

固体动力 破碎

〔苏〕 В. С. 尼基福罗夫斯基
Е. И. 舍 马 金



固 体 动 力 破 碎

〔苏〕B. C. 尼基福罗夫斯基

E. H. 舍马金

余静 彭庆霖 译

何修仁 校

煤炭工业出版社

内 容 提 要

本书阐述了固体动力破碎理论。详细地分析了垂直荷载作用下和靠近荷载源的半空间应力状态,同时也分析了动荷载作用下板的应力状态。特别研究了体积波在自由面上的作用,以及由此引起的体积破坏,及其背面的剥落问题。指出了在脆性(破坏前为弹性)无破坏材料内建立介质破坏机理模式的可能性。

本书所论述的内容可供从事数学、力学和物理学方面的科学工作者、工程师、研究生和大学生使用。

责任编辑: 鲍 仪

В.С.НИКИФОРОВСКИЙ, Е.И.ШЕМЯКИН
ДИНАМИЧЕСКОЕ
РАЗРУШЕНИЕ ТВЕРДЫХ ТЕЛ

Издательство «Наука», 1979.

固 体 动 力 破 碎

(苏)В.С.尼基福罗夫斯基

Е.И.舍马金

余静 彭庆霖 译

何修仁 校

煤炭工业出版社 出版

(北京安福门内大街25号)

煤炭工业出版社印刷厂 印刷

新华书店北京发行所 发行

开本787×1092 1/32 印张10 1/4

字数232千字 印数1—2,400

1985年9月第1版 1985年9月第1次印刷

书号15035·2737 定价1.80元

序

在研究固体（建筑材料，岩石，金属等）强度时，物体内应力和应变达到一定量时发生分离的破坏过程，愈来愈多地引起了研究者的注意。

虽然伽利略的第一个有关悬臂梁承载能力的问题已是典型的强度问题，可是在历史上变形固体力学方面的研究是沿着求解弹性或非弹性变形问题的道路发展起来的。弹性理论的历史通常也是从这一问题算起。在这一问题中直观地反映了两个不同阶段：1) 变形的发展遵循弹性法则；2) 当载荷达到临界值时的破坏（梁的破裂或者梁从基础上分离）。第一阶段属于弹性问题的提出和求解；第二阶段属于破坏过程的发生和发展条件的研究。

很早以前，从机械构件刚刚出现和采矿初期开始，就早已研究构件和岩体强度，临界载荷的计算及其破坏等问题。长期以来都认为，象不允许结构毁坏一样，在物体中不允许出现裂纹和其他缺陷。然而进一步研究发现，并非所有裂纹和缺陷都会导致毁灭性的破坏；某些缺陷能局部化，稳定化，近来又提出了关于影响裂纹发展可能性的问题，其目的是制止和稳定这些裂纹。所有这些都说明，加载时了解在物体及介质内裂纹发生和发展时的物理过程是非常重要的。

与固体物理学不同，脆性断裂力学是以变形过程（应力和应变）宏观临界值不变的相关形式建立了破坏准则。尽管在这种条件下断裂力学极为经常地涉及到微观级（结晶和固

2017/12/24

体的结构，结构内部缺陷及由此而造成的强度降低，高温高压下晶格中的原子振动）发生过程的新概念，然而，现象学的方法以及应用破坏过程的宏观特性的实验数据仍是目前使用的主要方法。

在现代强度理论中存在两个发展分支：一个分支是新型工程结构的设计专家所研究的在载荷与温度作用下，甚至在可能出现局部破坏的条件下（出现不可逆的，但允许变形的单个裂纹）保持结构及其构件的完整性；另一个分支是从事采矿工程的爆破专家研究对破坏过程的控制（岩体按一定块度的破碎）。就总的研究趋势来看，无论哪一个分支都具有很大的实际意义。因而没有必要特别强调某一支，何况这二个分支所研究的问题是一致的。

