

自动控制系统

〔美〕本杰明 C·郭 著
张一中 译



水利电力出版社

自 动 控 制 系 统

(第 三 版)

〔美〕本杰明 C·郭著
张一中 译

水 利 电 力 出 版 社

内 容 提 要

本书阐述了经典的和现代的控制理论的基本概念、原理和方法。主要内容包括：传递函数、信号流程图、状态空间描述、状态图等控制系统的基本描述方法以及一些典型环节和系统的数学模型；时域分析、稳定性分析、敏感度分析、根轨迹法、频域法等经典分析设计法；能控性、能观测性以及解析设计、参数最优化、状态观测器设计和最优线性调节器设计等几个现代控制理论的课题。

本书主要讨论线性定常系统和离散系统，对非线性系统及时变系统也作了一些介绍。

本书可供高等学校电气、机械、计算机、轻纺、航空及空间技术等专业的师生阅读，也可供有关的科技人员参考。

AUTOMATIC CONTROL SYSTEMS

THIRD EDITION

Benjamin C. Kuo

Professor of Electrical Engineering University of Illinois at Urbana-Champaign
PRENTICE-HALL, INC., Englewood Cliffs, New Jersey

1975

自动控制系统

(第三版)

[美]本杰明 C·郭著

张一中 译

*

水利电力出版社出版

(北京三里河路6号)

新华书店北京发行所发行·各地新华书店经营

水利电力印刷厂印刷

*

787×1092毫米 16开本 34.25印张 777千字

1983年12月第一版 1983年12月北京第一次印刷

印数 00001—13620 册 定价 4.20 元

书号 15143·5217

译 者 的 话

本书原文版是美国伊利诺斯大学B.C.郭教授为高年级大学生写的一本控制理论课程教材，是作者多年教授该课程的成果。

该书在选材、编排和表达方面都具有一些特点，它写进了经典和现代控制理论的基本内容，既反映了当前控制理论实际应用现状，又指出了发展前景，深度上也适应大学生水平。书的内容围绕经典和现代控制理论两个中心环节展开，既介绍两者各自的基本理论和基本方法，又介绍各种理论和方法之间的联系。这样对同一个问题用不同方法来研究，既可相互比较和映证，又有利于加深对问题的理解。这是该书独具一格的特点。该书着重对物理概念的阐述和方法技巧的介绍，对所需的数学基础知识也从使用的角度作了介绍，这对那些没有系统地学过有关数学课程的读者提供了很大的方便。书中示例贴切、生动，使人读起来觉得清新有味。

为了满足不同读者的需要，书中写了一些可供选择的材料。示例取材广泛，包括电气、机械、计算机、轻纺、航空及空间技术等多方面的课题。这既适应不同专业的需要，又扩大了学生的知识面。当然，书中的一些例题所研究的对象，对于不是相应专业的读者来说可能是不熟悉的。遇到这种情况，读者应把注意力集中在学习如何运用控制理论的方法上，不必去深究该对象的具体结构。

于渤副教授审阅了第七、十、十一章及附录，对译稿提出了许多宝贵的意见。张万楷教授、刘竟成副教授、柯益华、王典崇、汪寿基等同志在译者整理译稿过程中给予了大力支持和帮助，并对译稿提出了不少有益的建议。谨此一并致谢。

译者对书中的漏误作了补正，对某些问题加了注释。限于译者水平，译本中难免有缺点和错误，欢迎读者指正。

译 者

于成都科技大学

序 言

本书第一版是1962年出版的。它和后两版不同的是有专门的章节介绍了采样控制系统和非线性控制系统。控制系统的分析和设计方法都是经典的。

在1967年出版的第二版中有以下两个主要的变化，增加了状态变量法，并把离散系统与连续系统结合在一起加以介绍。第二版删去了非线性系统一章，这使一些对那个课题有兴趣的读者感到有点失望。那次校订时，作者曾认为以有限的篇幅广泛论述非线性系统是不可能有好效果的。

第三版仍然是为高年级学生控制系统课程而写的一本导论性教材。虽然近十年来在现代控制理论方面有了很大进展，但是要为控制系统这样的近代课程写出适当的教材仍然是一件困难的任务。这个问题的复杂性就在于要按照本科大学生的水平讲授关于现代控制理论新发展的课题是困难的。控制系统的一个特殊情况是，目前工业中的许多实际问题仍然是用传统的方法来解决的。尽管现代控制理论中的某些方法更加有效并能解决更为复杂的课题，但在用它来解决实际问题时常常会受到多方面的限制。然而，应当承认，一个现代的控制工程师，不仅应当通晓经典的控制理论和方法，而且还应当通晓现代的控制理论和方法。后者可增强他们解决实际问题的能力并开阔他们的眼界。作者的意见是，人们在教授初等程度和中等程度的控制系统理论课时，应当权衡轻重加以取舍。因此，在这一版中经典法和现代控制理论是并重的。

