

数学实验

Matlab

● 周晓阳 主编

· 华中科技大学出版社 ·



96

013-33

277

高等学校选修教材

数学实验与 Matlab

主编 周晓阳

策划 周晓阳 谢松法 梅正阳

华中科技大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

数学实验与 Matlab/周晓阳 主编
武汉:华中科技大学出版社, 2002 年 1 月
ISBN 7-5609-2445-X

I . 数…
II . ①周… ②谢… ③梅…
III . 数学-应用软件-MATLAB
IV . O245

数学实验与 Matlab

周晓阳 主编

责任编辑:龙纯曼

封面设计:刘卉

责任校对:张兴田

责任监印:张正林

出版发行:华中科技大学出版社

武昌喻家山 邮编:430074 电话:(027)87545012

录 排:华中科技大学惠友科技文印中心

印 刷:华中科技大学印刷厂

开本:787×1092 1/16

印张:16

字数:364 000

版次:2002 年 1 月第 1 版

印次:2002 年 1 月第 1 次印刷

印数:1—2 000

ISBN 7-5609-2445-X/O · 228

定价:19. 80 元

(本书若有印装质量问题,请向出版社发行部调换)

前言和使用说明

计算机技术的迅猛发展使得数学在自然科学、工程技术、经济管理乃至人文社会科学中越来越成为解决实际问题的有力工具。这对于现有的数学教材体系本身构成了巨大冲击，要求数学教学改革的呼声日益高涨。在这种背景下，数学实验课应运而生。它将在数学教育改革中扮演重要的角色。

数学实验的概念

我们能够理解物理实验和化学实验的意义，但是什么是数学实验？为什么要做数学实验？怎样做数学实验？也许是每个接触到“数学实验”这个名词的读者首先会想到的问题。

通过计算观察结果就是数学实验，我们可以从一些具体例子感受它的内涵。最简单的，从高等数学习题中挑出一个函数，用计算机画出它的图象进行观察，你就完成了一个数学实验。而用计算机去模拟核弹爆炸却是一项非常复杂、非常庞大的数学实验。

人类的进步离不开科学的研究和实验，数学是一门基础科学理论，也是一种非常有用的技术。有识之士指出：“今天，在技术科学中最有用的数学研究领域是数值分析和数学建模。”“一切科学与工程技术人员的教育必须包括越来越多的数学和计算科学的内容。数学建模和相伴的计算正成为工程设计过程中的关键工具。科学家正日益依赖于计算方法以及在解释结果的精度和可靠性方面有充分的经验。”“说到底，高技术是数学技术。”

计算机的发明产生了深远的影响，一个重要方面是对数学计算的影响。许多过去难以计算的问题(如天气预报)今天能够得以完成，这使得数学技术和数学实验的地位越来越重要。

吴文俊院士指出：“任何数学都要讲究逻辑推理，但这只是问题的一个方面，更重要的是用数学去解决问题，解决日常生活中，其它科学中出现的数学问题。学校给的数学题目都是有答案的，已知什么，求证什么，都是很清楚的，题目也是一定做得出的。但是来到了社会上，所面对的问题大多是预先不知道答案的，甚至不知道是否会有答案。这就要求学生培养创造能力，学会处理各种实际数学问题的方法。”

开设数学实验课正是为学习“用数学”、加强动手能力、训练创新思维所做的一种有益尝试。数学实验是一种有用的学习手段：通过对特定例子的计算和观察，可帮助我们直观地理解非常抽象的数学内容，了解它的应用背景，化枯燥为有趣，激发学习数学的兴趣。数学实验是一种有效的科研方法：将一堆数据可视化，或者选择有代表性的特定实例进行观察，从中发现和归纳有意义的规律并进行理论论证，这种研究方法广泛地被科学工作者采用。

通过数学实验课的学习，我们应该掌握必要的实验手段；学习有用的实验设计方法和思想；激发学习数学的兴趣；体会数学技术的重要性；注重创新思维的训练；提高自身的数学素养，为未来将面对的科学研究和生产实践奠定必要的基础。

Matlab 语言：性能卓著的实验“仪器”