物体破坏前的变形不仅是破坏本身行为的前兆，而且更经常表示破坏过程的基本特征：在何处？何种条件下（准则？）物体开始分离成破坏部分。

所以近年来，非弹性变形，特别是固体塑性状态的研究观点有所变化。大部分研究工作者都认为，就某种意义来讲，塑性状态可做为预破坏状态来研究。假定破坏准则是按类似达到塑性时的准则来建立。象在金属试件中出现留特氏线，在岩石试件中微观裂纹的发展，都说明在不可逆的变形和破坏过程本身的发展中存在一定的共性。以一个关于脆性破坏的最简单概念就可以说明这一观点：当满足一定的应力应变或弹性贮能的准则时，破坏过程将代替弹性应力-应变状态。在这个模型范围内，破坏前应力与应变都是单值联系，所有这些准则都是相同的。

当塑性变形进一步发展时，破坏过程的发展将出现更为复杂的情况。固体介质中，甚至在高量级的应力条件下，如

果应变未达到临界值破坏不再继续扩展——这时必需有能量的或综合性的准则（根据应力和应变，按裂纹开裂准则型的应力和位移）。为了阐明这一问题，在这里我们推荐B.B. 诺渥日劳夫的著作⁽¹⁷²⁾。该著作可做关于断裂力学大量研究工作的基础。根据本书得到的物理结论（剪切变形而发展的破裂和剪切变形而出现的延伸），可以将塑性变形的过程既往与破坏联系起来。所谓破坏即在明显的现象学处理方法范围内将物体分离为部分的过程。因破裂（断开），或因某种形式的应力状态而造成的剪切破坏，由于延伸效应而相互联系着。

这些观点说明，正确选择破坏过程开始的判断准则是何等重要。所以在本书第一章，对现有的许多强度理论的评价及讨论给予很大注意。十分清楚，在不同问题中如对这些理论和试验缺少比较和分析，就不可能正确的解决任何理论的应用的问题。将加载和相继发生破坏时间做为过程的主要特征的力和变形的强度准则占有特殊地位。

本书总结了固体脆性破坏问题的研究成果，特别是总结了弹性动力学理论许多实例中的岩石脆性破坏问题的研究成果。这些弹性动力学理论在技术、建筑工程，以及岩石力学领域里得到了广泛地运用。本书还专门讨论了考虑破坏过程时间特征的必要性问题。本书中建立的具有阻尼破坏作用的脆性“无破坏”模型，在许多实际的重要情况下可以构成介质的破坏机理。

第二章讨论了在一维情况下研究剥落的计算和实验条件。极为简便的一维方法，做为计算模型不只一次地用来研究材料的性质或现象的因素。除此而外，在许多有应力场的实际物体中应用一维方法也有很高的准确性。象在均质的成分

层介质中离源很远的应力波，或在复杂的空间的对称轴附近，以及在杆状结构中的应力波（例如冲击作用），都是应用一维方法得到很好准确解的实例。

还指出了在简单三角形信号作用考虑强度时间特征的情况下，描述剥落破坏出现的新条件，并分析了波形对剥落效应的影响。

在这些条件下（波形的随意变化，考虑准则的时间特征）可能产生均质材料的空穴型连续性破坏。

在计算中引入了粘性和蠕变，或者应用由实验得到的应力波最大值因距离变化而衰减的规律。考虑了介质这些实际性质之后仍得到与剥落破坏的相同（强度时间特征）结果。

这里列举的“布纹”结构的简明实例，考虑了强度的时间特征及预破坏状态（具有缺陷快速集聚的塑性区），再一次证实了破坏前材料状态的基本特征，并且相当逼真地描述了裂纹状态，其中包括裂纹运动（扩展）的跳跃性。

第三章阐述了沿弹性半空间体表面垂直冲击作用时，关于加载和破坏机理的动力学问题的某些论点。应用这些论点可以研究机械工作机构与介质之间相互动力作用时，在接触点附近材料的状态。研究实例表明，材料的预破坏具有特殊的重要性。这样，一方面说明考虑破坏时间特征的必要性，另一方面还说明，每个表面在所采用的现象学方法范围内与别的表面无关，各自具有趋向破坏的性质。

