

题海航标

全国通用

高
考
冲
刺

全
程
必
备

高考总复习

基础能力过关演练

丛书主编：任恩刚

数学



教学光盘

 浦东电子出版社
P&P Pudong ePress

题海航标系列丛书

高考数学总复习基础能力过关演练

丛书主编 任恩刚

本册主编 郑继良 李淑梅 王喜桐

编委会 于福杰 孙忠臣 金红梅 崔龙男

郑继良 李淑梅 王喜桐

丛书策划 任恩刚 马忠权

 浦东电子出版社
PeP Pudong ePress

书 名: 题海航标系列丛书·高考数学总复习基础能力过关演练
文本著作者: 郑继良等
CD制作者: 北京海博世纪信息技术有限公司
责任编辑: 卢小军
出版者: 浦东电子出版社
地址: 上海浦东郭守敬路498号上海浦东软件园内 201203
电话: 021-38954510 38953321 38953323
发行者: 浦东电子出版社北京发行部 电话: 010-66178403 66178438(传真)
100035 北京西内前半壁街66号
经 销: 各地新华书店、软件连锁店
CD生产者: 北京金视光盘有限公司
文本印刷者: 北京威远印刷厂
开本规格: 787×1092毫米 1/16开本 12.25印张 350千字
版次印次: 2002年10月第1版 2002年10月第1次印刷
本 版 号: ISBN7-900360-10-7/G·01
定 价: 16.00元(1CD配使用手册)

(说明: 本光盘配套图书有缺页、倒页、脱页、自然破损, 本社北京发行部负责调换)

题海无边任遨游·航标指路泛轻舟

代 序

《题海航标》系列丛书根据 2002 年高考最新动向,由国家级重点中学一线特级、高级教师精心编写而成。

此套大型试卷系列丛书包括高一、高二、高三及高考总复习 4 个系列,包含高中全部 9 个学科。全套书的内容既有课内基础知识,又有课外能力延伸;既有利于培养基础年级学生的素质,又为高三师生搞好高考复习提供了一套高水平、高质量的精美资料。因此我们说,此套大型试卷系列丛书,是我们真诚奉献给高中师生朋友们的一份营养价值极高的综合套餐。

此套丛书的特点是:把握高考命题的脉搏,瞄准高考新热点,注重对学生应用能力、应变能力、创新能力、综合能力的培养与渗透;思路新、角度新、信息新、题型新,亮点突出、实用性强;基础、发展、创新、评价并举,答案精确,全面阐释。该丛书堪称课堂以外学生的良师益友。

“忽如一夜春风来,千树万树梨花开”当今的教辅丛书如风吹梨花,似雨后春笋,茫茫题海无边,莘莘学子苦于挣扎其中,他们常常望“书山”而却步,望“题海”而生畏。那么,汪洋题海之中,真的没有通往成功彼岸的捷径可行吗?同学们,当你手握《题海航标》系列丛书之时,你会顿生“众里寻她千百度,蓦然回首,好题就在航标灯火处”的永不言悔的感觉。

本丛书在编写过程中,承蒙教育界各位同仁、朋友们的支持与垂爱,在此一并表示衷心的感谢!此外,尽管我们本着精益求精的宗旨,但仍难免有挂一漏万之处,敬请广大师生批评指正。

丛书主编 任恩刚

2002 年 10 月于北京

前 言

长期以来,我们感到在总复习阶段,对数学基本概念深层次的研究、对各知识点相互联系的深入研究是不容忽视的,它对拓宽学生的知识面,扩展解题思路,提高解题速度大有帮助,这也是为了应对高考题朝着知识综合的方向发展的需要。

本书将编者多年来在教学实践中对数学概念深入研究获得的一些成果展现给读者,并对一些知识的特殊解题思路进行点拨提示。为了使考生走出“题海”,编者依据《考试说明》对知识考察的要求,参照多年高考题题型,精心编选了典型新颖的练习题(以中档题为主)供训练使用。

本书把各章划分为若干个课时,每一章的最后一个课时为本章的一套测试题,其他每课时大致分成三个部分:

- 一、名师思维课时结晶:展示本课时概念上更深层次的结论和研究成果。
- 二、综合运用解题点题:对此课时的解题要点点拨提示,介绍新方法。
- 三、创新能力题型设计:课时知识点的强化能力训练题。

本书具有如下特点:

1. 试题的针对性强

本书针对考生在备考时的需要来编写,具有极强的针对性,一步到位,指导考生了解、掌握一套科学、合理的解题方略。

2. 选题趋向于“精品集锦”

这是本书的一个最大的与众不同的特点。本书不以“多题吓人”,不搞“题海战术”,不以繁杂的习题充斥内容,恰恰相反,每一题都是编者每授一课时的心得体会的汇总。这样合成的本书,堪称“精品集锦”,是编者多年教学智慧的结晶。

3. 解题时“精析详解”

