

DJ
YH
JS

电机优化技术

林友仰 叶云岳 编著

浙江大学出版社



电机优化技术

林友仰 叶云岳 编著

浙江大学出版社

内 容 提 要

这是一本介绍最优化数学方法与计算机技术在电机工程设计中应用的书。全书包括优化数学方法、计算机辅助设计和绘图、电机与变压器优化设计三大部分。作者力求用深入浅出的语言系统地介绍电机优化技术,其特点是通俗而又实用。书中包含作者多年来从事这方面的科研和教学工作的成果和体会,初稿已在大学本科生教学中使用,很受同学欢迎。

本书可作为高等院校和中专学校电机类的学生或研究生用的教科书,也可供广大从事电机工程设计、制造、运行和试验研究的工程技术人员参考。

电机优化技术

林友仰 叶孟岳 编著

责任编辑 徐小军

* * *

浙江人民出版社出版

上虞汤浦印刷厂承印

萧山东浦印刷厂印装

浙江省新华书店发行

* * *

开本 787×1092 1/16 印张 17 字数 435 千字

1989年7月第1版 1989年8月第1次印刷

印数 0001—2000

ISBN7-308-00374-4

TM.007 定价:3.75

前 言

《电机优化技术》是讲解优化数学方法和计算机辅助设计技术在电机工程领域中应用的一本教科书。从数学角度上说,最优化问题就是求极值问题。人们在生产、科学研究以及其他社会实践中,总希望有最佳的效果。例如电机工程师希望设计一台最佳的电机产品;企业家希望在相同投资下获得最大的经济效益;航天技术中最优时间控制问题,最少燃料消耗问题;国家的投资或分配有最优的决策问题等等。

现代优化技术不同于古典优化方法。本世纪五十年代前,是用求导方法或变分方法解无约束极值问题,用拉格朗日(Lagrange)乘子法解等式约束下的条件极值问题。近三十年来优化技术发展神速,这是因为随着生产和科学技术的突飞猛进,实践中提出了大量的无法用古典方法解决的优化问题,而快速电子计算机问世又为优化技术的发展提供了有力工具。所以现代优化技术,实际上已变成了计算机寻优技术。

今天,最优化技术在各行各业中都有许多成功的应用例子,并且它的重要性也愈来愈为人们所认识。电机行业也不例外,在如何把优化技术应用于电机设计、控制和试验研究方面,国内外学者做了大量工作,也有不少文章发表。许多高等院校都在一些专业中开设了《最优化方法》的课题。但在电机专业中,结合电机工程应用的优化方面的书还极少见,至今尚未有正式出版的教材,这给教学工作带来诸多不便,也给广大从事电机行业的工程技术人员知识更新和推广优化技术带来困难。由于以上理由,我们结合多年来优化方面的科研(包括电机优化设计与制造软件包的研制)和教学实践,将原有讲义修改补充后正式出版,希望能对电机专业的教学和行业的发展有所帮助。

书稿中第六、七、九和十三章由叶云岳同志编写,林友仰同志编写了其余各章,并对全书做了统稿。

由于编者水平限制,难免存在缺点和错误,恳切盼望广大读者指正。

编著者 1989年4月

ABE17/02

目 录

绪论	1
§ 0-1 最优化的概念	1
§ 0-2 计算机和优化技术在电机中的应用	1
§ 0-3 最优化的数学模型	3
§ 0-4 最优化问题的分类和举例	5
§ 0-5 最优化问题的求解方法	9

第一篇 最优化数学方法

第一章 数学规划基础	11
§ 1-1 向量与欧氏空间	11
§ 1-2 实二次型函数和矩阵的正定性	12
§ 1-3 多变量函数的导数	13
§ 1-4 多变量函数的泰勒展开式	17
§ 1-5 函数的极值	17
§ 1-6 凸集与凸函数	20
习题一	22
第二章 一维函数的直接寻优方法	24
§ 2-1 成功—失败法	24
§ 2-2 分数法(Fibonacci 法)	26
§ 2-3 0.618 法(黄金分割法)	30
§ 2-4 抛物线法	33
习题二	36
第三章 多维无约束函数的寻优方法	38
§ 3-1 坐标轮换法	38
§ 3-2 模式搜索法(步长加速法)	42
§ 3-3 共轭方向与方向加速法	45
§ 3-4 单纯形加速法(解非线性规划的单纯形法)	52
§ 3-5 随机搜索法	60
§ 3-6 最优梯度法	62
§ 3-7 牛顿法	65
§ 3-8 变尺度法	67
§ 3-9 共轭梯度法	70
§ 3-10 罗森布鲁克(Rosenbrock)方法	73
习题三	76