正是材料向破坏的预备及与之有关的自身破坏的阻尼作用，使波束通向介质的深部，而没有被其滞后的裂纹网格所屏蔽，也没有按一定的形式出现材料的变化。

还指出了横波的巨大作用——考虑了在剥落过程中介质对剪切的阻尼。

在具有裂纹和块体结构的介质中，如果作用波长与结构特征尺寸是同一个数量级，则必需研究这些波与界面的相互作用。关于波向自由面传播的问题，即在单层板中其背面的剥落问题，便是上述相互作用的最简单例证（第四章）。在体积波作用下，在薄板中所见到的剥落现象具有独立意义，并对材料断裂力学有很大价值。当振幅大的波传播到自由面时，该自由面强度问题的求解，不仅对金属物理，而且对岩石力学，即在动力载荷作用下露天矿边坡，地下矿山巷道围岩稳定性等问题，都有极其重要的意义。

在第四章里基于对称轴本身的精确解和靠近波前的渐近解，还建立了为计算对称轴附近应力分量结构的近似解。近似的分析解再用有限差分数值解做补充，还提供了薄板内应力分量的简明图册。建立了剥落过程机理，指出了反射纵波、直射横波，以及阻尼破坏在剥落过程中的特殊作用。

这里所研究的地下爆破应力波问题，并没有失掉从应用炸药初期到现在它在科学及实践意义上的重要性和现实性。本书致力于解决的主要问题是研究具有位于表面附近扰动源的弹性半空间体的应力-应变状态。根据数值计算编制的力分布图和不同时间内应力分量的等压线图，可以确定由浅部源引起的介质变形和破坏特征，寻求介质剥落和体积破坏之间的相互关系，确切地说明药壶爆破向抛掷爆破过渡时剥落区的作用。在采矿和建筑工程实践中正确地考虑上面所讨论的现象是非常重要的。

本书最后有附录，其中列举了正文中未包括的弹性动力学理论若干问题精确解的公式，以及许多基本解的数据资料。这些资料都在材料力学、建筑结构、地质力学计算，以及爆破工程的实践中应用。

目 录

序

第一章 某些强度理论和破坏准则	1
§1 静力学方案	1
§2 考虑破坏过程时间特征的某些可能性	11
§3 韧性破坏的动力准则	23
§4 脆性材料的动力破坏模型	37
第二章 一维剥落理论	51
§5 一维动力破坏过程的某些实验结果	52
§6 一维剥落现象分析	59
§7 波的传播和弹性与非理想弹性杆件结构内波的传播和破坏图形	75
§8 单裂纹扩展机理	86
第三章 表面载荷作用下脆性半空间的破坏	99
§9 问题的提出及求解	101
§10 半空间的加载和破坏机理	107
第四章 自由面附近介质的破坏	135
§11 弹性板的精确解	137
§12 单层板应力状态和破坏分析	151
§13 单一的内部源作用下半空间的破坏	165
附录	180
§14 用不完全分离变量方法建立半空间拉梅问题的精确解	180
§15 在弹性半空间边界-自模拟条件下点作用求解的公式	190

§ 16	拉梅问题中集中荷载的基本解	197
§ 17	冲击型点载荷作用在半空间体内的应力图	224
§ 18	波前应力的渐近式	226
§ 19	在球状源作用下自由面附近的应力场和位移 速度场	230
§ 20	地下爆破时自由面的振动	248

第一章 某些强度理论和破坏准则

在解决材料极限强度问题时，正确地选择破坏准则是非常重要的。虽然，这是很多研究者很早就感兴趣的问题，然而，直到今天，发生破坏的原因、破坏机理，以及破坏过程动力学的研究仍然是力学、固体物理学、结构力学和地质力学中急待解决的课题。

显然，对每一种具体情况，研究介质的应力-应变状态的某一分量，或它们之间任何组合与破坏现象的关系，都是合理的。为产生和传播破坏过程，材料达到极限应力状态是不够的，因为在产生和传播破坏过程中需要有一段预备时间，在此期间内，在应力作用下，材料将变化并进行破坏前的预备。有些作者认为，为了破坏必须同时满足应力和应变的条件（例如一个正应力和相应的线性变形，剪应力和剪应变）或同时满足正应力和剪应力的准则。遗憾的是，对这个问题目前还没有统一的看法。讨论某些基本论点和结论时，可在文献〔55、162、189、194、243、249〕中找到这些问题与历史的详尽分析和论述，甚至还可以得到更详尽的参考数据。