数学实验的“仪器”是计算机，掌握一门有用的软件是必须的。本教材选用了 Matlab 语言作为实验软件。

Matlab 是 Matrix Lab(矩阵实验室)的缩写，有数学演算纸之称，是一款功能强大的数学软件。用它能轻松地进行各种数学计算和符号演算，绘制多种可视化图形。Matlab 指令和相应的数学表达很类似，符合我们的习惯。例如，学习 Matlab 的基本矩阵运算指令几乎是将线性代数的有关内容重述一遍，只不过其表达略有不同而已。这种表达上的匹配性，一方面可使读者很快入门 Matlab，而另一方面，在学习各类数学课程(如高等数学、线性代数和概率统计)或专业课程(如自动控制)时，如果运用 Matlab 进行计算，也可加深对课程内容的理解，提高学习的兴趣。而这正是数学实验的主要目的之一。

掌握 Matlab 软件对理工医学生未来的专业发展也是极有帮助的。Matlab 自身具有许多不同领域的专业工具箱(例如统计工具箱、优化工具箱、神经网络工具箱、控制工具箱等等)，所以是极具影响的软件之一。本科学生的毕业设计可使用该软件，硕士生、博士生也可用 Matlab 完成自己的论文计算。事实上，有许多科研工作者均使用 Matlab 进行科学的研究，从而使新的工具箱层出不穷。Matlab 的确是一个影响面大、出类拔萃的数学软件。

期望“精通” Matlab 似乎不太现实，它涉及到太多的数学领域。但如果熟知有关领域的数学内容，掌握相应的工具箱或在此基础上进行新的开发是比较容易的，Matlab 设有 C 语言和 Fortran 语言接口，这使得开发更为方便灵活。

学习一门语言的最好方式不是记忆一堆命令的集合，而是动手做几个实例，通过对实例的编程熟悉和掌握语言的特点，并不断地加以扩充。通过数学实验可以案例式地学习 Matlab 软件，反之，Matlab 软件的强大功能又可使我们更好地理解和完成实验内容，两者相辅相成，互为补充，这是本教材的一大特点。

教材的指导思想和使用说明

本教材是基于下面的指导思想完成的：

(1) 进行数学实验的前提是掌握一种有用数学软件，这种软件应该对学生未来发展大有帮助，为此我们选择了 Matlab 并结合实验内容重点讲解。

(2) 数学实验是学习和科研的一种重要方法，设置的实验内容应能使学生领会并初步掌握这种方法的要旨。

(3) 实验内容应和本科一、二年级学生正在或将要学习的数学课程紧密相关，使他们通过数学实验能较早地了解正在学习的数学课程的应用背景，扩展知识层面，加强动手能力，提高学习兴趣，领会前人的思想方法和建立创新意识。

(4) 鉴于学生的课时偏紧和教学资源的限制，教材必须具有可读性强、浅显易懂和深入浅出的特点。这样通过几次讲座，学生可以自己阅读教材并完成与正在学习课程相关的数学实验。化整为零，这与数学实验课要求教师少讲，学生多做的精神是相符合的。

因此本书围绕高等数学、线性代数、概率统计和数值计算等数学课程设置了 12 个大的实验，每个实验由如下三部分组成：

(1) 知识要点与背景。概述与实验有关的课程的内容或应用背景。有时这部分缺省。

(2) 实验与观察。是实验的基本部分。围绕着实验的主题，向读者展示数学实验的设计方法和 Matlab 编程技术，有些实验设置了交互式程序供读者对实验主题进行观察，并提出一些问题供读者作深入思考，同时也为后面的练习提供基本的实验方法。

(3) 应用、思考与练习。提供一定数量练习思考题供读者思考练习，这些练习可能是某些与应用有关数学建模问题；或者是实验与观察部分的主题内容的进一步深入；也可能是为使读者熟悉某些 Matlab 指令设计程序。一般而言，这些练习并不是简单罗列一串习题供读者选做，而是保持实验与观察的相同风格，留给读者更多问题进行思考或进行程序设计。虽然在一些问题中已给出全部或部分参考程序，但是我们希望读者能够自己提出解决方案并独立编制程序完成这些练习。我们更希望读者能够设计出新的实验内容并和我们联系。