近几年来已经出版了大量的关于现代控制理论的导论性书籍。有些作者试图将经典法与现代控制理论合成一体，但根据评述意见来看，几乎都是不成功的。单从作者的意图来看，这样一个目标是非常值得赞同的，但是还看不出有有效的解决办法。看来在有关这方面的新理论和新方法研究出来之前，这个目标是不大可能达到的。事实仍然是，控制系统在某种程度上可以看成是研究怎样用若干不同的方法去解决控制问题的一门科学。这些不同的解决方法可以相互比较和权衡，但还不能将所有的方法统一起来。本书所采用的方法是经典法和现代法都独立地加以介绍，但只要有可能就把这两种方法加以比较，并对每种方法的优、缺点进行评价。许多示例就是用两种方法作出的。

现有的许多关于控制系统的教科书，因为没有适当的实例而受到批评。这多半是因为许多教科书的作者是理论家，他们缺乏提供实例所需的实践和经验。另一个原因是，控制系统领域中的绝大多数实际问题多半是很复杂的，很少有合适的题目能用于初级水平的示例。通常，由于将题目简化以适应教材中严密的理论和设计方法而使其真实性受到了损害。虽然对于选修高年级控制系统课程的大多数大学生来说并不是靠本课程来取得毕业的学历，但他们在未来的新职业中必须将其知识直接付诸应用。对于这些大学生应和还将继续学习的大学生一样，让他们获得类似真实控制系统的实感是特别重要的。为此，作者在书中介绍了许多不同专业的实例。此外，习题也能反映出本书力图介绍更多实际课题的

意图。

与前两版相比，新版突出的特点如下：

1. 经典和现代控制理论并重；
2. 有采样系统和非线性系统方面的内容；
3. 有许多实际系统的例题和习题。

本书是作者在美国伊利诺斯大学厄班纳-香潘分校(University of Illinois at Urbana-Champaign)多年讲授高级控制系统课程的成果。此外，本书在文体上也力求做到便于自学和查阅。

第一章介绍控制系统的基本概念，包括反馈的定义和作用。第二章介绍数学基础和预备知识，包括拉氏变换、 z 变换、矩阵代数和变换方法的应用。第三章讨论传递函数和信号流图。第四章是将状态变量法用于动态系统，在这里提前介绍了能控性和能观测性的概念和定义。这些内容以后在线性控制系统的分析和设计中将会用到。第五章讨论物理系统的数学模型。这一章着重讲了机电系统，列举了一些实际采用的典型传感器和控制系统。由于装置和控制系统的类型繁多，因而讲述的内容不可能是包罗万象的。第六章研究控制系统的时间响应，其中经典法和现代法两者兼用。这一章提出了时域设计法的一些简单设计依据。第七、八和九章讨论了控制系统的稳定性、根轨迹法和频率响应等一些课题。

第十章讨论控制系统的设计问题，方法基本上是经典法。第十一章是最优控制引论。这些内容，作者的看法是，如果时间允许，可以教给本科大学生。本书的内容比一学期所能讲授的要多一些。

编写这本书的困难之一是权衡应写进些什么内容。为了保持这本书的适当篇幅，初稿中的某些内容，不得不在最终定稿时删掉了。这些内容包括：离散系统信号流图及时域分析的论述；李雅普诺夫第二稳定法；描述函数分析；状态平面分析和几个有关实现最优控制的课题。作者认为写进这些内容将会显著地提高本教材的水平，但要提高书的成本。

作者衷心感谢伊利诺斯大学W.L.埃弗雷特(Everitt)院长(名誉教授)，E.C.乔丹(Jordan)，O.L.盖第(Gaddy)和E.W.欧内斯特(Ernest^①)等教授，感谢他们对我写这本书的鼓励和关心。作者对弗吉尼亚大学(University of Virginia)安德鲁·塞奇(Andrew Sage)博士和伊利诺斯大学G.辛(Singh)博士对本书提供的有价值的建议表示感谢。作者十分感谢珍妮·卡尔顿(Jane Carlton)夫人，她打出了很大一部分手稿，并在校样中给予了大力协助。