§1 静力学方案

最初这一理论是伽利略在文艺复兴时代提出的。在观察梁的弯曲破坏时，他指出，当最大正应力 σ_1 达到该材料极限值 σ_0 时，在梁内发生纵向纤维的断裂，即

$$|\sigma_1| \leq \sigma_0 \quad (1.1)$$

这个最大应力理论的缺点之一是忽略了其它两个主应力的作用。众所周知，静压时，固体受到较大载荷作用也不发生破坏。还可举出与最大应力理论相矛盾的例子：单轴拉伸单晶体时，滑动发生在与拉伸方向成 45° 的平面（留特尔氏-切尔诺夫线），该平面作用着最大剪应力^[253]。

但是，这一最大应力理论可应用于脆性体，如矿山岩石，在这种条件下，(1.1)式必须考虑拉伸 σ'_0 和压缩 $-\sigma'_0$ 不同极限值

$$-\sigma'_0 \leq \sigma_i \leq \sigma'_0$$

上式常以下列形式推广到复杂应力状态

$$-\sigma'_0 \leq \sigma_i \leq \sigma''_0; \quad i = 1, 2, 3 \quad (1.2)$$

式中 $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ ——主应力。

应当指出，虽然抗压强度给出了试块、矿柱等结构物在受压条件下承载能力的概念，但是，抗压强度显然不是材料特征指标（参阅^[123, 161]）。

第二强度理论，即最大应变理论，又称简化的应力理论，是由马里特奥奠定了基础，圣文南创立的。按这种理论，当相对伸长（应变 ε_1 ）达到该材料的极限值时发生破坏，即

$$|\varepsilon_1| \leq \varepsilon_0$$

对于拉应变 ε'_0 和压应变 ε''_0 极限值不等的材料，如岩石，应有

$$-\varepsilon'_0 \leq \varepsilon_i \leq \varepsilon''_0$$

在三维变形条件下，强度条件常写成类似(1.2)式的形式

$$-\varepsilon'_0 \leq \varepsilon_i \leq \varepsilon''_0; \quad i = 1, 2, 3 \quad (1.3)$$

式中 $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$ ——主应变。

对于脆性材料，当小应变条件下发生破坏和破坏前完全

服从虎克定律时，强度条件写作

$$-\sigma'_0 \leq \sigma_g \leq \sigma''_0, \quad \sigma_g = \sigma_1 - \nu(\sigma_2 + \sigma_3) \quad (1.4)$$

式中 ν ——波桑系数； σ_g ——换算应力。

其余二式与此类似。由于该理论可表示为 (1.4) 式，故称简化应力理论。该理论也有不完善需要商讨的地方。在三向等值高压下，材料的整体承受极大的液压，并未引起破坏征象。因而按 (1.4) 式可得到不破坏的范围

$$-\frac{\sigma'_0}{1-2\nu} \leq \sigma_1 \leq \frac{\sigma''_0}{1-2\nu}$$

铁木辛柯也列举了第二强度理论有局限性的实例^[243]。如果在板的两个相互垂直方向上进行拉伸，由于相互垂直方向的拉伸引起伸长、缩小，板的屈服极限（临界应力）比单向拉伸要高。可以认为，唯一和有决定性的作用是变形，它仅仅是同方向一维应力引起的。于是，对于脆性体第二强度理论实际上与第一理论是一致的。

第三强度理论，即最大剪应力理论又称库伦-特雷斯克准则（十八世纪）。根据这一理论，把最大剪应力 $\tau_{\max}$ 达到材料极限值的屈服极限（破坏极限）作为塑性变形的起点，或作为破坏准则

$$|\tau_i| \leq \tau_0$$

$$\tau_1 = \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_3); \quad \tau_2 = \frac{1}{2}(\sigma_3 - \sigma_1); \quad \tau_3 = \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_2) \quad (1.5)$$

$$\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3; \quad \tau_{\max} = \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_3) \leq \tau_s = \frac{\sigma_s}{2}$$