所选试题后皆附有精析详解式的答案。不仅教会学生会做题,还要使考生掌握系统的解题方法和解题思路。

相信本书能给您带来全新的感受,综合、应用、创新将尽在其中。

由于我们的水平所限,书中难免有疏漏之处,诚望读者指正。

编 者

2002 年 10 月



目 录

第一课时	集 合	(1)
第二课时	映射、函数、反函数	(2)
第三课时	一元二次方程、一元二次不等式、二次函数	(5)
第四课时	函数的奇偶性、单调性、周期性	(7)
第五课时	指数、对数、幂函数、指数函数、对数函数	(11)
第六课时	函数的图像	(14)
第七课时	函数的值域	(18)
第八课时	方程、充要条件概念	(21)
第九课时	函数的应用	(23)
第十课时	《函数》测试题	(25)
第十一课时	角的概念及三角函数值的概念	(28)
第十二课时	三角函数图像及性质	(30)
第十三课时	三角函数的周期与三角函数的值域	(33)
第十四课时	三角恒等式与三角不等式的证明	(35)
第十五课时	三角函数的求值	(37)
第十六课时	三角形中的三角函数问题	(39)
第十七课时	反三角函数及最简单的三角方程	(41)
第十八课时	《三角》测试题	(44)
第十九课时	不等式的性质及证明	(46)
第二十课时	不等式的解法	(48)
第二十一课时	不等式的综合应用	(51)
第二十二课时	《不等式》测试题	(54)
第二十三课时	数列的概念及数列的通项公式	(56)
第二十四课时	等差数列及等比数列	(58)
第二十五课时	数列求和、数列的极限、数学归纳法	(61)



第二十六课时	数列问题的综合与应用	(63)
第二十七课时	《数列》测试题	(65)
第二十八课时	复数的基本概念	(68)
第二十九课时	复数的基本运算	(70)
第三十课时	复数集中解方程	(73)
第三十一课时	复数集中的变量轨迹及最值	(74)
第三十二课时	复数的综合与应用	(76)
第三十三课时	《复数》测试题	(78)
第三十四课时	排列、组合应用题	(80)
第三十五课时	二项式定理	(84)
第三十六课时	《排列、组合、二项式定理》测试题	(85)
第三十七课时	《立体几何》第一章判断及空间想象题	(87)
第三十八课时	线面平行及垂直关系的证明	(91)
第三十九课时	异面直线所成的角	(94)
第四十课时	直线与平面所成角 二面角	(95)
第四十一课时	《立体几何》中距离问题	(97)
第四十二课时	多面体运算	(99)
第四十三课时	旋转体运算	(102)
第四十四课时	几何体相切、相接问题及应用问题	(104)
第四十五课时	《立体几何》测验题	(106)
第四十六课时	直线的基本概念	(109)
第四十七课时	对称性、圆的概念	(112)
第四十八课时	椭圆的基本概念	(114)
第四十九课时	双曲线的基本概念	(117)
第五十课时	抛物线及坐标轴平移的基本概念	(119)
第五十一课时	求轨迹方程	(122)
第五十二课时	《解析几何》综合问题及应用题	(126)
第五十三课时	参数方程及极坐标基本概念	(129)
第五十四课时	《解析几何》测试题	(132)
综合测试题(一)		(135)



综合测试题(二)	(138)
综合测试题(三)	(141)
综合练习题(四)	(144)
综合测试题(五)	(147)
参考答案	(150)
附录 2002 年普通高等学校招生全国统一考试(全国卷)	
数学(理工农医类)	(173)
2002 年普通高等学校招生全国统一考试(全国卷)	
数学(文史类)	(180)



第一课时 集合

一、名师思维课时结晶

1. 若 $A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$, 则 A 的子集个数为 2^n , 其中含有 m 个元素 ($m \leq n$) 的子集个数为 C_n^m 个.
2. 若 $\{a_1, a_2, \dots, a_m\} \subseteq A \subseteq \{a_1, a_2, \dots, a_m, \dots, a_n\}$, 则 A 的个数为 2^{n-m} 个.
3. 若 $\{a_1, a_2, \dots, a_m\} \cup B = \{a_1, a_2, \dots, a_m, \dots, a_n\}$, 则 B 的个数为 2^m 个.

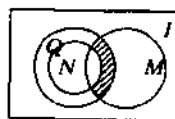
二、综合运用解题点题

在解决集合问题时, 要注意: 1. 图形的利用; 2. 空集的存在.

