链点的位置参数。