实验 1~2 是 Matlab 的入门，如果读者已经熟悉了线性代数的内容，则两者可以合并为一个实验。将这一部分分为两个实验，主要是方便尚未接触线性代数的新生，我们期望学生能够尽早地接触到数学实验的内容，这样在后续数学课程的学习中，能够利用数学实验的手段，加深对学习内容的理解，提高学习的兴趣。实验 1 提供了与线性代数有关的阅读材料，结合 Matlab 语言的基本特点，使读者既可掌握 Matlab 的基本指令，又可在短时内了解线性代数有关内容，达到一举两得的目的。

对于只是想学习 Matlab 语言的读者，可快速浏览这两个实验的程序演示部分，达到迅速了解 Matlab 的目的。

除了实验 1 和实验 2，其它实验基本上是独立的，读者可根据自己的情况选做若干实验。实验 3~7 是与高等数学有关的实验内容，分别介绍了插值和拟合、数值及符号微积分、微分方程(组)的解法、用导数作定性分析、优化工具箱以及代数方程求解和函数迭代等内容；实验 8 是线性代数实验；实验 9 是概率统计实验，介绍了统计工具箱；实验 10 介绍了实时动画仿真和 simulink 仿真工具箱初步；实验 11 为小波实验，涉及到小波工具箱的内容；实验 12 则围绕着数理金融中的某些问题展开。

为了语言的简洁性，本书将程序写入【】号中，而将程序的计算结果写入{ }号，读者可在华中科技大学数学系的网站或网址 <http://211.69.199.100/~zhou/imdex.html> 中找到本书所有的程序。

本书写作过程中自始至终得到华中科技大学数学系和教务处领导的关怀和支持，作者在此表示感谢。实验 1~10 由周晓阳完成，实验 11 由谢松法完成，实验 12 由梅正阳完成。限于作者的水平，难免有不当之处，欢迎读者批评指正。

作 者
2001 年 4 月于华中科技大学
zxyhust@netease.com

目 录

实验 1 矩阵运算与 Matlab 命令	(1)
1.1 知识要点与背景：日常矩阵及其运算	(1)
1.2 实验与观察：矩阵和 Matlab 语言	(3)
1.2.1 向量的生成和运算	(3)
1. 向量的创建.....	(4)
2. 向量的运算.....	(4)
1.2.2 矩阵创建和运算.....	(6)
1. 创建矩阵.....	(6)
2. 矩阵的运算.....	(7)
3. 分块矩阵：矩阵的裁剪、分割、修改与抽取	(9)
4. 生成特殊矩阵.....	(11)
5. 常用矩阵函数.....	(12)
6. 数据的简单分析.....	(12)
1.2.3 Matlab 工作环境和编程	(13)
1. 帮助和命令窗口	(13)
2. Matlab 的基本设计	(14)
1.3 应用、思考与练习	(15)
1.3.1 关系矩阵	(15)
1.3.2 投入产出	(16)
1.3.3 循环比赛的名次	(18)
1.3.4 参考程序	(20)
实验 2 函数的可视化与 Matlab 作图	(21)
2.1 实验与观察：函数的可视化	(21)
2.1.1 Matlab 二维绘图命令	(21)
1. 周期函数与线性 p 周期函数	(21)
2. plot 指令：绘制直角坐标的二维曲线	(22)
3. 图形的属性设置和屏幕控制	(22)
4. 文字标注指令	(24)
5. 图形窗口的创建和分割	(26)
2.1.2 多元函数的可视化与空间解析几何(三维图形)	(27)
1. 绘制二元函数	(27)
2. 三元函数可视化：slice 指令	(30)