三、创新能力题型设计

(一) 选择题

1. 给出下面六个关系式: ① $0 \subset \{0, 1\}$; ② $0 \in \{0, 1\}$; ③ $\emptyset \in \{0\}$; ④ $\emptyset \subset \{0\}$; ⑤ $\{0\} \subseteq \{0\}$; ⑥ $\{0\} \supseteq \{0\}$, 其中正确的是 ()
 A. ①②④⑤ B. ②③④⑤ C. ②④⑤ D. ②④⑤⑥
2. 已知 I 为全集, 集合 $M, N \subset I$, 若 $M \cap N = N$, 则 ()
 A. $\bar{M} \supseteq \bar{N}$ B. $M \subseteq \bar{N}$ C. $\bar{M} \subseteq \bar{N}$ D. $M \supseteq \bar{N}$
3. P, M, N 非空集, 则 $M \cap P = M \cap N$ 是 $P = N$ 的 ()
 A. 充分非必要条件 B. 必要非充分条件
 C. 充要条件 D. 既不充分又不必要条件
4. 右图中阴影部分用 M, N, Q 可表示为 ()
 A. $M \cap (N \cup Q)$ B. $(M \cap Q) \cap \bar{N}$
 C. $Q \cap \bar{N} \cap \bar{M}$ D. $(M \cap N) \cup (M \cap Q)$
5. 设全集 $I = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, 集合 $S = \{2, 3\}$, 集合 $T = \{1, 2, 4, 6\}$, 则 $\bar{S} \cap T$ 的真子集共有 ()
 A. 4 个 B. 7 个 C. 8 个 D. 16 个
6. 已知全集 $I = N$, 集合 $A = \{x | x = 2n, n \in N\}$, $B = \{x | x = 4n, n \in N\}$, 则 ()
 A. $I = A \cup B$ B. $I = \bar{A} \cup B$ C. $I = A \cup \bar{B}$ D. $I = \bar{A} \cup \bar{B}$
7. 集合 $A = \{x | x = K + \frac{1}{4}, K \in N\}$, $B = \{x | x = \frac{K}{2} - \frac{1}{4}, K \in N\}$, 则 ()
 A. $M = N$ B. $M \supset N$ C. $M \subset N$ D. $M \subseteq N$
8. 集合 $M = \{x | x = 2k, k \in Z\}$, $P = \{x | x = 2k + 1, k \in Z\}$, $R = \{x | x = 4k + 1, k \in Z\}$ 若 $x_0 \in M, y_0 \in P$, 则 $x_0 + y_0$ 一定满足 ()
 A. $x_0 + y_0 \in R$ B. $x_0 + y_0 \in R$ C. $x_0 + y_0 \in P$ D. $x_0 + y_0 \in P$
9. 设全集 $I = \{x | 1 \leq x < 9, x \in N\}$, 则满足 $\{1, 3, 5, 7\} \cap \bar{B} = \{1, 3\}$ 的所有集合 B 的个数是 ()
 A. 1 个 B. 4 个 C. 8 个 D. 16 个
10. 设 $A = \{x | \lg(3 + 2x - x^2) \text{ 有意义}\}$, $B = \{x | x > a\}$, 若 $A \subset B$, 则 a 的取值范围是 ()
 A. $(3, +\infty)$ B. $[3, +\infty)$ C. $(-\infty, -1)$ D. $(-\infty, -1]$





11. 设 M, P 是两个非空集合, 定义 M 与 P 的差集为 $M - P = \{x | x \in M \text{ 且 } x \notin P\}$, 则 $M - (M - P)$ 等于 ()
- A. P B. $M \cap P$ C. $M \cup P$ D. M
12. 集合 $A = \{(x, y) | y = a|x|\}$, $B = \{(x, y) | y = x + a\}$, $C = A \cap B$, 且集合 C 为单元素集, 则 a 的取值范围是 ()
- A. $|a| \leq 1$ B. $|a| > 1$ 或 $0 < |a| < 1$
- C. $a > 1$ D. $a > 1$ 或 $a < 0$

(二) 填空题

13. 已知 a, b, c 均为非零实数, 集合 $\left\{x \mid x = \frac{a}{|a|} + \frac{b}{|b|} + \frac{c}{|c|} + \frac{abc}{|abc|}\right\}$, 用列举法可表示为_____.
14. 满足条件 $\{1, 2\} \subset A \subset \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 的集合 A 有_____个.
15. 某集合有 10 个元素, 它的所有非空真子集的个数为 T , 其中含有 6 个元素的子集个数为 M , 则 $\frac{M}{T} =$ _____.
16. 设 S 为非空集合且 $S \subseteq \{1, 2, 3, 4, 5\}$, 那么满足性质“若 $a \in S$ 则 $6 - a \in S$ ”集合 S 的个数是_____个.
17. 已知 $A = \{\theta | \sin \theta < \cos \theta\}$, $B = \{\theta | \sin \theta = \frac{1}{2}\}$, 则 $A \cap B =$ _____.
18. 集合 $A = \{a^2, a + 1, -3\}$, $B = \{a - 3, 2a - 1, a^2 + 1\}$, 若 $A \cap B = \{-3\}$, 则 $a =$ _____.
19. 设 $M = \{x | x^2 - 2x - 3 = 0\}$, $N = \{x | ax - 1 = 0\}$, 若 $M \cap N = N$, 则所有满足条件的 a 的集合为_____.
20. 设 $A = \{(x, y) | x + ky = 1\}$, $B = \{(x, y) | kx + y = 1\}$, $C = \{(x, y) | x^2 + y^2 = 1\}$, 当 $k =$ _____时集合 $(A \cap C) \cup (B \cap C)$ 中有且只有两个元素.
21. 已知 $M = \{(x, y) | x + my + 6 = 0\}$, $N = \{(x, y) | (m - 2)x + 3y + 2m = 0\}$, 若 $M \cap N \neq \emptyset$, 则 m 的取值范围是_____.
22. 已知集合 $M = \{x | x < -3 \text{ 或 } x > 5\}$, $N = \{x | (x - 3a)(x + 2a) < 0\}$, 若使 $M \cap N = \emptyset$, 则 a 的取值范围为_____.
23. 已知 $A = \{y | y = x^2 + 2x + 4, x \in \mathbb{R}\}$, $B = \{Z | Z = ax^2 - 2x + 4a, x \in \mathbb{R}\}$, 若 $A \subseteq B$, 则实数 a 的取值范围是_____.
24. 已知集合 $M = \{Z | \arg(Z - 1) = \frac{3\pi}{4}, Z \in \mathbb{C}\}$, $N = \{Z | |Z - 1 - i| = 1, Z \in \mathbb{C}\}$, 则 $M \cap N =$ _____.
25. 若 $A = \{(x, y) | \frac{y - 3}{x - 2} = a + 1\}$, $B = \{(x, y) | (a^2 - 1)x + (a - 1)y = 30\}$, 若 $A \cap B = \emptyset$, 则 a 的值为_____.