第四章 约束函数的寻优方法	78
§ 4-1 拉格朗日 (Lagrangian) 乘子法	78
§ 4-2 含不等式约束函数极值点存在的条件 (库恩—图克条件)	80
§ 4-3 罚函数法	84
§ 4-4 SUMT 外点法	85
§ 4-5 SUMT 内点法	88
§ 4-6 SUMT 混合法	91
§ 4-7 SWIFT 法	91
§ 4-8 复形法	92
§ 4-9 可变容差法	96
习题四	97
第五章 线性规划	99
§ 5-1 引言	99
§ 5-2 线性规划问题举例	99
§ 5-3 二维线性规划问题的图解法	102
§ 5-4 线性规划问题的标准形式	103
§ 5-5 解线性规划问题的单纯形法	105
§ 5-6 单纯形表	110
§ 5-7 单纯形法的 BASIC 程序	111
§ 5-8 线性规划的对偶问题	115
习题五	115
 第二篇 电机的计算机辅助设计和绘图 	
第六章 机辅电机设计过程及其问题处理	117
§ 6-1 机辅电机设计的发展简况	117
§ 6-2 机辅设计的一般过程	118
§ 6-3 图表、曲线的数学处理	120
§ 6-4 计算机选取线规	126
§ 6-5 自动开槽	128
§ 6-6 汉字处理及数据库	131
第七章 机辅设计的常用数学方法及其在电机中的应用	133
§ 7-1 方程求根	133
§ 7-2 数值积分	145
§ 7-3 曲线拟合	149
§ 7-4 函数取值	153
第八章 交流绕组的机辅设计	159
§ 8-1 谐波分布系数的通用计算方法	159
§ 8-2 求分布系数的计算机程序	160
§ 8-3 槽相位表	161

§ 8-4 自动打印槽相属	163
§ 8-5 自动分析谐波	165
§ 8-6 通用谐波漏磁算法	166
第九章 电机工程的计算机绘图	173
§ 9-1 概述	173
§ 9-2 计算机绘图系统及其设备	176
§ 9-3 绘图软件介绍	183
§ 9-4 电机图形程序的编制特点与方法	191
§ 9-5 图形变换	197
§ 9-6 交互式图示系统	198
§ 9-7 电机零件图的绘制	201
§ 9-8 电机装配图的绘制	207
§ 9-9 图库的建立及其它	211

第三篇 优化技术在电机工程中的应用

第十章 电机优化设计的特点	212
§ 10-1 多目标的优化问题	212
§ 10-2 多峰的目标函数	213
§ 10-3 变量和约束	214
§ 10-4 电机优化设计中的罚函数	218
第十一章 小范围优化技术	221
§ 11-1 自动优选绕组线规	221
§ 11-2 定子槽形优选	222
§ 11-3 转子槽形优选	227
§ 11-4 凸极同步发电机极靴外形的优化	228
§ 11-5 电机参数的辨识	231
第十二章 电机优化设计	235
§ 12-1 三相异步电动机优化设计	235
§ 12-2 稀土永磁同步电机的优化设计	240
§ 12-3 磁阻电动机的优化设计	242
§ 12-4 系列电机的优化设计	244
第十三章 变压器优化设计	248
§ 13-1 计算机在变压器设计和制造中的应用概况	248
§ 13-2 变压器铁芯柱截面的优化计算	249
§ 13-3 解析法求取变压器的最佳几何尺寸	253
§ 13-4 变压器优化设计的数学模型	255
§ 13-5 三相变压器优化设计举例	257
参考文献	261
附录	263

绪 论

§ 0-1 最优化的概念

电机优化技术实际上是最优化数学方法加上计算机技术在电机工程中的应用。

设计一台最佳的电机产品是电机制造者长期梦寐以求的目标,这在过去以人工演算为基础的时代是不可能的。自从有了计算机后,情况发生了根本变化,它不但代替了繁重的人工演算,而且促进了优化数学方法的发展。现代数学寻优理论和计算机的先进工具结合,为设计最佳产品和方案提供了极为有利的条件。