本杰明C·郭

于美国 伊利诺斯 厄班纳

① 原书误为Ernst——译者

目 录

译者的话

序言

第一章 绪论	1
1-1 控制系统	1
1-2 什么是反馈? 它的作用是什么?	5
1-3 反馈控制系统的类型	8
第二章 数学基础	12
2-1 引言	12
2-2 复变数的概念	12
2-3 拉氏变换	14
2-4 用部分分式展开法求拉氏反变换	17
2-5 用拉氏变换法解线性常微分方程	20
2-6 矩阵理论初步	22
2-7 矩阵代数	26
2-8 z 变换	33
参考文献	39
习题	40
第三章 传递函数和信号流程图	44
3-1 引言	44
3-2 线性系统的传递函数	44
3-3 线性系统的冲激响应	47
3-4 方框图	49
3-5 信号流程图	54
3-6 信号流程图基本性质的小结	56
3-7 信号流程图的一些定义	57
3-8 信号流程图代数	59
3-9 绘制信号流程图的例子	60
3-10 信号流程图的通用增益公式	63
3-11 通用增益公式在方框图上的应用	66
3-12 离散系统的传递函数	68
参考文献	74
习题	75
第四章 动态系统的状态变量表示法	80
4-1 状态概念的提出	80

4-2	状态方程和动态方程	81
4-3	状态方程的矩阵表示法	83
4-4	状态转移矩阵	84
4-5	状态转移方程	87
4-6	状态方程和高阶微分方程的关系	90
4-7	相变量的标准形变换	92
4-8	状态方程和传递函数的关系	97
4-9	特征方程、特征值和特征向量	99
4-10	A 矩阵的对角线化 (相似变换)	100
4-11	若当 (Jordan) 标准形	104
4-12	状态图	107
4-13	传递函数的分解	116
4-14	模态变换	120
4-15	线性系统的能控性	122
4-16	线性系统的能观测性	130
4-17	能控性、能观测性与传递函数间的关系	133
4-18	非线性状态方程及其线性化	135
4-19	线性离散系统的状态方程	138
4-20	离散状态方程的 z 变换解法	142
4-21	离散系统的状态图	144
4-22	采样系统的状态图	146
4-23	线性时变系统的状态方程	148
	参考文献	151
	习题	153
第五章	物理系统的数学模型	162
5-1	引言	162
5-2	电网络方程	162
5-3	机械元件的模型	164
5-4	机械系统方程	175
5-5	控制系统中的误差检测装置	179
5-6	测速发电机	187
5-7	控制系统用的直流电动机	188
5-8	两相感应电动机	193
5-9	步进电动机	195
5-10	张力控制系统	200
5-11	边缘导引控制系统	201
5-12	传输延迟系统	205
5-13	太阳定向仪系统	206
	参考文献	210
	习题	211

第六章 控制系统的时域分析	220
6-1 引言	220
6-2 控制系统时间响应的典型试验信号	220
6-3 控制系统的时域特性——稳态响应	222
6-4 控制系统的时域特性——暂态响应	231
6-5 二阶系统的暂态响应	232
6-6 位置控制系统的时间响应	241
6-7 微分控制对反馈控制系统时间响应的影响	250
6-8 积分控制对反馈控制系统时间响应的影响	254
6-9 速度反馈或测速发电机反馈控制	257
6-10 状态变量反馈控制	257
参考文献	260
习题	260
第七章 控制系统的稳定性	267
7-1 引言	267
7-2 稳定性、特征方程和状态转移矩阵	267
7-3 有输入的线性定常系统的稳定性	269
7-4 判定线性控制系统稳定性的方法	271
7-5 劳斯-胡尔威茨判据	272
7-6 乃氏判据	278
7-7 乃氏判据的应用	288
7-8 在 $G(s)H(s)$ 中追加极点和零点对乃氏轨迹形状的影响	294
7-9 多环系统的稳定性	297
7-10 时滞线性控制系统的稳定性	300
7-11 非线性系统的稳定性——波波夫判据	302
参考文献	306
习题	308
第八章 根轨迹法	312
8-1 引言	312
8-2 根轨迹的基本条件	312
8-3 全根轨迹的绘制	316
8-4 用根轨迹法解多项式的根	342
8-5 根轨迹法的几个重要特点	346
8-6 广义根轨迹	355
8-7 纯时滞系统的根轨迹	361
8-8 根轨迹和极坐标图的关系	369
8-9 离散控制系统的根轨迹	371
参考文献	375
习题	378
第九章 控制系统的频域分析	381