第二课时 映射、函数、反函数

一、名师思维课时结晶

1. 若 $A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$, $B = \{b_1, b_2, \dots, b_m\}$ 则可建立从 A 到 B 的映射 m^n 个.



2. 函数的解析式及其相应的函数图像符合解析几何中曲线的方程和方程的曲线的概念.

3. 函数 $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ ($\frac{a}{c} \neq \frac{b}{d}$) 的反函数为 $y = \frac{-dx+b}{cx-a}$.

4. 偶函数若它的定义域不包含 $\{0\}$ 时, 一定不存在反函数.

5. 函数 $y = f^{-1}(x+a)$ 的反函数为 $y = f(x) - a$.

6. 函数 $y = f^{-1}(x+a)$ 与 $y = f(x+a)$ 的图像关于直线 $y = x + a$ 对称.

二、综合运用解题点题

1. 求满足某种条件映射问题应以排列组合中加法原理和乘法原理为依据.

2. 关于反函数问题应注意对相关原函数的利用.

3. 涉及解析式与图像关系, 尤其图像、对称性问题时应注意用解析几何法解决问题.

三、创新能力题型设计

(一) 选择题

1. 下列对应是从 A 到 B 的映射的是

()

A. $A = \mathbb{R}, B = \mathbb{R}, f: x \rightarrow y = \frac{1}{x}$

B. $A = \mathbb{R}, B = \mathbb{R}^+, f: x \rightarrow y = |x|$

C. $A = [0, 1], B = [0, 3], f: x \rightarrow y = 4x$

D. $A = \mathbb{R}, B = \mathbb{R}^+, f: x \rightarrow y = 2^x$

2. 设集合 A 和 B 都是自然数集 $\mathbb{N}$, 映射 $f: A \rightarrow B$ 把集合 A 中的元素 n 映射到集合 B 中的元素 $2^n + n$, 则在映射 f 下象 20 的原象是

()

A. 2

B. 3

C. 4

D. 5

3. 设全集 $I = \mathbb{R}$, A 是函数 $y = \log_a f(x)$ ($a > 0$ 且 $a \neq 1$) 的定义域, B 是函数 $y = a^{f(x)}$ ($a > 0$ 且 $a \neq 1$) 的定义域, 则必有

()

A. $B \subset A$

B. $A \subset B$

C. $\bar{A} \cap B = \emptyset$

D. $A \cap \bar{B} = \emptyset$

4. 函数 $y = \sqrt{\left(\frac{1}{4}\right)^{-x} - 3 \cdot 2^x - 4}$ 的定义域为

()

A. $[2, +\infty)$

B. $(-\infty, 2]$

C. $[-2, +\infty)$

D. $(-\infty, -2]$

5. 函数 $y = \frac{2x-5}{x-3}$ 的值域为 $(-\infty, 0] \cup [4, +\infty)$, 则该函数定义域为

()

A. $(-\infty, 3) \cup (3, +\infty)$

B. $\left[\frac{5}{2}, 3\right) \cup \left(3, \frac{7}{2}\right]$

C. $\left(-\infty, \frac{5}{2}\right] \cup \left[\frac{7}{2}, +\infty\right)$

D. $\left[\frac{5}{2}, \frac{7}{2}\right]$

6. 从集合 $A = \{1, 2, 3\}$ 到集合 $B = \{3, 4\}$ 的映射 f 满足条件 $f(3) = 3$, 则映射 f 的个数是

()

A. 2

B. 3

C. 4

D. 6

7. 若函数 $y = g(x)$ 的图像与函数 $f(x) = (x-1)^2$ ($x \leq 1$) 的图像关于直线 $y = x$ 对称, 则

()

A. $g(x) = 1 - \sqrt{x}$ ($x \geq 0$)

B. $g(x) = 1 + \sqrt{x}$ ($x \geq 0$)

C. $g(x) = \sqrt{1-x}$ ($x \leq 1$)

D. $g(x) = \sqrt{1+x}$ ($x \geq -1$)

8. 函数 $y = \frac{ax+b}{cx+1}$ ($a \neq bc$) 的反函数是 $y = \frac{x+2}{3x+1}$, 则 a, b, c 值依次为

()

A. 1, -2, -3

B. -1, 2, 3

C. -1, 2, -3

D. 1, 2, 3

9. 若函数 $f(x) = \frac{x-2}{x+m}$ 的反函数是它自身, 则 m 的值是

()

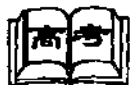
A. 1

B. -1

C. 2

D. -2

10. 已知 $y = g(x)$ 是函数 $y = f(x)$ 的反函数, 又 $y = h(x)$ 与 $y = g(x)$ 的图像关于原点对称, 则函数



$y=h(x)$ 的表达式是

()

A. $y=f^{-1}(x)$

B. $y=-f^{-1}(-x)$

C. $y=f^{-1}(-x)$

D. $y=-f^{-1}(x)$

11. 设函数 $f(x)$ 的图像经过点 (m, n) , 那么函数 $f^{-1}(x+c)$ 的图像经过点

()