3. 空间曲线及其运动方向的表现: plot3 和 quiver 指令	(31)
2.2 应用、思考与练习	(32)
2.2.1 线性 p 周期函数	(32)
2.2.2 平面截割法和曲面交线的绘制	(34)
2.2.3 微分方程的斜率场	(36)
2.2.4 颜色控制和渲染及特殊绘图指令	(37)
1. 地球表面的气温分布(sphere 指令)	(37)
2. 旋转曲面的生成: 柱面指令 cylinder 和光照控制指令 surfl	(39)
3. 若干特殊图形	(39)
实验 3 函数式——直接确定型模型	(41)
3.1 知识要点与背景: 函数——直接确定型模型	(41)
3.2 实验与观察: 插值与拟合	(42)
3.2.1 插值方法与多项式拟合的概念	(42)
3.2.2 用 Matlab 作插值和拟合	(43)
3.2.3 用鼠标选节点观察插值、拟合的效果	(44)
3.2.4 观察程序说明	(45)
3.3 应用、思考与练习	(47)
3.3.1 若干函数的插值和拟合练习	(47)
3.3.2 几个应用问题	(47)
1. 机床加工和水深流速问题	(47)
2. 内燃机转角与升程的关系	(48)
3. 随高度变化的大气压强	(48)
4. 交通事故的调查	(48)
3.3.3 多元函数的插值	(49)
1. 矩形温箱的温度	(49)
2. 航行区域的警示线	(49)
3.3.4 Fourier 级数和周期函数的经验公式	(50)
3.3.5 由实验到理论: 从开普勒定律到牛顿万有引力定律	(52)
实验 4 微分、积分和微分方程	(54)
4.1 知识要点与背景: 微积分学基本定理	(54)
4.2 实验与观察(I): 数值微积分	(55)
4.2.1 实验: 积分定义、微分方程和微积分基本定理的联系	(55)
4.2.2 求解数值积分的 Matlab 积分命令	(59)
1. 矩形求积指令 cumsum	(59)
2. 梯形公式指令 trapz	(59)
3. 辛普森公式指令 quad	(60)
4. 解一阶微分方程(组)指令 ode23、ode45(龙格-库塔法)	(60)
4.2.3 观察程序及其说明	(61)

4.3 实验与观察(II): Matlab 符号微积分简介	(62)
4.3.1 创建符号变量	(62)
4.3.2 求符号极限 limit 指令	(63)
4.3.3 求导指令 diff	(63)
1. 符号求导指令 diff	(63)
2. 数值求导指令 diff	(64)
4.3.4 求符号积分 int	(64)
4.3.5 化简、提取和代入	(65)
4.4 应用、思考与练习	(66)
4.4.1 追击问题	(66)
1. 追击问题的数值模拟	(66)
2. 追踪雷达失效的情形	(67)
3. 追线问题的解析解	(68)
4.4.2 应用问题	(70)
1. 枪支的设计	(70)
2. 天然气井的开采量	(71)
实验 5 用导数作定性分析	(72)
5.1 知识要点: 函数作图——用导数定性描述函数	(72)
5.2 实验与观察: 微分方程的定性解图示	(75)
5.2.1 人口增长的预测	(75)
1. Malthus 模型	(75)
2. Logistic 模型	(76)
3. 微分方程解的定性分析	(77)
4. 用导数作稳定性分析	(79)
5. 观察程序及其说明	(80)
5.3 应用、思考与练习	(81)
5.3.1 函数作图	(81)
5.3.2 平衡点的分类	(82)
5.3.3 定性分析的应用	(83)
1. 捕鱼业持续的收获	(83)
2. 蚜虫生长和跃变	(84)
实验 6 最优化实验	(86)
6.1 知识要点与背景	(86)
6.1.1 由简入繁: 最佳水槽断面问题的推广	(86)
6.1.2 微分法求最大和最小	(88)
6.2 实验与观察(I): 模拟盲人下山的迭代寻优法	(90)
6.3 实验与观察(II): Matlab 优化工具箱简介	(93)
6.3.1 多元函数无约束优化指令 fminunc 和 fminsearch	(93)