9-1 引言	381
9-2 频域特性指标	384
9-3 二阶系统的 M_p 、 ω_p 及频带宽度	384
9-4 在开环传递函数上追加零点的影响	387
9-5 在开环传递函数上追加极点的影响	391
9-6 相对稳定性——增益裕量、相角裕量及 M_p	392
9-7 相对稳定性与伯德图的幅值曲线斜率的关系	400
9-8 $G(j\omega)$ 平面上的等 M 轨迹	401
9-9 $G(j\omega)$ 平面上的等相角轨迹	404
9-10 幅相平面上的等 M 和等 N 轨迹——尼柯尔斯图线	405
9-11 非单位反馈系统的闭环频率响应分析	410
9-12 用频域法研究敏感度	411
参考文献	413
习题	414
第十章 控制系统设计引论	417
10-1 引言	417
10-2 控制系统的经典设计法	421
10-3 相位超前校正	425
10-4 相位滞后校正	441
10-5 滞后-超前校正	453
10-6 桥接T型网络校正	457
参考文献	463
习题	463
第十一章 最优控制引论	470
11-1 引言	470
11-2 解析设计法	471
11-3 参数最优化	479
11-4 有指定特征值的系统的设计——能控性的一种应用	481
11-5 状态观测器的设计	484
11-6 最优线性调节器设计	493
11-7 部分状态反馈的设计	507
参考文献	513
习题	514
附录A 频域图	518
A-1 传递函数的极坐标图	518
A-2 传递函数的伯德图(转角图)	523
A-3 幅相图	531
附录B 拉氏变换表	533
附录C 拉格朗日乘数法	535
索引(略)	

第一章 绪 论

1-1 控 制 系 统

近年来,自动控制系统在促进现代文明与技术的发展中起着日益重要的作用。在家庭生活方面,为了生活舒适,采暖和空调系统中的自动装置调节着现代化住房的温度和湿度。在工业上,自动控制系统已被大量采用,例如产品质量控制、自动机械、机床控制、现代空间技术及武器系统、计算机系统、运输系统和机器人等。甚至象编目管理、社会和经济系统管理以及环境和水文系统的管理等这类问题,都可以用自动控制理论来研究。

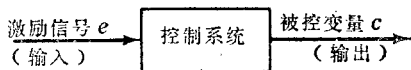


图 1-1 基本控制系统

基本控制系统的概念可以用图 1-1 所示简单方框图来描述。这个系统的功能,是用激励信号 e 通过系统诸环节来控制变量 c , 使其按规定的方式变化。

用更通用的术语来说,被控变量是系统的输出量,而激励信号是输入量。举个简单的例子,如汽车的驾驶控制,两个前轮的方向可看成被控变量 c , 即输出量;方向盘的位置是输入量,即激励信号 e 。这里,被控过程或被控系统是包括了整个汽车的动态特性的驾驶机构。然而,如果要对汽车的速度进行控制的话,那么施于汽车加速踏板上的压力是激励信号,速度就是被控变量。

在许多情况下,几个输入量同时控制不同的若干变量。这样的系统叫做多变量系统。

开环控制系统(无反馈系统)

自动一词,意味着在控制系统中有一定数量的信号转换。所谓自动,一般意味着系统能经常适应运行条件的变化,并能令人满意地响应某类输入。然而,并不是任何类型的控制系统都有自动的性质。通常,自动的性质是将输出变量反馈回去,并将它与指令信号相比较而获得的。没有反馈结构的系统叫做开环系统。它是最简单且最经济的一类控制系统。但是,开环控制系统缺乏精确性和适应性,因此,除了在一些最简单的场合得到应用外,一般是不可取的。

下面举一个家用取暖炉控制的例子。我们假设炉子上只装有定时机构,用以控制炉子的开停周期。为了将室温调节到适当的温度,操作人员必须估计好打开炉子时间的长短,以便相应地调整计时器。当整定时间到了时,就把炉子停下来。然而,由于估计的不准确,室温就有可能过高或过低。这种控制的不准确和不可靠是十分明显的。不准确的一个原因是,操作人员可能不知道炉子的确切特性。另一个原因就是人们不能控制室外温度,而这个温度对室内温度是有一定影响的。这也就指出了开环控制系统性能上的一个重要缺点,即系统是不能适应周围条件的变化或外来的干扰的。就炉子的控制而论,或许有经验

的人能把室温控制在所需要的水平上。但是，在运行期内如果门窗时开时关，那么，用开环控制系统就不能将室温准确地调节到确定的度数。

电动洗衣机是开环控制系统的另一个例子，因为洗衣时间的长短，完全由操作人员的判断和估计来决定的。真正的自动电动洗衣机应具有不断检验衣物清洁程度的能力，并在达到要求的清洁程度时能自动停机。

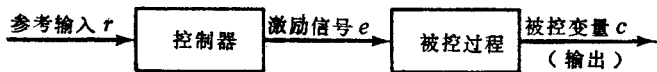


图 1-2 开环控制系统的方框图

虽然开环控制系统的使用受到限制，但它们是构成闭环控制系统的基本环节。通常用图1-2所示的方框图来表示开环控制系统的基本环节。输入信号或指令 r 先加于控制器，将控制器的输出作为激励信号 e ，然后用激励信号作用于控制过程，并期望将被控变量 c 调节到所要求的数值。