A. $(m-c, n)$

B. $(n, m-c)$

C. $(n-c, m)$

D. $(m, n-c)$

12. 已知二次函数 $f(x)$ 满足 $f(x+1)-f(x)=2x$, 且 $f(0)=1$, 则 $f(x)$ 的解析式为

()

A. $f(x)=-x^2+x+1$

B. $f(x)=-x^2-x+1$

C. $f(x)=x^2-x+1$

D. $f(x)=x^2-x-1$

13. 把函数 $y=3-2^{x+1}$ 的图像绕直线 $y=x$ 旋转 180° 得到 $y=g(x)$ 的图像, 则函数 $y=g(x)$ 的表达式是

()

A. $g(x)=3-2^{x+1} (x \in \mathbb{R})$

B. $g(x)=\log_2 \frac{3-x}{2} (x < 3)$

C. $g(x)=1+\log_2(3-x) (x < 3)$

D. $g(x)=1-\log_2(3-x) (x < 3)$

14. 若函数 $y=f(x)$ 存在反函数, 则下列命题中不正确的是

()

A. 函数 $y=f(x)$ 与函数 $x=f(y)$ 的图像关于直线 $y=x$ 对称

B. 若 $y=f(x)$ 是奇函数, 则 $y=f^{-1}(x)$ 也是奇函数

C. 若 $y=f(x)$ 在其定义域 $[a, b]$ 上是增函数, 则 $y=f^{-1}(x)$ 在 $[a, b]$ 上也是增函数

D. 函数 $y=f(x)$ 与 $x=f^{-1}(y)$ 的图像重合.

15. 函数 $y=\frac{e^x-e^{-x}}{2}$ 的反函数

()

A. 是奇函数, 它在 $(0, +\infty)$ 上是减函数

B. 是偶函数, 它在 $(0, +\infty)$ 上是减函数

C. 是奇函数, 它在 $(0, +\infty)$ 上是增函数

D. 是偶函数, 它在 $(0, +\infty)$ 上是增函数

(二) 填空题

16. 集合 $A=\{a, b, c, d\}$, $B=\{e, f, g\}$, 建立从集合 A 到集合 B 的映射, 若要求 B 中只有元素 g 无原像, 这样的映射有 _____ 个. 若要求 B 中每个作为像的元素都有且只有两个原像, 这样的映射有 _____ 个.

17. 已知函数 $y=\lg(ax^2+ax+1)$ 的定义域为 $\mathbb{R}$, 则 a 的取值范围为 _____.

18. 函数 $y=\begin{cases} x^{\frac{1}{3}} & (x < 0) \\ -x^2 & (x > 0) \end{cases}$ 的反函数为: _____.

19. f 是集合 $M=\{a, b, c, d\}$ 到集合 $N=\{0, 1, 2\}$ 的映射, 且 $f(a)+f(b)+f(c)+f(d)=4$ 则不同映射 f 有 _____ 个.

20. 若函数 $y=f(x+1)$ 的定义域是 $[-2, 3]$, 则函数 $y=f\left(\frac{1}{x}+2\right)$ 的定义域为 _____.

21. 已知 $x=2^t+2^{-t}$, $y=4^t+4^{-t}-4(2^t+2^{-t})$, 把 y 表示成 x 的函数的解析式和定义域为 _____.

22. 已知 $f(x)=\frac{2^x}{1+2^x} (x \in \mathbb{R})$, 则 $f^{-1}\left(\frac{1}{3}\right)=$ _____.

23. 若点 $\left(2, \frac{1}{4}\right)$ 既在 $y=2^{ax+b}$ 的图像上, 又在它反函数的图像上, 则 $a=$ _____.

24. 已知 $f(x)=\frac{2x+3}{x-1}$, 函数 $y=g(x)$ 的图像与 $y=f^{-1}(x+1)$ 的图像关于直线 $y=x$ 对称, 则 $g(11)=$ _____.



(三) 解答题

25. 已知 $f(x)$ 的定义域是 $[0, 1]$, 常数 $m > 0$, 求函数 $y = f(x+m) + f(x-m)$ 的定义域.

26. 已知函数 $y = \sqrt{(2+x)(3-x)}$ 的定义域为 A , 函数 $y = \lg(kx^2 + 4x + k + 3)$ 的定义域为 B , 当 $B \subseteq A$ 时, 求实数 k 的取值范围.

27. 已知函数 $f(x) = \log_b(x + \sqrt{x^2 - 2})$ (其中 $b > 0$ 且 $b \neq 1$) 的反函数为 $f^{-1}(x)$. (1) 求函数 $f^{-1}(x)$ 并指出它的定义域; (2) 设 $p(n) = \frac{\sqrt{2}}{2} f^{-1}(n + \log_b \sqrt{2})$, 若 $P(n) < \frac{3^n + 3^{-n}}{2}$ ($n \in \mathbb{N}$), 求 b 的取值范围.

