数学史概论

〔美〕H·伊夫斯　著

欧阳绛　译
张理京　校

山西人民出版社

数学史概论

〔美〕H·伊夫斯 著

欧阳绛 译

张理京 校

山西人民出版社

数学史概论

〔美〕H·伊夫斯　著

欧阳绛　译　　张理京　校

责任编辑　张良瑾

·

山西人民出版社出版（太原并州北路十一号）

山西省新华书店发行　　山西新华印刷厂印刷

·

开本：850×1168　1/32　印张：24　字数：597千字　插图：8页

1986年3月第1版　1986年3月太原第1次印刷

印数：1—3,000 册

·

书号：13088.33　　定价：5.10 元

序

这第四版，虽然形式上和第三版差不多，但是作了若干重要的补充和修改，以及大量次要的更动。

象前一版一样，次要的更动多半是一些史料的补充和更新。重要的改动有：(1)在第七章开头增添了三节关于中国数学的内容；(2)所谓现代数学史的重大扩展（前一版本只有一章，本版则有四章，连同有关的“问题研究”）；(3)增添许多新地图和著名数学家的照片；(4)比前几版更严格遵守年代顺序，只是在很少几个地方由于教学的需要才打破这个顺序；(5)注意教学法的问题（例如，增加了希腊、中国、印度和阿拉伯人名的发音表①，许多著名数学家的轶事，关于现代数学哲学的讨论，以及关于“数学之树”的现代观点的讨论，等等）。

对于以此书为教材的中学教师和大学教授们，在这里再一次表示衷心的感谢。广泛地利用本书中的“问题研究”，把年轻学生引进“初步的”数学研究领域，尤其令人欣慰！还有许多（中学的和大学的）教师利用这份材料丰富他们所讲授的各种课程。

感谢给这次新版本提出有价值的批评和建议的亚利桑那大学Arthur H. Steinbrenner，赖特州立大学 William E. Coppage，印第安纳大学Larry Smith，匹兹堡大学 Jean E. Teats.

---

① 译者注：在本译本中删去了。

德雷克大学 Joseph Hoffett，佛罗里达技术大学 John Hurst，伍斯特州立大学 Keneth Schoen 和弗雷斯诺加利福尼亚州立大学Daniel J. Ewy。再一次衷心地感谢使用这本书的大学师生和中学师生，尤其是那些不辞劳苦给我写信、对本书提出宝贵意见的人们。

H. 伊夫斯

1975年7月于缅因，斯蒂尔特

绪　论

本书与现有的其他数学史著作不同，它不仅是一本参考书，而且还可以用来作为大学数学史课的教材。所以，除了历史的叙述之外，还有为引起学生学习兴趣而安排的教学内容。我们认为，数学史这门课应该主要是一门数学课，因而竭力在本书中引入大量的数学本身的内容。

每章末尾列有“问题研究”，这在教学方法方面和介绍数学知识方面都起着重要作用。每一个问题研究包括许多与该章内容有密切联系的习题和问题。我们认为，在课堂上讨论其中某些问题并让学生带回另一些习题去做，这样，学生对这门课的认识就会更具体、更深刻，对一些历史性的重要概念也就会掌握得更加扎实。例如，要想正确评价和理解各种数系（记数制），最好的办法是：用这些数系实际进行运算。与其只告诉学生古代希腊人如何用几何方法解二次方程，不如让他们用希腊人的方法解几个实际问题；这么一来，他们不仅会完全理解希腊人的方法，而且也会对希腊的数学成就给予更深刻的评价。我们希望学生从这些问题研究中不仅能够学到一些有趣的数学知识，而且能够学到大量的历史知识。有的问题研究本身涉及历史上有重要意义的问题和方法；有的为未来的中学或大学的数学教师提供了有意义的材料；有的只不过是数学游戏；有的却能启发学生写出简短的“初