1. 观察：运行香蕉函数的优化程序 bandemo.m.....	(93)
2. 使用 fminunc 和 fminsearch 指令	(94)
3. bandemo.m 的简化和剖析	(96)
6.3.2 其它的优化算法指令.....	(99)
1. 多变量约束优化指令 fmincon.....	(99)
2. 线性规划 linprog 指令	(100)
3. 二次规划 quadprog 指令	(101)
4. 一元函数寻优 fminbnd 指令	(101)
5. 非线性最小二乘指令 lsqnonlin 和非线性数据拟合指令 lsqcurvefit.....	(101)
6.4 应用、思考与练习.....	(103)
6.4.1 计算最佳水槽断面面积.....	(103)
6.4.2 对约束优化的讨论.....	(104)
6.4.3 工程优化问题的计算.....	(105)
1. 啤酒配方问题：线性规划	(105)
2. 储能飞轮的设计.....	(106)
3. 齿轮减速器设计	(106)
实验 7 隐函数、方程求根、 不动点和迭代.....	(107)
7.1 知识要点与背景	(107)
7.1.1 隐函数存在定理与四连杆机构的运动	(107)
7.1.2 不动点和函数迭代	(108)
7.2 实验与观察	(109)
7.2.1 隐函数的存在定理的可视化	(109)
1. 隐函数为什么存在？	(109)
2. 如何决定隐函数——非线性方程的求根(fzero 指令).....	(111)
7.2.2 用蛛网图观察不动点迭代	(112)
7.2.3 简单和复杂：二次函数的迭代和混沌	(115)
7.3 应用、思考与练习	(118)
7.3.1 四连杆输出角的运动规律和动画模拟	(118)
1. 确定四杆机构的转角关系	(118)
2. 动画模拟四杆机构的运动	(119)
7.3.2 轨道飞行器的拦截	(120)
7.3.3 怎样保证或加速迭代序列的收敛	(121)
1. 函数越平坦，迭代越快吗？	(121)
2. 如何构造迭代函数使之具有较快的收敛速度？	(121)
3. 关于迭代的收敛性和收敛速度的定理	(122)
7.3.4 混沌有哪些特点？	(123)
1. Feigenbaum 普适常数 δ	(123)
2. 周期窗口	(124)

3. 混沌对初值的敏感性	(124)
4. 其它迭代函数	(124)
7.4 非线性方程组求解	(125)
实验 8 线性代数实验	(127)
8.1 实验(I): 用 Matlab 学线性代数	(127)
8.1.1 实验与观察: 向量组的线性关系和解线性方程组	(127)
1. 用线性组合的方式产生向量组	(127)
2. Gauss 消元法和向量组的线性关系的判定	(129)
3. 观察程序	(131)
8.1.2 应用、思考与练习	(133)
1. 观察极大线性无关组的意义	(133)
2. 平面四连杆机构的设计	(133)
3. 用 Matlab 做线性代数题(矩阵的符号演算)	(135)
8.2 实验(II): 矩阵的相似化简	(136)
8.2.1 实验与观察: 矩阵的特征——相似标准形的作用	(137)
1. 逼近直线的迭代点列	(138)
2. 估计直线——特征值、特征向量	(138)
3. 特征值和特征向量决定迭代性质?	(139)
4. 观测程序说明	(140)
8.2.2 应用、思考与练习	(141)
1. 植物基因的分布、杂交育种问题	(141)
2. 高维线性离散动力系统	(142)
3. 主成分分析和线性变换	(145)
实验 9 概率统计实验	(151)
9.1 实验(I): Galton 钉板试验	(151)
9.1.1 实验与观察: Galton 钉板模型和二项分布	(151)
1. 动画模拟 Galton 钉板试验	(151)
2. 用二项分布描述 Galton 钉板模型	(153)
3. 数学期望和平均收益	(155)
9.1.2 应用、思考与练习	(156)
1. 二项分布的应用模型	(156)
2. Galton 抽奖模型的奖品设计	(158)
3. 单服务台定长服务时间排队系统的计算机模拟	(159)
4. 随机变量的模拟: 逆概率法	(161)
9.2 实验(II): 热轧机的调整	(162)
9.2.1 实验与观察: 控制粗轧的浪费	(162)
1. 用正态分布描述热轧机模型	(162)
2. 调整额定长度使浪费最小	(163)