第三课时 一元二次方程、一元二次不等式、二次函数

一、名师思维课时结晶(略)

二、综合运用解题点题

解题时要注意一元二次方程、一元二次不等式、二次函数的相互联系

三、创新能力题型设计

(一) 选择题

- 已知不等式 $ax^2 + bx + 2 > 0$ 的解为 $-\frac{1}{2} < x < \frac{1}{3}$, 则 $a + b$ 等于 ()
A. -10 B. -14 C. 10 D. 14
- 若 $0 \leq x^2 + ax + 5 \leq 4$ 有且只有一个解, 则实数 a 等于 ()
A. 4 或 -4 B. 2 或 -2 C. 2 D. -2
- 二次函数 $y = f(x)$ 满足 $f(3+x) = f(3-x)$, 且方程 $f(x) = 0$ 有两个实根 x_1, x_2 , 则 $x_1 + x_2 =$ ()
A. 0 B. 3 C. 6 D. 不能确定
- 已知二次函数 $f(x) = x^2 + x + a$ ($a > 0$), 若 $f(m) < 0$, 则 $f(m+1)$ 的值是 ()
A. 正数 B. 负数 C. 零 D. 符号与 a 有关



5. 若方程 $2ax^2 - x - 1 = 0$ 在 $x \in (0, 1)$ 内恰有一个解, 则 a 的取值范围为 ()
 A. $a < -1$ B. $a > 1$ C. $-1 < a < 1$ D. $0 \leq a < 1$
6. 已知方程 $4x^2 - 2(m+1)x + m = 0$ 的两个根恰是一个直角三角形的两个锐角的余弦值, 则 m 等于 ()
 A. $\sqrt{2}$ B. $\sqrt{3}$ C. $-\sqrt{3}$ D. $\pm\sqrt{3}$
7. 不等式 $ax^2 + bx + c > 0$ 的解是 $0 < a < x < \beta$, 则不等式 $cx^2 - bx + a > 0$ 的解是 ()
 A. $\frac{1}{a} < x < \frac{1}{\beta}$ B. $-\frac{1}{\beta} < x < -\frac{1}{a}$ C. $-\frac{1}{a} < x < -\frac{1}{\beta}$ D. $\frac{1}{\beta} < x < \frac{1}{a}$
8. 已知 α, β 是方程 $\lg(3x) \cdot \lg(5x) = k$ 的两个实根 ($k \in R$), 则 $\alpha \cdot \beta$ 值是 ()
 A. $\lg 3 \cdot \lg 5$ B. $\lg 15$ C. 15 D. $\frac{1}{15}$
9. 已知函数 $y = x^2 - 2x + 3$ 在闭区间 $[0, m]$ 上有最大值 3, 最小值 2, 则 m 的取值范围是 ()
 A. $[1, +\infty)$ B. $[0, 2]$ C. $(-\infty, 2]$ D. $[1, 2]$
10. 已知实数 x, y 满足 $x^2 + y^2 = 4$, 则 $x^2 + 6y + 2$ 的最大值是 ()
 A. 15 B. 14 C. 11 D. 10
11. 函数 $f(x) = x^2 - bx + c$ 满足 $f(1+x) = f(1-x)$, 且 $f(0) = 3$, 则 $f(b^x)$ 与 $f(c^x)$ 的大小关系是 ()
 A. $f(b^x) \leq f(c^x)$ B. $f(b^x) \geq f(c^x)$
 C. $f(b^x) > f(c^x)$ D. 随 x 的不同区间改变
12. 若 $8x^4 + 8(a-2)x^2 - a + 5 > 0$ 对任意实数 x 均成立, 则实数 a 的取值范围是 ()
 A. $(\frac{1}{2}, 5)$ B. $(-\infty, 2)$ C. $(2, +\infty)$ D. $(2, 5)$

(二) 填空题

13. 已知二次函数 $y = kx^2 + (k-3)x + 1$ 的图像与 x 轴的交点至少有一个在原点的右侧, 则 k 的取值范围是_____.
14. 函数 $y = \lg(x+1) + \lg(x-2)$, $x \in [3, 4]$ 的值域为_____.
15. 二次函数 $f(x) = x^2 \lg a + 2x + 4 \lg a$ 的最小值是 -3 , 则 $a =$ _____.
16. 设 $f(x) = -x^2 + ax + \frac{1}{2} - \frac{a}{4}$, $x \in [0, 1]$ 的最大值是 2, 则 $a =$ _____.
17. 若 $(a-2)x^2 + 2(a-2)x - 4 < 0$ 对一切 $x \in R$ 恒成立, 则 a 的取值范围是_____.
18. 二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ ($a > 0$) 的图像与坐标轴分别交于点 $(-1, 0)$ 和 $(0, -1)$, 顶点在第四象限, 则 $a + b + c$ 的取值范围是_____.

(三) 解答题

19. 不等式 $x^2 - 2mx - 1 > 0$ 对一切 $1 \leq x \leq 3$ 都成立, 求 m 的取值范围
20. 已知函数 $f(x) = ax^2 + a^2x + 2b - a^3$ 当 $x \in (-2, 6)$ 时其值为正, 而当 $x \in (-\infty, -2) \cup (6, +\infty)$ 时, 其值为负. (1) 求 a, b 的值及函数 $f(x)$ 的表达式; (2) 设 $F(x) = \frac{k}{4}f(x) + 4(k+1)x + 2(6k-1)$. 问 k 取何值时, 函数 $F(x)$ 的值恒为负值?



21. 设二次函数 $f(x) = ax^2 + bx + c$ ($a, b, c \in \mathbb{R}$ 且 $a \neq 0$), 若函数 $y = f(x)$ 的图像与直线 $y = x$ 和 $y = -x$ 均无公共点, 求证: 对一切实数 x , 恒有 $|ax^2 + bx + c| > \frac{1}{4|a|}$.