式中 σ_s ($\sigma_s \leq \sigma_0$)——材料拉伸时的屈服极限（破坏），

τ_i ——试验剪切应力值。

假定第三强度理论相当完善地描述了材料在高压作用下的性状。该理论在对平面滑动现象的观测中已得到验证。

十九世纪圣文南将这一理论用于塑性条件：(1.5) 式便是特雷斯克-圣文南条件。但 (1.5) 式只适用于抗拉强度和抗压强度在数值上相同的材料，对于许多脆性材料，这一理论是不适用的。

以上列举的理论还缺乏足够的共性和精确性。人们继续寻求新的理论时，开始研究应力和应变不变量的组合，引出了具有物理意义的不变量函数^[55, 249]，马克斯威尔和贝拉特拉姆进行了这方面的研究。后者属于最大能量理论。该理论是以单位体积变形作为破坏准则的基础。使体积能等于简单拉伸时的屈服强度

$$A = \frac{1}{2E}(\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2) - \frac{\nu}{E}(\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2\sigma_3 + \sigma_3\sigma_1) \leq A_0$$

$$= \frac{\sigma_s^2}{2E} \quad (1.6)$$

式中 E ——弹性模量。

应当指出， A 值并非总决定极限条件，当三向受压时它就不能决定极限条件。此外，还应考虑，(1.6) 式是根据广义虎克定律得到的，因此，它只适用于脆性材料。

古别尔更为确切地阐述了能量准则。他在1904年指出：在应力张量第一不变量为负值 ($\sigma < 0$) 的情况下，将应变能达到该材料极限值 A_0 作为强度准则

$$A_\Phi \leq A_0 \quad (1.7)$$

在相反情况下 ($\sigma > 0$)，拉应力占主导地位，仍然保留 (1.6) 的条件，即变形的完全功是决定破坏地点与时间的量。

米赛斯在1913年而盖克在1924年用(1.7)式作为塑性条件。最终可把塑性条件写成

$$(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 \leq 2\sigma_s^2$$

埃辛盖勒指出，上式的左侧乘上常数即与八面体剪应力平方一致

$$\tau_{OKT} = \frac{1}{3} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2}$$

对于抗拉强度与抗压强度相等的材料，在平面应力状态下，铁木辛柯给出了很有意义的上述强度理论的对比图形(图1)。

第一理论为正方形1234。
OA和OB段是简单受拉时的极限应力 $\sigma_1 = \sigma_s$, $\sigma_2 = \sigma_s$, 点1是在两个相互垂直方向上极限

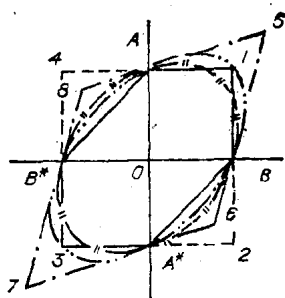


图 1

应力值相等，即 $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_s$ 的情况。无论是屈服还是破坏都不能在正方形($\sigma_s = \sigma_0$)内的各点发生。

第二理论为图中5678($\varepsilon_s = \varepsilon_0 = \frac{\sigma_s}{E} = \frac{\sigma_0}{E}$; $\nu = 0.35$)。因为拉伸减小了垂直方向上的变形，所以，在拉伸或压缩值 σ_1 和 σ_2 的符号相同时，屈服(或破坏)发生在比第一理论(点1; 3)还大的应力($\frac{\sigma_s}{1-\nu}$)点5; 7上; 同理，当应力符号不同时，则在小于第一理论2, 4点位置应力为 $\frac{\sigma_s}{1+\nu}$ 值的6, 8点上; 发生屈服或破坏。