3. 观察程序.....	(164)
9.2.2 应用、思考与练习	(166)
1. 随机优化：确定热轧机的额定长度	(166)
2. 二维正态分布：如何制定胖和瘦的标准？	(167)
3. 用线性回归方法确定正常体重标准	(170)
9.3 实验(III)参数估计和假设检验	(172)
9.3.1 实验与观察：极大似然估计	(172)
1. 极大似然估计原理：如何决定废品率？	(172)
2. 实验观察的参考程序	(174)
9.3.2 应用、思考与练习	(175)
1. 用 Matlab 符号演算求解极大似然估计	(175)
2. 水库入库径流的分布估计	(176)
3. 数学建模竞赛：零件的参数设计	(179)
实验 10 数值仿真	(184)
10.1 知识要点与背景：单自由度阻尼系统	(184)
10.2 实验与观察：模拟弹簧振动	(185)
10.2.1 阻尼系数对振动曲线的影响观察	(185)
1. 振动曲线的可视化	(185)
2. 观察程序	(186)
10.2.2 振动弹簧的实时动画	(187)
1. 实时动画原理	(187)
2. 句柄图形(Handle Graphics)概念简介	(189)
10.3 应用、思考与练习	(190)
10.3.1 Simulink 仿真工具简介	(190)
1. Laplace 变换简介	(190)
2. 方程的框图表示和 Simulink 仿真简介	(191)
3. 弹簧振动的 Simulink 模拟	(193)
10.3.2 应用实例	(194)
1. 捕鼠器的改进	(194)
2. Van der Pol 方程	(195)
10.3.3 物理问题的数值模拟	(196)
1. 多普勒效应的模拟	(196)
2. 用 image 指令模拟两点(双缝)光干涉图案	(197)
实验 11 傅氏分析与小波分析	(199)
11.1 知识要点——傅氏分析与小波分析	(199)
11.1.1 傅氏分析	(199)
11.1.2 小波分析	(200)
11.2 实验与观察	(202)

11.2.1	信号频谱分析	(202)
11.2.2	如何得到小波函数	(204)
11.2.3	单尺度一维离散小波分解与重构	(207)
11.2.4	多尺度分解与重构	(208)
11.3	应用、思考与练习	(210)
11.3.1	信号的奇异性检测	(210)
11.3.2	信号去噪	(211)
11.3.3	信号的压缩	(211)
11.3.4	练习	(212)
实验 12	金融分析实验	(213)
12.1	知识要点与背景：最优投资组合及其计算	(213)
12.1.1	包含无风险证券的投资组合	(213)
12.1.2	无风险证券投资组合的计算	(214)
12.1.3	观察与思考	(216)
12.2	机会的价值	(218)
12.2.1	简单二项式模型机会价值	(218)
12.2.2	两期二项式模型机会价值	(221)
12.2.3	观察与思考	(222)
附录	主要函数命令注释	(225)
主要参考文献		(241)

实验 1 矩阵运算与 Matlab 命令

1.1 知识要点与背景：日常矩阵及其运算

Matlab 是矩阵实验室(Matrix Lab.)的意思，它是以向量和矩阵运算为基础的。矩阵的概念和运算通常在线性代数中引出，但很少举出实际的例子。教师给出这些运算的定义后，学生只能在他们今后的数学生涯中领会实际意义。不幸的是，许多学生在接触到实际应用以前很可能就放弃了数学。因此，由实际例题引入定义，不仅可使学生更好地进一步学好数学，而且有助于定义本身的理解。下面看一个简单的例子

问题 橄榄球防护用品的生产管理。

一个工厂生产三种橄榄球用品：防护帽、垫肩和臀垫。生产这些用品需要不同数量的硬塑料、泡沫塑料、尼龙线，还需要一定劳动力。为监控生产，管理者对这些数据十分注意，为了清楚地把握这些量的关系，他列出了下面的表 1-1。

表 1-1 产品与所需的原料和劳动力的关系

产品 \ 原料	防护帽	垫肩	臀垫
硬塑料	4	2	3
泡沫塑料	1	3	2
尼龙线	1	3	3
劳动力	3	2	2

这张表格反应了产品与生产原料的关系，如生产一个单位的防护帽，需要 4 单位硬塑料，1 单位泡沫塑料、1 单位尼龙线和 3 单位的劳动力，其它也可类似解释。

假定管理者接到若干份订单，如表 1-2 所示。

表 1-2 管理者接到的订单

	订单 1	订单 2	订单 3	订单 4
防护帽	35	20	60	45
垫肩	10	15	50	40
臀垫	20	12	45	20

为了安排生产，管理者需要知道每份订单需要多少单位的硬塑料、泡沫塑料、尼龙线和劳动力，总共需要多少这些原料和劳动力等等。这是容易计算的，以订单 1 为例：

对硬塑料的需求为（将表 1-1 第一行各数与表 1-2 第一列各数作对应相乘后求和）：

$$4 \times 35 + 2 \times 10 + 3 \times 20 = 220 \text{ (单位)}; \quad (1.1a)$$

对泡沫塑料的需求为（将表 1-1 第二行各数与表 1-2 第一列各数作对应相乘后求和）：

$$1 \times 35 + 3 \times 10 + 2 \times 20 = 105 \text{ (单位);} \quad (1.1b)$$

对尼龙线的需求为 (将表 1-1 第三行各数与表 1-2 第一列各数作对应相乘后求和):

$$1 \times 35 + 3 \times 10 + 3 \times 20 = 125 \text{ (单位);} \quad (1.1c)$$

对劳动力的需求 (将表 1-1 第四行各数与表 1-2 第一列各数作对应相乘后求和):

$$3 \times 35 + 2 \times 10 + 2 \times 20 = 165 \text{ (单位).} \quad (1.1d)$$

类似可计算其它订单.