闭环控制系统（反馈控制系统）

开环控制系统不能作到更准确和适应性更强的原因，是它缺少从系统输出到输入的耦合或反馈。要使控制更精确，就必须把被控信号 $c(t)$ 反馈回去与参考输入比较，从而得到与输出和输入之差成比例的激励信号，然后再通过控制系统去校正误差。象刚才描述的那样有一条或几条反馈通路的系统叫做闭环控制系统。人，可算得是现有的最复杂最完善的反馈控制系统。一个人可以看成是一个具有多输入和多输出的能够完成高度复杂操作的控制系统。

为了说明人是一个反馈控制系统，让我们来考察伸手拿桌上物体这一事件。人伸手拿物体时，大脑发信号给手臂，要它去完成这个任务。眼睛看成是检测装置，它不断反馈手的位置。手和物体间的距离就是误差。当这个误差最终为零时，手就拿着物体了。这是闭环控制的典型例子。然而，如果叫一个人伸手拿东西，然后把他的眼睛蒙着，这个人就只能在估计物体准确位置的情况下把手伸向物体。这个物体完全可能因差距太大而没有被拿着。蒙着眼睛，等于反馈通路断开，人就作为开环系统在操作了。方框图 1-3 描绘了人伸手拿东西的例子。

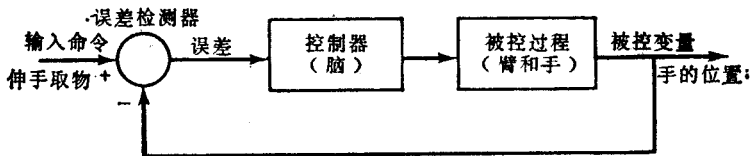


图 1-3 人作为一个闭环控制系统的方框图

船舶方向舵控制系统是说明闭环控制系统的另一个例子，如图1-4所示。这里控制对象是舵的位置，参考输入是通过方向盘给的。方向盘和舵相对位置间的误差是操纵控制器和电动机的信号。当舵最终与希望的方向一致时，误差检测器的输出为零。我们假设方向盘的位置突然旋转了 R 单位，如图1-5 (α) 的时间信号所示。舵的位置是时间的函数，

取决于系统的特性，它可以是图1-5 (b) 中所示的典型响应曲线 中的一种。因为所有的物理系统都有电的和机械的惯性，舵的位置不可能对阶跃输入立即响应，而是逐渐地推向希望的最终位置。通常，在稳定之前，响应将在最终位置附近振荡。显然，对于舵 的控制，希望有一个无振荡的响应。

