速成 自学 实用 职工中专读本

实用数学

地质出版社

速成自学实用职工中专读本

实 用 数 学

程 仁 主编

万 福 张绪鹏 张忠学 马 骏 编著

地 质 出 版 社

速成自学实用职工中专读本

实 用 数 学

程仁 主编

万福 张绪鹏 张忠学 马骏 编著

*

责任编辑：张世魁

地质出版社出版

（北京西四）

妙峰山印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行·各地新华书店经售

*

开本：787×1092 1/32 印张：19 字数：420,000

1986年6月北京第一版·1986年6月北京第一次印刷

印数：1—9,730 册　　定价：2.90元

统一书号：7038·新192

出 版 说 明

发展社会主义经济，实现四个现代化建设，迫切需要我们广开学路，发挥各方面的积极性，采取多层次、多规格、多渠道的办法，大力开展成人教育。从实际出发，对一大批没有达到中专文化程度的青壮年职工进行培训，使他们尽快成为各种中等专业人才，更是当务之急。根据当前的社会急需，地质出版社、河南教育出版社、湖北教育出版社、湖南教育出版社、广东教育出版社和广西人民出版社协作出版了这套财经类的《速成自学实用职工中专读本》，包括文化基础课、专业基础课和专业课共计20种。即《实用语文》、《实用数学》、《实用物理》、《实用化学》、《历史》、《地理》、《中国经济地理》、《初级计算机原理及使用》、《经济法常识》、《企业经营与管理》、《会计原理》、《预算会计》、《成本会计》、《工业会计》、《商业企业会计》、《地质勘查单位会计》、《国民经济计划原理》、《社会经济统计学原理》、《工业统计》、《商业统计》。这套书主要供各行各业中财务、会计、计划、统计人员通过自学达到中等专业水平或通过有关学历考试使用。

针对在职职工负担重、时间紧、有一定实际经验和自学为主的实际情况，这套读物突出体现“简明”、“速成”、“实用”的特点，在内容选择和总体布局上充分注意到理论与实际相结合、基础课与专业课相结合以及常用知识与新知识相结合的问题，力求避免冗长庞杂、学用脱节和不切实际的拔

高求全，以帮助自学读者“打好应用基础，提高实际能力，定向培养专长，适应四化急需”。

为了帮助自学读者迅速 有效地掌握所学知识，及时检查学习效果，各册均分成若干章，每章又包括学习提要、主要内容、小结、疑难问题解答、思考与练习等五部分，书后还附有练习答案或提示。因而这套书兼有自学、函授、讲课、辅导等多种功能，既可用作自学读本，也适于用作函授、面授教材和其他课本的辅导读物。

在编写过程中，我们得到各课程有关专家的指导和帮助，在此表示深切的谢意。

协作出版成套的成人中专教育读物，这还是第一次，诚恳欢迎读者对这套书的内容、形式和使用效果等提出宝贵建议，以帮助我们提高质量。

地质出版社　河南教育出版社　湖北教育出版社

湖南教育出版社　广东教育出版社　广西人民出版社

1986年1月

前　　言

本着“打好应用基础，提高实际能力，定向培养专长，适应四化急需”的宗旨，本书充分考虑了成人学习的要求，力求简明、实用、速成，具有以下特点：

1.讲解方式不同于一般数学课本，在讲解数学知识的同时，还介绍了学习方法和重要知识的记忆方法，适于成人在没有辅导的条件下自学。

2.注意了新旧知识的衔接。由于成人读者的水平参差不齐，所以本书起点较低，从指数、对数以及不等式等初中数学知识开始学起。内容精炼，重点突出，从为学习专业知识服务出发，对传统数学内容进行了删、减、并、补。