22. 已知二次函数 $f(x) = ax^2 + bx + 1$ ($a, b \in \mathbb{R}, a > 0$), 设方程 $f(x) = x$ 的两个实数根分别为 x_1, x_2 , 如果 $x_1 < 2 < x_2 < 4$, 设函数 $f(x)$ 的对称轴为 $x = x_0$, 求证: $x_0 > -1$.

23. 是否存在实数 a , 使方程 $2^{2x} + 2^x a + a + 1 = 0$ 的所有实根都大于 1, 若存在求出 a 的所有值, 若不存在说明理由.

24. 已知二次函数 $f(x)$ 满足 $f(-1) = 0$, 且 $x \leq f(x) \leq \frac{1}{2}(x^2 + 1)$ 对一切实数 x 恒成立,

(1) 求 $f(1)$;

(2) 求 $f(x)$ 解析式;

(3) 求证: $\sum_{k=1}^n \frac{1}{f(k)} > \frac{2n}{n+2}$.

第四课时 函数的奇偶性、单调性、周期性

一、名师思维课时结晶

1. 若函数 $y = f(x)$ 为偶函数, 则对定义域中任意 x 总有 $f(|x|) = f(-|x|) = f(x) = f(-x)$.

2. 函数 $y = f(x)$, $x \in \mathbb{R}$ 满足下列恒等式时可知它们是周期函数

(1) $f(x+a) = f(x+b)$ ($a \neq b$), $f(x)$ 的一个周期为 $a-b$;

(2) $f(x+a) = -f(x+b)$ ($a \neq b$), $f(x)$ 的一个周期为 $2(a-b)$;

(3) $f(x+a) = \frac{1}{f(x+b)}$ ($a \neq b$), $f(x)$ 的一个周期为 $2(a-b)$.

3. 若函数 $y = f(x)$, $x \in \mathbb{R}$ 的图像有两条平行于 y 轴的对称轴 $x = a, x = b$ ($a \neq b$), 则函数 $f(x)$ 是周期



函数,它的一个周期为 $2(a-b)$.

4. 若函数 $y=f(x)$, $x \in R$ 的图像关于点 (a, m) , (b, m) ($a \neq b$) 都对称, 则函数 $f(x)$ 是周期函数, 它的一个周期为 $2(a-b)$.

5. 若函数 $y=f(x)$, $x \in R$ 的图像关于直线 $x=a$ 对称, 又关于点 (b, m) 对称 ($a \neq b$), 则函数 $f(x)$ 是周期函数, 它的一个周期为 $4(a-b)$.

二、综合运用解题点题

1. 奇偶性问题要注意定义域的判断.

2. 函数的周期性要抓住相邻周期内图像向左(右)可平移的特点.

3. 函数的单调性要注意单调区间是定义域的子集, 即要先确定定义域.

4. 函数的最大值和最小值的自变量值一定是函数单调区间(最大区间)的端点值, 要注意研究函数的最值情况来确定单调区间的办法. 例如 1989 年高考题: 已知 $f(x) = 8 + 2x - x^2$, 如果 $g(x) = f(2 - x^2)$, 那么 $g(x)$

A. 在 $(-2, 0)$ 上递增

B. 在 $(0, 2)$ 上递增

C. 在 $(-1, 0)$ 上递减

D. 在 $(0, 1)$ 上递减

不难看出 $g(x) = -x^4 + 2x^2 + 8 = -(x^2 - 1)^2 + 9 \leq 9$, 当 $x = \pm 1$ 时, $g(x)$ 有最大值 9, 由此显然 A、B、D 不正确, 故选 C.

三、创新能力题型设计

(一) 选择题

1. 函数 $f(x) = \frac{a^{\sin x} + 1}{a^{\sin x} - 1}$ ($a > 1$) 是

A. 奇函数

B. 偶函数

C. 既是奇函数又是偶函数

D. 非奇非偶函数

2. 若函数 $f(x) = 1 + \frac{m}{a^x - 1}$ 是奇函数, 则 $m =$

A. 0

B. 1

C. 2

D. 4

3. 函数 $y = \log_{\frac{1}{2}}(x^2 + 5x - 6)$ 的单调递增区间是

A. $(-\infty, -\frac{5}{2})$

B. $(-\frac{5}{2}, +\infty)$

C. $(1, +\infty)$

D. $(-\infty, -6)$

4. 若已知 $f(x)$ 是定义在 R 上的偶函数, 它在 $[0, +\infty)$ 上是减函数, 那么

A. $f(-\frac{3}{4}) > f(a^2 - a + 1)$

B. $f(-\frac{3}{4}) \geq f(a^2 - a + 1)$

C. $f(-\frac{3}{4}) < f(a^2 - a + 1)$

D. $f(-\frac{3}{4}) \leq f(a^2 - a + 1)$

5. 已知 $f(x) = \log_a(2 - ax)$ 在区间 $[0, 1]$ 上是减函数, 则 a 的取值范围为

A. $(0, 2)$

B. $(1, 2)$

C. $(0, 1)$

D. $(2, +\infty)$

6. 给出 4 个函数: ① $f(x) = 2x + 1$, ② $f(x) = \frac{x-1}{x+1}$, ③ $f(x) = \frac{1+x^2}{1-x^2}$, ④ $f(x) = \frac{1+\sin x - \cos x}{1+\sin x + \cos x}$. 其中既不是奇函数又不是偶函数的是