在许多实际问题中, 常常会遇到许多数据“堆”, 这种数据“堆”可表述为一些 m 行 n 列的表格, 这种表达方式十分有用. 在许多情况下, 多个表格间需要进行某种运算, 以便得到有用的新表格. 去掉上面问题的实际背景, 仅仅将表中的数据排列在一起, 就形成了矩阵, 而表格间的运算就是矩阵运算.

当然, 人们希望把矩阵同某个符号等同起来, 所以像

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \\ 1 & 3 & 3 \\ 3 & 2 & 2 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 35 & 20 & 60 & 45 \\ 10 & 15 & 50 & 40 \\ 20 & 12 & 45 & 20 \end{bmatrix}$$

的写法是普遍的, 其中 A 是表 1-1 所示产品与所需原料和劳动力的关系矩阵, B 是表 1-2 所示的管理者接到的订单矩阵, 表示管理者接到的 4 份订单.

这样, 要确定每份订单所需的原料和劳动力, 只需进行矩阵乘法运算可以了, 式(1.1)中的结果实际上就是按矩阵乘法规则计算得到的, 我们有

$$C = AB = \begin{bmatrix} 220 & 146 & 475 & 320 \\ 105 & 89 & 300 & 205 \\ 125 & 101 & 345 & 225 \\ 165 & 114 & 370 & 255 \end{bmatrix}.$$

注意 C 的第 1 列就是式(1.1)中的各数, 将 C 还原成表格形式, 就得到管理者需要的原料、劳动力供货清单.

◆ 原材料的计算: 按下面步骤可用 Matlab 方便地完成上面所说的矩阵乘积计算.

【 $A=[4 2 3; 1 3 2; 1 3 3; 3 2 2]$, %表1-1、表1-2的数据分别写成矩阵形式.

$B=[35 20 60 45; 10 15 50 40; 20 12 45 20]$ 】

{ $A =$ 这是表1-1的数据, 抽去了元素的说明.

4 2 3
1 3 2
1 3 3
3 2 2

$B =$ 这是表1-2的数据, 抽去了元素的说明.

35 20 60 45
10 15 50 40
20 12 45 20 }

【 $C=A*B$ %矩阵乘法, 求各订单所需要的原材料和劳动力. 】

```

{ C =      C的第1列与式(1.1)计算结果一致, 是订单1对各种原料的需求. 其它列意义类似.
  220  146  475  320
  105  89   300  205
  125  101  345  225
  165  114  370  255
}
【 whos    % 查看Matlab工作空间中变量及其规模 】
{
  Name    Size    Bytes  Class
  A        4x3      96  double array
  B        3x4      96  double array
  C        4x4     128 double array
  Grand total is 40 elements using 320 bytes
}

```

命令窗口显示: A 为 4 行 3 列矩阵(4×3 矩阵), B 为 3×4 矩阵, 而矩阵的乘积 $C = AB$ 为 4×4 矩阵, 矩阵乘法遵从式(1.1)的运算规则, C 的第 i 列恰为第 i 份订单对各种原料和劳动力的需求.

1.2 实验与观察: 矩阵和 Matlab 语言

1.2.1 向量的生成和运算

向量作为矩阵的特殊情况, 有着重要的地位. 虽然在 Matlab 中向量作为一种特殊的矩阵来处理, 但本节还是予以单独讨论, 这是为了方便尚未接触到线性代数的读者, 同时, 向量运算在数学实验中也是最常用的.

在数学实验中, 经常要计算函数和绘制函数的图形. Matlab 有许多内部函数, 这些函数可直接作用于向量产生一个同维的函数向量, 这是 Matlab 的一个特点. 试观察下面的例子.