级的”研究论文。

当然，这么多问题研究在一两个学期内是学不完的，而且其深浅程度也不一样，这就要靠任课教师根据学生的水平进行选择，并逐年地改进教学方案。在本书末尾，对一些问题研究给出解法提示。显然，如果对一门学科本身不具备起码的知识，要想正确地评价这门学科的历史是不可能的①。作者在这方面也做了一些努力，特别是在最后几章讲到较为高深的数学时，对所论及的材料作了说明。这样，即使是最低年级的学生，通过这本书不仅能学到相当多的数学知识，而且能学到许多历史知识。历史材料主要是依年代次序介绍的。读者会发现：要想正确理解前九章的内容，只要有简单的算术知识和中学的代数、几何、三角知识就够了；学习第十一章至第十五章的内容，则需要了解微积分的基本概念。对于书中出现的较高深的概念及其展开，都作了充分的解释，但仍需要具备一定的数学素养。至于在教学中是否讲授第九、十、十一章或全书十五章都讲，则取决于教学时间和学生的基础知识。

在一个学期（每周三小时）中教完从古代直到现代的数学史，并不轻而易举。这么做，就必须要求学生自己阅读大量的内容，并且几乎完全略去“问题研究”中的材料。理想的办法是，给这门学科安排一年的课程，第一学期讲授第一部分（前八章），或第一部分连同第九、十、十一章；第二学期讲授第二部分或第十二至第十五章。高年级的学生和未来的中学数学教师可以只学一个学期。

---

① 有趣的是，反过来，如果对于某一数学分支的历史没有一定程度的了解，要想真正理解这一分支也是不可能的，因为数学多半是概念的研究，如果对其起源不加分析，那么就不可能真正理解各种概念；最明显的例子是对非欧几何的研究。数学家J.W.L.格莱舍（Glaisher）恰当地说过：“任何企图将一种科目和它的历史割裂开来，我确信，没有哪一种科目比数学的损失更大。”

数学史的内容如此丰富，即使讲两个学期也只能对它作一个简单的介绍。对数学史有兴趣的学生应该参考更多的文献，因此，本书每一章都附有参考书目，书末还附有对各章普遍有用的总参考书目。但是，这些参考书目还不完全，它只不过是进一步研究本学科的起点。每一章的参考书目只提供了少数的期刊文献，但是在总参考书目的接近末尾处指出了这类参考书的最好来源；这类重要参考文献多得很，好学的学生不久就会看到。这些参考文献一般是容易得到的，并且是英文的。

本书最后几章的材料中，有些部分取自H．伊夫斯（Eves）和C．V．纽瑟姆（Newsom）合著的《数学的基础和基本概念引论》（An Introduction to the Foundations and Fundamental Concepts of Mathematics，1965修订版）一书。

目　录

序…………………………………………………………（1）
绪论…………………………………………………………（1）

第一部分　十七世纪以前

第一章　数系 ……………………………………………（3）
　§1.1　原始计数……………………………………（3）
　§1.2　数基…………………………………………（4）
　§1.3　书写数系……………………………………（5）
　§1.4　简单分群数系………………………………（6）
　§1.5　乘法分群数系………………………………（10）
　§1.6　字码数系……………………………………（11）
　§1.7　定位数系……………………………………（12）
　§1.8　早期计算……………………………………（14）
　§1.9　印度-阿拉伯数系 …………………………（17）
　§1.10　任意的基……………………………………（18）
　问题研究 ……………………………………………（21）
　　1.1书写数；1.2希腊的用字母表示的数系；1.3古老的和假设的数系；1.4手指数；1.5基数分数；1.6其它进位制中的四则运算；1.7关于不同进位制的换算；1.8二进制的游戏；1.9一些数字游戏。