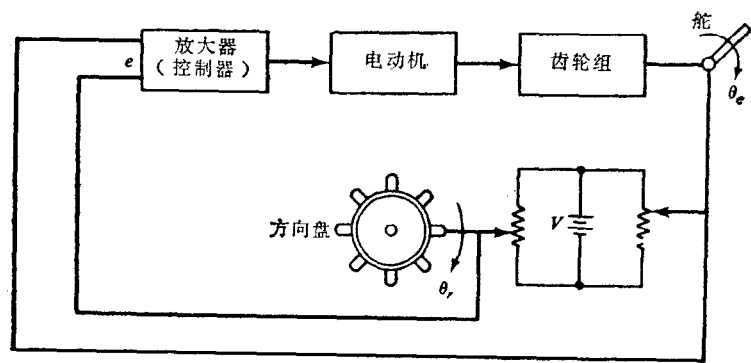


图 1-4 舵的控制系统

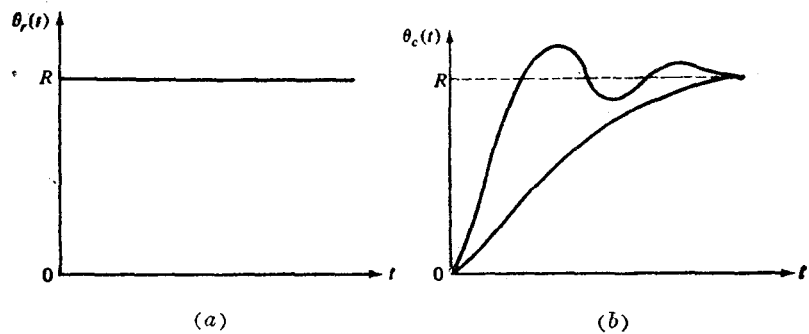


图 1-5

(a)舵的控制系统阶跃位移输入，(b)典型的输出响应

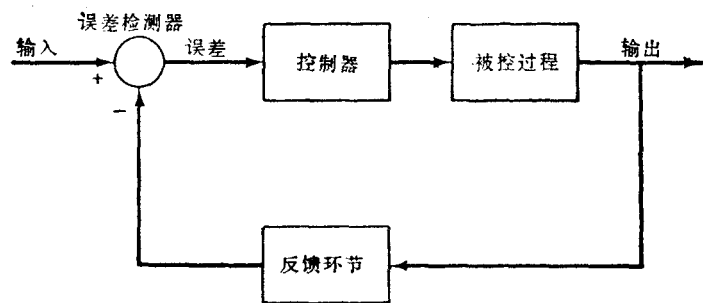


图 1-6 反馈控制系统的基本环节

图1-6所示为闭环控制系统的基本环节和方框图。一般，反馈控制系统的结构并不局限于图1-6所示的形式。在复杂系统中，可以有许多反馈环节和许多单元框。

图1-7 (a) 表示一卷绕加工的张力控制系统。开卷筒上卷有待送入剪裁机或印刷机等加工设备的材料，如纸张或电缆，这些材料在加工之后绕在另一卷筒上。在这种情况下，

控制系统应将材料或被卷物的张力保持在某个规定的数值上，以免发生象拉裂、拉伸变形或摺绉等这类问题。

为了调节张力，被卷物下行绕过一加重滚筒形成一个半环。加重滚筒装在摇臂上能上下自由运动。滚筒和摇臂合起来称为浮动滚筒。

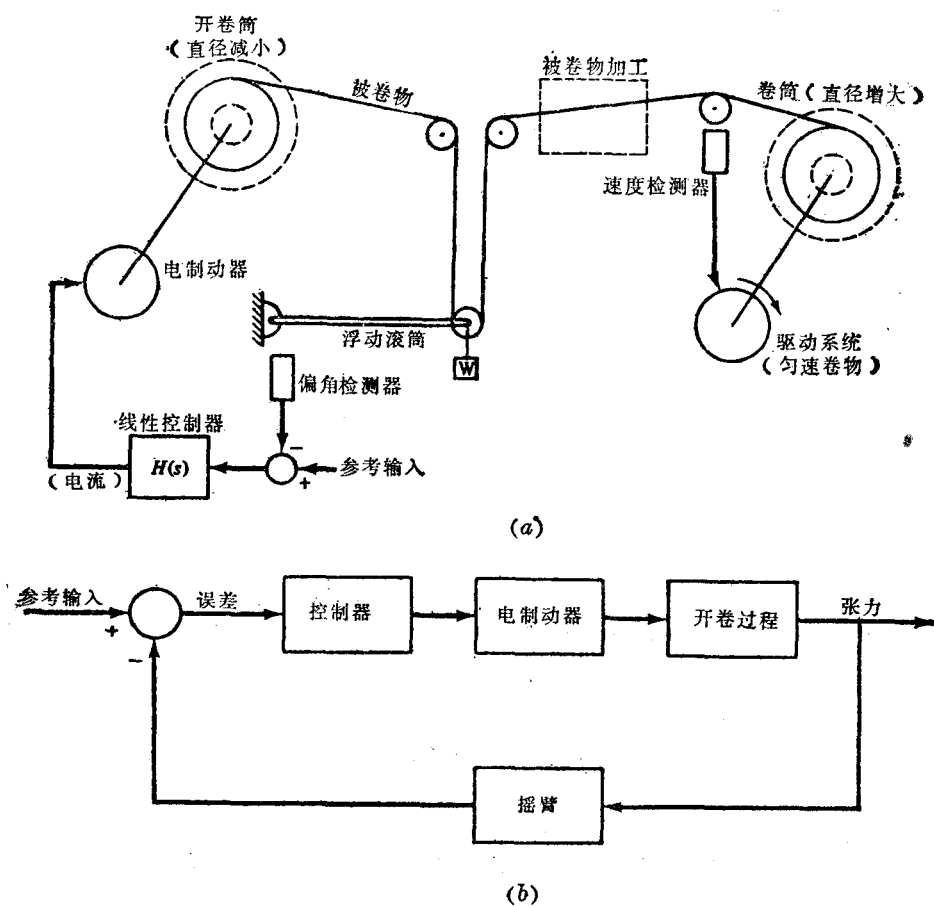


图 1-7
(a)张力控制系统，(b)张力控制系统的基本环节和联系的方框图

当系统在运转时，被卷物匀速移动。浮动滚筒的理想位置是水平的，被卷物的张力等于浮动滚筒总重 W 的一半。电制动器在开卷筒上产生的制动力矩，将浮动滚筒始终保持在水平位置。