◆ 在 $[0, 4\pi]$ 上计算函数: $y = \sin(x)$, $y_1 = \sin^2(x)$, $y_2 = e^{-x} \sin(x)$, 并将它们绘在同一张图上.

用下面的程序可实现这一点:

```

【 x=linspace(0,4*pi,100);      %将[0, 4π]区间100等分, 产生了一个100维向量.
y=sin(x);                      %计算函数值, 产生了一个与x同维的100维函数向量y.
y1=sin(x).^2;                  %计算函数向量, 注意元素群运算.
y2=exp(-x).*sin(x);
plot(x,y,'-',x,y1,'-',x,y2,'-.') 】

```

结果见图 1-1.

上面的程序含有以下几个步骤: ① 创建向量(或矩阵); ② 向量(或矩阵)的运算; ③ 画图. 本实验主要对前两个步骤进行说明和观察, 画图步骤将放在下一个实验中详细讲解.

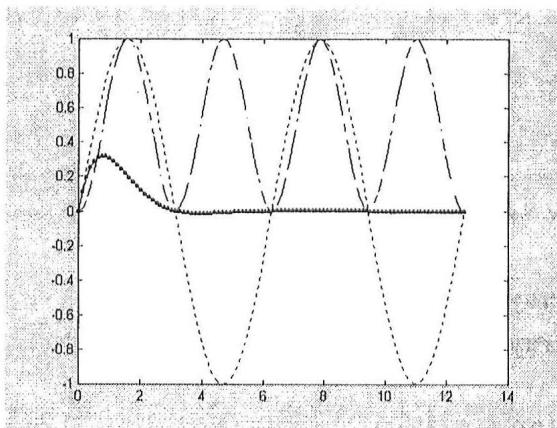


图 1-1 用 Matlab 画函数的图形

1. 向量的创建

有以下几种方法创建向量，读者可运行下面的程序对其结果进行观察，学习 Matlab 的基本用法。

◆ 直接输入向量。

```
【 x1=[1, 2, 4],x2=[1,2,1],x3=x1' 】  
{ x1 = 1 2 4  
x2 = 1 2 1  
x3 =  
1  
2  
4 } }
```

向量的格式为： $x=[x_1, x_2, \dots, x_n]$ 或 $x=[x_1 \ x_2 \ \dots \ x_n]$ ，注意必须是方括号，分量间用空格或逗号隔开，此时输入的是行向量($1 \times n$ 矩阵)，列向量可用转置运算“ $'$ ”来实现。

◆ 冒号创建向量。

```
【 x1=3.4:6.7  
x2=3.4:2:6.7  
x3=2.6:-0.8:0 】  
{ x1 = 3.4000 4.4000 5.4000 6.4000  
x2 = 3.4000 5.4000  
x3 = 2.6000 1.8000 1.0000 0.2000 }
```

冒号创建向量的格式为： $x=\text{初值:步长:终值}$ ；步长=1时可用 $x=\text{初值:终值}$ 的格式。

◆ 生成线性等分向量。

```
【 x=linspace(0,1,5) 】  
{ x = 0 0.2500 0.5000 0.7500 1.0000 }
```

★ 指令 $x=linspace(a,b,n)$ ：在 $[a, b]$ 区间产生 n 个等分点(包括端点)，这是一个十分有用的指令。在 Matlab 窗口创建向量并运行后，向量就存在于工作空间，可以被调用。

2. 向量的运算

向量的运算与线性代数或解析几何中所定义的具有几乎相同的格式，很容易理解和掌握，只是元素群的“.”运算有些区别，但熟悉后相当有用。下面通过三维向量的情形列举几个 Matlab 中常用向量运算的例子，对一般情形只需改变向量的维数即可，即使对于矩阵这些运算也同样适用。

设 $x=[x_1 \ x_2 \ x_3]$; $y=[y_1 \ y_2 \ y_3]$ 为两个三维向量， a, b 为标量。

★ 向量的数乘： $a*x=[a*x_1 \ a*x_2 \ a*x_3]$

★ 向量的平移： $x+b=[x_1+b \ x_2+b \ x_3+b]$

★ 向量的加减： $x \pm y=[x_1 \pm y_1 \ x_2 \pm y_2 \ x_3 \pm y_3]$

★ 数的乘幂： 如 a^2 为 a^2