最大剪应力理论为六角形 $AIBA^*3B^*A$ 。当两个主应力的符号相同时，这一理论与第一理论一致，否则相差很大。

分析图 1 可得到以下结论，即当应力分量的符号相同时，在一维以及较复杂情况下，上述理论是十分相近的。尽管如此，以上指出的缺陷还是存在的。

在进一步对上述理论的完善中出现了莫尔理论 (1882)。该理论与第三强度理论不同，认为最大剪应力的极限值与滑动面（破碎面）正应力值有关，显然，这一论点是正确的。这个理论所要求的极限条件是

$$\tau_{\max} = F(\sigma_n)$$

$$\tau_{\max} = \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_3); \quad \sigma_n = \frac{1}{2}(\sigma_1 + \sigma_3); \quad \sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$$

该极限条件就是莫尔极限应力圆包络线，它是根据试验数据建立的，并且考虑了在大压力区的结果。莫尔理论已被塑性和脆性材料的很多试验所证实。不考虑中间主应力 σ_2 的作用是莫尔理论的主要缺陷，各向受拉的情况不符合该理论。

建立统一强度理论的设想是从 20 世纪 40 年代开始的^[65, 254]。如上述所有的理论一样，在统一强度理论中，根据材料最简单的一维条件所得数据，建立了适用于任意复杂应力状态下的破坏准则。不过，这一理论与其他理论的区别是，在一种力学状态的图形中包括不同的破坏条件。（留特维哥，约飞，达维靖考夫，弗里德曼等^[65, 254]）：抗剪的 τ_0 和抗拉的 σ_0 。并且由最大剪应力计算塑性破坏（用剪断方法），由最大换算正应力计算脆性破坏（用拉断方法）。

图 2 为弗里德曼力学状态图形，它由两部分组成，两个图形中的纵坐标为最大剪应力 $\tau_{\max}$ ；该图左边图形横坐标为最大的换算正（拉）应力 σ_e (1.4)，而右图的横坐标为最大

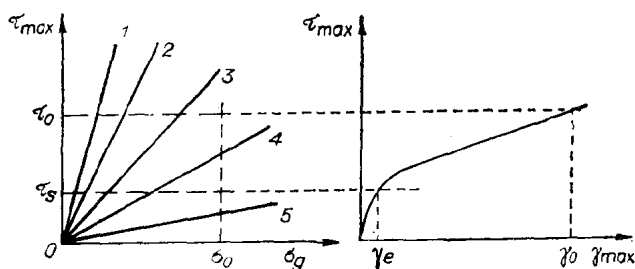


图 2

的塑性剪切变形 $\gamma_{\max}^p$ 。此外，在左图中用虚线表示屈服极限 τ_s ，剪断强度 τ_0 和拉断强度 σ_0 。

于是，左图按 $\tau_{\max}/\sigma_g$ 比值相应地表示了加载方式的“刚度”或“柔性”的特征；则线段1，2，3……5分别为压入、单轴压缩（ $\tau_{\max}/\sigma_g = 2 \quad \nu = 0.25$ ）纯扭曲（ $\tau_{\max}/\sigma_g = 0.8$ ）、单轴拉伸（ $\tau_{\max}/\sigma_g = 0.5$ ），等等；右图是广义的屈服曲线 $\tau_{\max} = f(\gamma_{\max}^p)$ 。 τ_0 ， τ_s 和 σ_0 的直线性以及这些值与应力状态的非相关性都是该理论的缺点，尤其在三维应力状态下更为明显。

在弗里特曼理论中有一个重要观点是，即使在拉伸条件下破坏也完全取决于剪应力，这些剪应力在已知变形图中决定了剪切变形。例如拉伸形成的细颈，薄膜剪切断裂和冲击压缩试块破坏等一系列实例都证实了这一观点。显然，局部破坏的微观机理确实与剪应力有关，破坏本身是沿滑动面发生的，然而多半是把剪切变形作为这一过程的初始根源。在脆性体中塑性变形表现得极微小。目前研究微观域内发生破坏的图形还为时过早。从固体力学（非物理的）角度出发，经常用比微观缺陷与微观破坏更大规格范围之应力-应变状态的平均特征更为有利；并引用脆性破坏特征，断裂时的极