在实际运行中，因为外部的扰动、被卷物料的不均匀及开卷筒有效直径的减小，要是不用某种机构正确检测浮动摇臂的位置并控制制动力矩，那么，摇臂就保持不了水平。

为了校正浮动摇臂的位置误差，用偏角检测器来测量角偏移，并用一与误差成正比的信号通过控制器去控制制动力矩。图1-7 (b)所示为表明系统环节间联系的方框图。

1-2 什么是反馈？它的作用是什么？

在控制系统中，反馈的概念很重要。我们在 1-1 节中已经述及反馈是闭环控制系统的一个主要要求。没有反馈，控制系统就不可能达到大多数实际应用所要求的精度和可靠性。然而，从更严密的观点来看，反馈的定义和意义比 1-1 节中的几个例子要深刻得多，也更难于描述。实际上，应用反馈的原因，远不止于一个比较输入与输出来减小误差。减小系统误差，只是反馈能对系统所起的许多作用中的一个。下面让我们来说明反馈对诸如总增益、稳定性、敏感度和外部扰动与噪声等^①这样一些系统运行特性所起的作用。

为了理解反馈对控制系统所起的作用，重要的是要广泛和细心地考察这些现象。当为了控制目的而有意识地引入反馈时，它的存在是易于发现的。然而，在许多情况下，我们通常认为本来无反馈的物理系统，当用某种方法观察之后，结果发现是有反馈的。一般我们可以说，只要系统的变量之间存在闭合的因果关系，反馈就是存在的。从这种观点出发，必然要承认大量原来认为是无反馈的系统实际上是有反馈的。只要上述意义的反馈存在，这种反馈的一般定义就使得大多数具有有形的或无形的反馈的系统，都能用反馈及控制理论对它们进行系统的研究。

现在我们研究反馈对系统几方面性能的影响。由于还没有必要的有关线性系统理论的基础知识和数学基础，在此我们只能依靠简单的静态系统表示法来进行讨论。让我们来研究图 1-8 所示的简单反馈系统，图中 r 是输入信号， c 是输出信号， e 是误差， b 是反馈信号。参数 G 和 H 可以看成是恒定增益。用简单的代数运算，不难推导出系统输入-输出的关系：

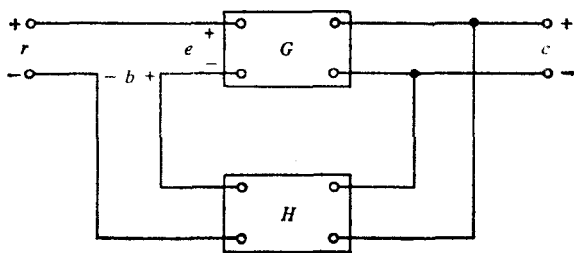


图 1-8 反馈系统

$$M = \frac{c}{r} = \frac{G}{1 + GH} \quad (1-1)$$

应用反馈系统的这个基本关系式，我们可以揭示出反馈的某些重要效应。

反馈对总增益的影响

正如式 (1-1) 所示，反馈对无反馈系统增益 G 的影响是除因式 $1 + GH$ 。图 1-8 所示的系统是有负反馈的，因为反馈信号带有一个负号。 GH 本身也可以包含一个负号，这样反馈的总效应可以是增加增益，也可以是减小增益。在实际控制系统中， G 和 H 都是频率的函数。这样 $1 + GH$ 的值，在某个频段可能大于 1，但在另一频段可能小于 1。因此，反馈在某一频段可能增加系统增益，而在另一频段却可能减小增益。

^① 原书是：……诸如稳定性、频带宽度、总增益、阻抗和敏感度等——译者

反馈对稳定性的影响

稳定性是表征系统能否跟踪输入指令的一个概念。用一句不严格的话来讲，如果系统的输出不受控制或无限增大，那么就说这个系统是不稳定的。

为了研究反馈对稳定性的影响，我们再次返回来看表达式(1-1)。如果 $GH = -1$ ，对任何有限输入，系统的输出都是无限的。因此，我们可以说，反馈能使本来是稳定的系统变得不稳定。的确，反馈有两面性，利用不当，可能有害。然而，应当指出，这儿我们只涉及静态情况，况且通常 $GH = -1$ 并不是不稳定的唯一条件。

可以证明，引入反馈的一个优点是能使一个不稳定的系统稳定。我们假设图1-8所示反馈系统是一个不稳定系统，因为它的 $GH = -1$ 。如果我们引入一个带负反馈 F 的另一反馈回路，如图1-9所示，则整个系统的输入-输出关系是：