3.突出实用，密切联系实际。有些地方直接给出结论，着重于知识的运用，减少了不必要的繁琐论证。

4.由于四化建设需要知识逐步更新，本书编写了一些应用数学知识：概率论初步、线性规划初步等。

5.在例题和习题的配备上，为了给读者复习备考创造条件，不选用较繁杂的题型，而大量选用了近年来各类考试中普遍采用的填充和选择题。并注意归纳了典型的解题方法。

6.为方便读者学习，本书还附有常用对数表、反对数表、三角函数表和正态分布表。

本书共三篇十二章、每三节课作为一个学习段落，配备一个思考与练习题。每章各单元都包括学习提要，正文、思考与练习题等部分，章后有一小结，并配有复习题供读者复

习用。全书将习题解答附于书后，便于读者订正答案。

由于编写时间仓促，未能广泛征求广大教育工作者的意见，因此，谬误之处在所难免，敬希读者批评指正。

一九八五年九月

目　　录

第一篇　初等数学

第二篇　一元函数微积分

第三篇　应用数学初步

第一篇　初等数学

第一章　指数与对数

一　指　　数

〔学习提要〕

本单元介绍指数概念的扩展以及指数的运算法则。

要求学员理解各种指数的意义，能够正确地利用指数的运算法则进行各种运算。

深刻理解各种指数的意义，掌握运算法则是达到运算准确、熟练的关键。

在初中阶段，我们已经学过指数是正整数的幂及正整指数幂的运算法则：

（1）　$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$,

（2）　$a^m \div a^n = a^{m-n}$　　$(a \neq 0,\ m > n)$,

（3）　$(a^m)^n = a^{m \cdot n}$,

（4）　$(ab)^n = a^n b^n$,

（5）　$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$　　$(b \neq 0)$.

在实际问题中，我们还会遇到指数是零、负整数、分数的幂，因此需要把幂的概念加以扩展。

1.1　零指数和负整数指数

1. 零指数

我们知道，$(-3)^5\div(-3)^5=1$，$a^4\div a^4=1$（$a\neq 0$），即同底的幂相除，当被除式的指数与除式的指数相等时，其商是1.

如果应用"同底的幂相除，底数不变，指数相减"的法则，就得

$$(-3)^5\div(-3)^5=(-3)^{5-5}=(-3)^0,$$

$$a^4\div a^4=a^{4-4}=a^0\quad(a\neq 0).$$

这时出现了零指数。

为了使同底的幂相除的法则，在被除式的指数等于除式的指数时也能适用，我们规定零指数幂的意义是：

$$\boldsymbol{a^0=1\ (a\neq 0).}$$

这就是说，**任何不等于零的实数的零次幂都等于1.**

这样规定以后，上面的例子可以这样来计算：

$(-3)^5\div(-3)^5=(-3)^{5-5}=(-3)^0=1$. $a^4\div a^4=a^{4-4}=a^0=1\quad(a\neq 0)$.

注意：零的零次幂没有意义.

2. 负整数指数

我们知道，$6^2\div 6^4=\dfrac{6^2}{6^4}=\dfrac{1}{6^2}$，$a^3\div a^6=\dfrac{a^3}{a^6}=\dfrac{1}{a^3}$（$a\neq 0$）.即同底的幂相除，当被除式的指数比除式的指数小$p$时，所得的商是一个分式，分子是1，分母是同底数的$p$次幂。

如果应用"同底数的幂相除，底数不变，指数相减"的法则，就得

$$6^2\div 6^4=6^{2-4}=6^{-2},\quad a^3\div a^6=a^{3-6}=a^{-3}\quad(a\neq 0).$$

这时出现了负整数指数。

为了使同底的幂相除的法则，在被除式的指数小于除式的指数时也能适用，我们规定负整数指数幂的意义是：

$$a^{-p}=\frac{1}{a^{p}} \qquad (a \neq 0).$$

这就是说，**任何不等于零的实数的 $-p$（p 是正整数）次幂，等于这个数的 p 次幂的倒数。**

这样规定以后，上面的例子可以这样来计算：

$$6^{2}\div 6^{4}=6^{2-4}=6^{-2}=\frac{1}{6^{2}}, \qquad a^{3}\div a^{6}=a^{3-6}=a^{-3}=\frac{1}{a^{3}}$$

$(a\neq 0)$.

注意：零的负整数次幂没有意义。

在本章中，当指数是零或负数时，如果没有特别说明，底数都不等于零。

例1 计算 $(-3)^{-2}$, $\left(\frac{1}{2}\right)^{-3}$, $5^{0}(-3)^{-1}$.