参考书目 …………………………………………………… (26)
第二章 巴比伦和埃及数学…………………………………… (29)
§2.1 古代东方………………………………………………… (29)
巴比伦…………………………………………………………… (31)
§2.2 原始资料………………………………………………… (31)
§2.3 商业数学和农用数学…………………………………… (32)
§2.4 几何学…………………………………………………… (33)
§2.5 代数学…………………………………………………… (34)
§2.6 普林顿322号…………………………………………… (36)
埃及 ……………………………………………………………… (40)
§2.7 原始资料与年代………………………………………… (40)
§2.8 算术及代数学…………………………………………… (42)
§2.9 几何学…………………………………………………… (44)
§2.10 兰德纸草书中一个奇妙的问题……………………… (45)
问题研究 ……………………………………………………… (47)
2.1正则数；2.2复利；2.3二次方程；2.4代数的几何学；2.5苏萨书板；2.6三次方程；2.7平方根的近似值；2.8双倍和调停；2.9单位分数；2.10金字塔的陡度；2.11埃及代数学；2.12埃及几何学；2.13最伟大的埃及金字塔；2.14莫斯科纸草书中的一些问题；2.15 3,4,5三角形。
参考书目 …………………………………………………… (57)
第三章 毕达哥拉斯学派的数学…………………………… (59)
§3.1 证明数学的诞生………………………………………… (59)
§3.2 毕达哥拉斯及其学派…………………………………… (61)
§3.3 毕氏学派的算术………………………………………… (63)
§3.4 毕氏定理和毕氏三数…………………………………… (68)
§3.5 无理量的发现…………………………………………… (69)

§3.6 代数恒等式……………………………………………（73）
§3.7 二次方程的几何解法……………………………………（75）
§3.8 面积的变换……………………………………………（79）
§3.9 正多面体………………………………………………（79）
§3.10 公理的思想……………………………………………（81）
问题研究 ……………………………………………………（81）
3.1 泰勒斯的实际问题；3.2 完全数和亲和数；3.3 形数；3.4平均值；3.5毕氏定理的剖分法证明；3.6 毕氏三数；3.7无理数；3.8代数恒等式；3.9几何的代数；3.10二次方程的几何解法；3.11面积的变换；3.12正多面体；3.13涉及正多面体的一些问题；3.14黄金分割。
参考书目……………………………………………………（92）
第四章 倍立方体、三等分角和化圆为方问题…………（95）
§4.1 从泰勒斯到欧几里得的时期……………………………（95）
§4.2 数学发展的路线…………………………………………（99）
§4.3 三个著名的问题…………………………………………（99）
§4.4 欧几里得工具……………………………………………（100）
§4.5 倍立方体…………………………………………………（101）
§4.6 三等分角…………………………………………………（103）
§4.7 化圆为方问题……………………………………………（107）
§4.8 π 的年表…………………………………………………（109）
问题研究 ……………………………………………………（118）
4.1欧几里得圆规与近代圆规；4.2用阿契塔和梅纳科莫斯的方法解倍立方体问题；4.3用阿波洛尼乌斯和埃拉托色尼的方法解倍立方体问题；4.4丢克莱斯的蔓叶线；4、5十七世纪提出的解倍立方体问题的一些方法；4.6插入原理之应用；4.7尼科梅德斯的蚌线；4.8用圆锥曲线三等分角；4.9渐近的欧几里得作图；4.10割圆曲线；4.11近似求长法；

4.12希波克拉底的月形；4.13 π 的计算；4.14 库萨和斯内尔的近似法；4.15帮助记忆π的诗歌。

参考书目 …………………………………………………… (129)

第五章 欧几里得及其《原本》 …………………………… (132)

§5.1 亚历山大里亚 …………………………………… (132)

§5.2 欧几里得 ………………………………………… (133)

§5.3 欧几里得的《原本》 …………………………… (134)

§5.4 《原本》的内容 ………………………………… (135)

§5.5 比例理论 ………………………………………… (140)

§5.6 正多边形 ………………………………………… (142)

§5.7 《原本》的表现形式 …………………………… (143)

§5.8 欧几里得的其它著作 …………………………… (145)

问题研究 …………………………………………………… (146)

5.1欧几里得算法；5.2欧几里得算法的应用；5.3毕氏定理；5.4欧几里得《原本》的第二卷；5.5算术基本定理的应用；5.6欧多克斯的比例理论；5.7正多边形；5.8三角形的内角和；5.9关于面积的演绎推论；5.10关于角的演绎推论；5.11基本定理；5.12数据；5.13利用数据的作图；5.14剖分。

参考书目 …………………………………………………… (155)

第六章 欧几里得之后的希腊数学 ………………………… (157)

§6.1 历史背景 ………………………………………… (157)