$$\frac{c}{r} = \frac{G}{1 + GH + GF} \quad (1-2)$$

很明显，虽然 G 和 H 的参数使得内环反馈系统因 $GH = -1$ 而不稳定，但正确选择外环反馈增益 F ，就能使整个系统稳定。

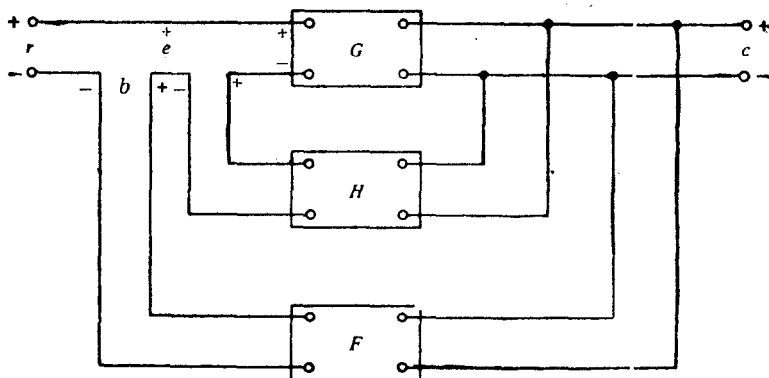


图 1-9 有两个反馈环的反馈系统

反馈对敏感度的影响

在设计控制系统时，敏感度的考虑常常是一个重要的方面。因为一切物理系统都有随环境和工作年限变化的性质。我们不能总认为在系统整个运行期内，控制系统的参数是完全稳定的。例如电动机绕组的电阻，随电动机运行温度的升高而增大。通常一个好的控制系统，应当对这些参数变化的反应非常迟钝，但却仍能灵敏地跟踪指令。下面我们研究反馈对参数变化敏感度的影响。

参看图1-8的系统，设 G 是一个可变参数。全系统的增益 M 对 G 变化的敏感度定义为：

$$S_G^M = \frac{\partial M/M}{\partial G/G} \quad (1-3)$$

式中 ∂M 表示由于 G 的增量引起的 M 的增量； $\partial M/M$ 和 $\partial G/G$ 分别表示 M 和 G 的百分增量。敏感度函数 S_G^M 可以用式(1-1)推导出来。我们得：

$$S_G^M = \frac{\partial M}{\partial G} \frac{G}{M} = \frac{1}{1+GH} \quad (1-4)$$

这个关系式表明，在保持系统稳定的条件下，敏感度函数可以用增加 GH 的办法使之任意小。很明显，在开环系统中，系统增益将按1:1的关系响应 G 的变化。

通常反馈系统增益对参数变化的敏感度，取决于参数所在的位置。读者可以自己去推导图1-8的系统对 H 变化的敏感度。

反馈对外部扰动或噪声的影响

一切物理控制系统，在运行期间都会受到外来信号或噪声的干扰。这些外来信号如电子放大器中的热噪声电压和电动机中电刷或整流子的噪声等都是。

反馈对噪声的影响，在很大程度上取决于噪声进入系统的部位，因此没有一般的结论。在许多情况下，反馈可以削弱噪声对系统性能的影响。

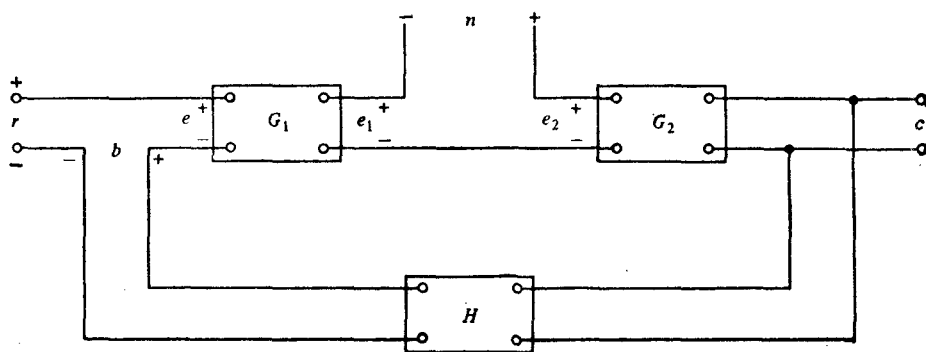


图 1-10 有噪声信号的反馈系统

让我们参看图1-10所示的系统，图中 r 表示指令信号， n 表示噪声信号。没有反馈时， $H=0$ ，输出 c 是

$$c = G_1 G_2 e + G_2 n \quad (1-5)$$

式中 $e=r$ 。输出的信噪比定义为：

$$\frac{\text{信号引起的输出}}{\text{噪声引起的输出}} = \frac{G_1 G_2 e}{G_2 n} = G_1 \frac{e}{n} \quad (1-6)$$

为了增大信噪比，显然，我们要么增加 G_1 ，要么增加 e/n 。改变 G_2 的大小，对信噪比无任何影响。

有反馈时，由 r 和 n 同时作用产生的系统输出是：

$$c = \frac{G_1 G_2}{1+G_1 G_2 H} r + \frac{G_2}{1+G_1 G_2 H} n \quad (1-7)$$