解：

$$(-3)^{-2}=\frac{1}{(-3)^{2}}=\frac{1}{9},$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{-3}=\frac{1}{\left(\frac{1}{2}\right)^{3}}=8,$$

$$5^{0}(-3)^{-1}=1\times\frac{1}{(-3)^{1}}=-\frac{1}{3}.$$

例2 用小数表示下列各数：

10^{-7}, 7×10^{-5}, 3.4×10^{-4}.

解：

$$10^{-7}=\frac{1}{10^{7}}=0.0000001,$$

$$7\times 10^{-5}=7\times\frac{1}{10^{5}}=7\times 0.00001=0.00007,$$

$$3.4\times10^{-4}=3.4\times\frac{1}{10^4}=3.4\times0.0001$$
$$=0.00034.$$

例3 用科学记数法表示下列各数：

0.035，　　0.43，　　0.0000305.

解： $0.035=3.5\times0.01=3.5\times10^{-2}$，

$0.43=4.3\times0.1=4.3\times10^{-1}$，

$0.0000305=3.05\times0.00001=3.05\times10^{-5}$

例4 化简下列各式，使不含负整数指数：

（1） $(-x^3y)2x^{-2}y^{-2}$；

（2） $3a^{-2}b^{-8}\div3^{-1}a^2b^{-8}$.

解： （1） $(-x^3y)2x^{-2}y^{-2}=-2x^{3+(-2)}y^{1+(-2)}$

$$=-2xy^{-1}=-\frac{2x}{y}.$$

（2） $3a^{-2}b^{-8}\div3^{-1}a^2b^{-8}=3^{1-(-1)}a^{-2-2}b^{-8-(-8)}$

$$=3^2a^{-4}b^0=\frac{9}{a^4}.$$

〔思考与练习一〕

1. 下列计算是否正确？如果不正确改正过来.

（1） $(-1)^0=-1$；　　（2） $(-1)^{-1}=1$；

（3） $3a^{-2}=\frac{1}{3a^2}$；

（4） $(-x)^5\div(-x)^3=-x^2$.

2. 下列各幂是否相等？

（1） $(1-\sqrt{2})^0$与$(1+\sqrt{2})^0$；

（2） 1^{-10}与1^{10}；

（3） $(\sqrt{2}-1)^{-1}$与$(1+\sqrt{2})^1$；

（4） $(a+b)^{-1}$与$a^{-1}+b^{-1}$。

3． 计算：

（1） $(-3)^2-(-3)^0$；

（2） $(-2)^3+(-2)^{-3}-(-\frac{1}{2})^{-3}-(-\frac{1}{2})^3$；

（3） $(\frac{2}{3})^{-3}\times(-\frac{1}{2})^{-3}\div(-\frac{1}{3})^0$；

（4） $\left(\frac{3^{-5}\cdot3^2}{3^{-3}}\right)^{-2}$；　　（5） $(x^4y^{-3})\cdot(x^{-2}y^2)$；

（6） $5a^{-2}b^{-3}\div5^{-1}a^2b^{-3}\times5^{-2}ab^4c$；

（7） $\left(\frac{b}{2a^2}\right)^3\div\left(\frac{2b^2}{a}\right)^0\times\left(-\frac{b}{a}\right)^{-3}$.

4． 用小数形式表示下列各数：

（1） 4.02×10^{-3}；　　（2） 5×10^{-5}。

5． 用科学记数法表示下列各数：

（1） 0.000007；　　（2） 0.00104；

（3） 5482。

6． 化简下列各式，使不含负整数指数：

（1） $\frac{(a-b)^{-2}}{(a+b)^{-1}}$；　　（2） $\frac{4^{-1}a^{-2}b}{3^{-2}ab^{-3}c}$.