§6.2 阿基米得 ………………………………………… (158)

§6.3 埃拉托色尼 ……………………………………… (162)

§6.4 阿波洛尼乌斯 …………………………………… (163)

§6.5 希帕克、梅内劳斯、托勒玫和希腊的三角学 …………………………………………… (168)

§6.6 希罗……………………………………………（171）
§6.7 古希腊的代数学……………………………………（173）
§6.8 丢番图……………………………………………（174）
§6.9 帕普斯……………………………………………（178）
§6.10 注释者……………………………………………（181）
问题研究 ……………………………………………（182）
6.1阿利斯塔克和埃拉托色尼的测量工作；6.2关于球体和柱体；6.3王冠问题；6.4鞋匠刀形与盐窖形；6.5折弦定理；6.6焦点-准线性质；6.7相切性；6.8阿波洛尼乌斯提出的问题；6.9托勒玫的弦表；6.10球极平面射影；6.11希罗提出的问题；6.12联立方程；6.13《希腊选集》中的问题；6.14《希腊选集》中的典型问题；6.15丢番图；6.16《算术》中的一些数论；6.17帕普斯提出的问题；6.18形心定理；6.19椭圆的椭圆规作图；6.20梅内劳斯定理；6.21更多的平均值。
参考书目 ……………………………………………（201）
第七章 中国、印度和阿拉伯数学……………………（205）
中国 ……………………………………………（205）
§7.1 原始资料与年代……………………………………（205）
§7.2 从周朝到唐朝……………………………………（206）
§7.3 从唐朝到明朝……………………………………（208）
印度 ……………………………………………（210）
§7.4 概述……………………………………………（210）
§7.5 数的计算……………………………………………（214）
§7.6 算术和代数……………………………………………（216）
§7.7 几何学和三角学……………………………………（219）
§7.8 希腊和印度数学之间的差异……………………………（222）

阿 拉 伯……………………………………………………… (223)
§7.9 穆斯林文化之兴起……………………………… (223)
§7.10 算术和代数……………………………………… (226)
§7.11 几何学和三角学………………………………… (228)
§7.12 某些语源………………………………………… (230)
§7.13 阿拉伯的贡献…………………………………… (232)
问题研究……………………………………………………… (232)
7.1来自《九章算术》的一些问题；7.2毕氏定理；7.3幻方；7.4一些古代印度问题；7.5来自摩诃毗罗的问题；7.6来自婆什迦罗的问题；7.7二次不尽根；7.8一次不定方程；7.9圆内接四边形的对角线；7.10婆罗摩笈多四边形；7.11泰比特·伊本柯拉、卡尔黑和纳瑟尔·埃德-丁；7.12去九法；7.13去11法；7.14双试位法；7.15三次方程的海牙姆解法；7.16在球面上的几何作图。
参考书目……………………………………………………… (244)
第八章 从公元500年到1600年的欧洲数学……………… (248)
§8.1 黑暗时代……………………………………… (248)
§8.2 传播时期……………………………………… (250)
§8.3 斐波那契和十三世纪………………………… (252)
§8.4 十四世纪……………………………………… (254)
§8.5 十五世纪……………………………………… (255)
§8.6 早期算术书…………………………………… (259)
§8.7 代数的符号表示之开端……………………… (261)
§8.8 三次和四次方程……………………………… (262)
§8.9 韦达…………………………………………… (266)
§8.10 十六世纪的其他数学家……………………… (270)
问题研究……………………………………………………… (272)

8.1黑暗时代提出的问题；8.2斐波那契序列；8.3《算盘书》中提出的问题；8.4来自斐波那契的其他问题；8.5星多边形；8.6约当乌斯和库萨；8.7丢勒和双偶阶幻方；8.8来自雷琼蒙塔努斯的问题；8.9来自丘凯的问题；8.10来自帕奇欧里的问题；8.11早期商业问题；8.12格栅算法和长条算法；8.13数字算命术（略）；8.14三次方程；8.15四次方程；8.16十六世纪的记号；8.17来自韦达的问题；8.18来自克拉维乌斯的问题。

参考书目 …… (286)