A. ①②

B. ③

C. ①②④

D. ①②③④

7. 已知函数 $f(x) = (x^2 + 2x - 3)^2$, 则

A. 它在 $[-1, 1]$ 上是增函数

B. 它在 $(-\infty, 1]$ 上是增函数

C. 它在 $[-1, 1]$ 上是减函数

D. 它在 $(-\infty, -1]$ 上是减函数



8. 设 $f(x)$ 是奇函数且在 $(0, +\infty)$ 内是增函数, 又 $f(-3)=0$, 则 $x \cdot f(x) < 0$ 的解是 ()
 A. $-3 < x < 0$ 或 $x > 3$ B. $x < -3$ 或 $0 < x < 3$
 C. $x < -3$ 或 $x > 3$ D. $-3 < x < 0$ 或 $0 < x < 3$

9. 函数 $f(x) = (\log_{\frac{1}{2}} x)^2 + \log_{\frac{1}{2}} x$ 的单调递增区间为 ()
 A. $[\sqrt{2}, +\infty)$ B. $(0, +\infty)$ C. $(0, \sqrt{2}]$ D. $(-\frac{1}{2}, +\infty)$

10. 函数 $y = f(x)$ 是奇函数, 且满足 $f(x+3) = f(5-x)$, 则该函数的周期一定为 ()
 A. 8 B. 4 C. 16 D. 12

11. 函数 $f(x) = \frac{ax+1}{x+2}$ 在区间 $(-2, +\infty)$ 上单调递增, 则 a 的取值范围为 ()
 A. $(0, \frac{1}{2})$ B. $(-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$
 C. $(\frac{1}{2}, +\infty)$ D. $(-2, +\infty)$

12. 已知函数 $f(x) = -x - x^3$, $x_1, x_2, x_3 \in R$, 且 $x_1 + x_2 > 0$, $x_2 + x_3 > 0$, $x_3 + x_1 > 0$, 则 $f(x_1) + f(x_2) + f(x_3)$ 的值 ()
 A. 一定大于零 B. 一定小于零
 C. 等于零 D. 正负都有可能

13. 函数 $y = f(x)$ 是定义域为 R 的偶函数, 且在 $(0, +\infty)$ 上是减函数, 则函数 $y = f(-x^2 + 2x)$ ()
 A. 在 $(-\infty, 0) \cup [1, 2]$ 上是增函数 B. 在 $(-\infty, 0)$ 上是增函数
 C. 在 $[0, 1]$ 上是增函数 D. 在 $(0, +\infty)$ 上是减函数

14. 设 $f(x)$ 是 R 上的奇函数, 且 $f(x+2) = -f(x)$, 若 $0 \leq x \leq 1$ 时, $f(x) = x$, 则 $f(7.5) =$ ()
 A. 0.5 B. -0.5 C. 1.5 D. -1.5

15. 函数 $y = f(x)$ 是定义在 R 上的最小正周期为 T 的周期函数, 且 $x \in (0, T)$ 时, $y = f(x)$ 有反函数 $y = f^{-1}(x)$, 那么当 $x \in (T, 2T)$ 时, $y = f(x)$ 的反函数是 ()
 A. $y = f^{-1}(x)$ B. $y = f^{-1}(x+T)$ C. $y = f^{-1}(x-T)$ D. $y = f^{-1}(x) + T$

16. 若函数 $f(x) = ax^3 + b \log_2(x + \sqrt{x^2 + 1}) + 2$ 在 $(-\infty, 0)$ 上有最小值 -5 (a, b 为常数), 则函数 $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上有 ()
 A. 最大值 5 B. 最小值 5 C. 最大值 3 D. 最大值 9

(二) 填空题

17. 设 $f(x) = g(x) + 5$, $g(x)$ 为奇函数, 且 $f(-7) = -17$, 则 $f(7) =$ _____.
18. 已知函数 $f(x) = x^2 - 2ax + a^2 + 1$ 在 $(-\infty, 1)$ 上是减函数, 且在 $(2, +\infty)$ 上是增函数, 则 a 的取值范围是 _____.
19. 已知 $f(x)$ 是 R 上的奇函数, 且当 $x \in (-\infty, 0)$ 时, $f(x) = -x \lg(2-x)$, 则 $f(x)$ 的解析式为 _____.
20. 定义在 $[-2, 2]$ 上的偶函数 $g(x)$, 当 $x \geq 0$ 时, $g(x)$ 单调递减, 若 $g(1-m) < g(m)$ 成立, 则 m 的取值范围是 _____.
21. 函数 $y = f(x)$ 是最小正周期为 2 的奇函数, 当 $x \in [0, 1]$ 时, $f(x) = 2^x - 1$, 则 $f(\log_{\frac{1}{2}} 24)$ _____.
22. 已知函数 $y = f(x)$ 是奇函数, 且 $0 \leq x < 1$ 时, $f(x) = x^2 - 2x$, 若该函数是以 2 为周期的周期函数, 则 $x \in (3, 5)$ 时 $f(x) =$ _____.
23. 给出命题: ① $T (T \neq 0)$ 是函数 $f(x)$ 的周期, 则 $-2T$ 也一定是此函数的周期; ② 周期函数在它的定义域内一定不存在反函数; ③ 若对于定义域 R 中的任意自变量 x , 函数 $y = f(x)$, 总有 $f(x) < f(x+1)$, 则函数 $y = f(x)$ 在它的定义域 R 内是增函数. 其中正确命题的序号为 _____.