7． 我国已经完成了分辨率为1.8埃的胰岛素晶体结构的测定工作，已知一埃是10^{-8}厘米，用小数写出1.8埃是多少厘米。

8． 氢原子中电子和原子核之间的距离为0.0000000529厘米，用科学记数法把它表示出来。

1.2 分数指数

1． 根式的基本性质

在初中我们已学过a的n次方根，a的n次算术根，根据根

式的定义，有

（1）　$(\sqrt[n]{a})^n=a$；

（2）　当n为奇数时，$\sqrt[n]{a^n}=a$；

（3）　当n为偶数时，$\sqrt[n]{a^n}=|a|$

$$=\begin{cases}a\ (a\geqslant 0),\\ -a\ (a<0).\end{cases}$$

例如　$(\sqrt{3})^2=3$，　$(\sqrt[3]{-3})^3=-3$，

$\sqrt[3]{(-3)^3}=-3$，　$\sqrt[4]{3^4}=3$，

$\sqrt[6]{(-3)^6}=|-3|=3$。

当$a\geqslant 0$时，它的算术根有以下性质：

$\sqrt[np]{a^{mp}}=a^m$（$a\geqslant 0$，m、n、p**是正整数，且**p、$n>1$）

当$n=1$时，$\sqrt[p]{a^{mp}}=a^m$（$a\geqslant 0$，m、p**是正整数**）

例如，$\sqrt[8]{a^6}=\sqrt[4]{a^3}$，　$\sqrt[5]{a^{10}}=a^2$，

$\sqrt[6]{(-3)^2x^4}=\sqrt[6]{3^2x^4}=\sqrt[3]{3x^2}$。

注意：对于根式的性质，应特别注意$a\geqslant 0$这个条件。

2．分数指数

由根式的基本性质可知

$$\sqrt[3]{a^6}=a^2=a^{\frac{6}{3}}\ (a\geqslant 0),$$

$$\sqrt{b^4}=b^2=b^{\frac{4}{2}}\ (b\geqslant 0).$$

这就是说，当根式的被开方数的指数能被根指数整除时，根式可以写成分数指数幂的形式。

当根式的被开方数的指数不能被根指数整除时，我们也可以把根式写成分数指数幂的形式。例如，

$$\sqrt[5]{a^3}=a^{\frac{3}{5}},\ \sqrt{a}=a^{\frac{1}{2}},\ \sqrt[3]{b^2}=b^{\frac{2}{3}}.$$

于是，我们规定分数指数幂的意义是

$$a^{\frac{m}{n}}=\sqrt[n]{a^m}\ (a>0，m、n\text{都是正整数}，n>1)\ .$$

这就是说，**正数的$\frac{m}{n}$次幂**（m、n都是正整数，且$n>1$）**等于这个正数的m次幂的n次算术根。**

正数的负分数指数幂的意义和正数的负整数指数幂的意义类似，就是

$$a^{-\frac{m}{n}}=\frac{1}{a^{\frac{m}{n}}}=\frac{1}{\sqrt[n]{a^m}}\ (a>0，m、n\text{都是正整数}，n>1)\ .$$

这就是说，**正数的$-\frac{m}{n}$次幂**（m、n都是正整数，$n>1$）**等于这个正数的$\frac{m}{n}$次幂的倒数.**

注意：零的正分数次幂是零，零的负分数次幂没有意义。

这样，关于正整数指数幂的运算法则，对于分数指数幂也同样适用。例如，

$$a^{\frac{2}{3}}\cdot a^{-\frac{1}{4}}=a^{\frac{2}{3}+(-\frac{1}{4})}=a^{\frac{5}{12}},$$

$$a^{\frac{1}{2}}\div a^{\frac{1}{3}}=a^{\frac{1}{2}-\frac{1}{3}}=a^{\frac{1}{6}},$$

$$8^{\frac{2}{3}}=(2^3)^{\frac{2}{3}}=2^2=4,$$

$$\left(\frac{16}{81}\right)^{-\frac{3}{4}}=\left(\frac{2^4}{3^4}\right)^{-\frac{3}{4}}=\frac{2^{-3}}{3^{-3}}=\frac{3^3}{2^3}=\frac{27}{8}.$$

例 1　化简下列各式，使不含负数指数：

（1）　$(-3a^{\frac{2}{3}}b^{\frac{1}{6}})(6a^{\frac{1}{6}}b^{\frac{2}{3}})\div(-2a^{\frac{5}{6}}b^{-\frac{1}{6}})$；