第二部分 十七世纪及其以后

第九章 现代数学的开端 …… (293)

§9.1 十七世纪 …… (293)

§9.2 耐普尔 …… (294)

§9.3 对数 …… (296)

§9.4 萨魏里和卢卡斯数学讲座 …… (299)

§9.5 哈里奥特和奥特雷德 …… (299)

§9.6 伽利略 …… (303)

§9.7 刻卜勒 …… (304)

§9.8 德沙格 …… (307)

§9.9 帕斯卡 …… (309)

问题研究 …… (313)

9.1对数；9.2耐普尔和球面三角学；9.3耐普尔标尺；9.4滑尺；9.5自由落体；9.6扇形圆规，9.7伽利略的《对话》中提出的一些简单的悖论；9.8刻卜勒定律；9.9镶嵌问题；9.10用射影法证明定理；9.11帕斯卡定理；9.12帕斯卡三角阵。

参考书目 …… (326)

第十章 解析几何和微积分以前的其它发展……………（329）
§10.1 解析几何……………………………………（329）
§10.2 笛卡儿……………………………………（330）
§10.3 费尔马……………………………………（335）
§10.4 惠更斯……………………………………（340）
§10.5 十七世纪意大利的一些数学家………………（343）
§10.6 十七世纪法国的一些数学家…………………（344）
§10.7 十七世纪英国的一些数学家…………………（346）
§10.8 十七世纪德国和低地国家的一些数学家……（348）
问题研究 ……………………………………………（351）
10.1几何式代数；10.2笛卡儿的《几何学》；10.3笛卡儿的符号规则；10.4来自笛卡儿的问题；10.5费尔马定理；10.6来自惠更斯的问题；10.7高次平面曲线；10.8梅齐利亚克提出的数学游戏问题；10.9一些几何问题；10.10用级数计算对数。
参考书目 ……………………………………………（359）
第十一章 微积分和有关的概念……………………（363）
§11.1 引论……………………………………………（363）
§11.2 芝诺悖论………………………………………（363）
§11.3 欧多克斯的穷竭法……………………………（364）
§11.4 阿基米得的平衡法……………………………（368）
§11.5 积分在西欧的起源……………………………（370）
§11.6 卡瓦列利的不可分元法………………………（371）
§11.7 微分的起源……………………………………（374）
§11.8 沃利斯和巴罗…………………………………（376）
§11.9 牛顿……………………………………………（380）
§11.10 莱布尼茨 ……………………………………（387）

问题研究 ……………………………………………… (391)

11.1穷竭法；11.2平衡法；11.3阿基米得的一些问题；11.4不可分元法；11.5平截头棱锥体的公式；11.6微分；11.7二项式定理；11.8 多项式的根之上界；11.9 方程的近似解；11.10集合的代数。

参考书目 ……………………………………………… (398)

第十二章 十八世纪数学和微积分的进一步探索……… (402)

12.1 引言与说明……………………………………… (402)

12.2 伯努利家族……………………………………… (405)

12.3 棣莫弗尔和概率论……………………………… (409)

12.4 泰勒和麦克劳林………………………………… (410)

12.5 欧拉……………………………………………… (412)

12.6 克雷罗、达朗贝尔和兰伯特…………………… (415)

12.7 拉格朗日………………………………………… (417)

12.8 拉普拉斯和勒让德……………………………… (419)

12.9 蒙日和卡诺……………………………………… (421)

12.10 总结 …………………………………………… (424)

问题研究……………………………………………… (425)

12.1伯努利数；12.2级数的形式运算；12.3棣莫弗尔公式；12.4毕丰投针问题；12.5圆中的随机弦；12.6分布；12.7环形曲线；12.8单行和多行网络；12.9双曲函数；12.10 蒙日关于四面体的定理；12.11指向的量；12.12卡诺定理。

参考书目 ……………………………………………… (436)

第十三章 十九世纪早期数学，几何学和代数学的解放……………………………………………… (439)

§13.1 数学王子…………………………………… (439)

§13.2 傅立叶和泊松……………………………… (442)

§13.3 柯西………………………………………… (444)