其实人们做什么事情,都希望有最佳效果。例如希望做好某件事情投资最少,计算一个大型复杂题目花时间最少,管理一个工厂企业效益最高,现有资源如何最充分地加以利用等等。最优化的概念,从大的方面看,现时已作为分析许多重大决策或分配问题时所依据的一个原则而牢固地确立起来,它能在一定条件下使得有关问题的论证得到无可争议的完善化,并且常常给运筹以某种必要的简化。

利用最优化原理,人们只要把注意力集中于一个使目标数量化,并能度量决策特性的目标函数上,就能解决涉及到对很多有内在联系中的变量进行选值的复杂决策问题。在限制决策变量取值范围的约束下,使这样一个目标函数取得最大值(或最小值,由其数学描述方式而定),那么不论是对于一笔生意的盈亏,还是对于一个大型电网设计中参数的选择,不论是对政府计划中的综合决策,还是对物资调配和交通运输问题等等,最优化方法都可以提供一个比较满意的结果。

当然在处理一个复杂的决策问题时,要把所有参数的内在联系、约束条件以及相应的目标等复杂情况完全表示出来,那是少有的,而且也是很难办到的。因此,如同所有的定量分析技术一样,一个具体的最优化数学描述,只能看作是一种近似的描述。问题的关键是数学描述的正确性如何,是否抓住了主要的因素。这些就要通过对有关理论的透彻理解和具体实践来提高。

人们一方面希望建立一个能考虑所有影响因素的数学模型,以便能够准确地把问题描述出来;另一方面又希望建立一个容易处理的数学模型,使求解易于实现。富有经验的人,善于处理这两方面的矛盾。熟能生巧,处处应验。

§ 0-2 计算机和优化技术在电机中的应用

由于计算机的运算速度快,精确度高,重复性强,存贮数据多和具有判断能力,所以自1946年第一台电子计算机问世后不久,就在许多行业中迅速推广应用,电机行业也不例外。目前在电机技术中计算机及优化技术应用较多的有下列几方面:

一、计算机辅助电机设计

这是本书的重点,详见第二、三篇。

二、电机中电磁场、温度场和应力场的计算

过去电机中场的求解只限于应用解析法和图解法。这些方法的应用一般限制在边界条件

简单而媒质为线性的场合。电子计算机和计算技术的发展为电机中复杂的场问题数值解提供了条件。现代数值解中的差分法、有限元法和边界元法等求解各种线性和非线性的稳定场或瞬变场问题等,都是以计算机这个有力工具作后盾,并且在科技和工程领域中得到广泛应用。

尽管有了大容量和高速的计算机问世,在求解复杂场问题时,还是要经常注意利用优化技术去节约计算时间和存贮量,否则,许多场合下,其计算时间或存贮量(或两者兼有)仍为计算机所不能忍受的。

大家知道,有限元法是基于能量泛函求极值的变分问题诱导出来的,这事实的本身就是最优化数学方法在场的数值解中的一个应用。

三、电机的静态和动态运行分析——计算机仿真(模拟)

计算机仿真技术也和优化技术一样,先将电机或包括控制电机的系统,用一个恰当的数学模型描述,再将数学模型在计算机上进行求解。

计算机仿真分模拟机仿真和数字机仿真两类。

用模拟计算机作为仿真设备时,叫模拟仿真。模拟计算机中一般包括放大器、加法器、积分器、反相器以及电阻、电位器之类的一些电子零部件。按照数学模型要求,对这些零部件进行适当连接后使之运转,模拟机中许多输出量(如输出电压)就代表着实际问题中一些物理量,而这些输出量的变化过程,也就是相应的物理量的变化过程。

利用数字计算机作为仿真设备时,叫做数字机仿真。这是用途最广和最为方便灵活的一种仿真技术,其精确度也高。这种仿真技术是将数学模型先按某种数学方法求解(例如迭代法求解),并用某种高级或低级计算机语言编成程序后,在计算机上演算,得出所需的结果。

四、实验数据的采集和分析处理

国内已有一些比较先进的厂家实现了电机的计算机自动测试。自动测试的内容包括自动采集数据并存储,对数据进行分析计算,并打印出结果,或自动绘出需要的特性曲线来。

有的还能利用计算机判别误差性质——是必然的或偶然的,对一些仪器的误差予以适当的补偿来提高测量的精确度。

在对各实验点进行曲线拟合时,常常利用最小二乘法等优化数学方法以提高其拟合精度。

五、电机的计算机控制

国内外许多工业部门,已经利用计算机对电动机的转速、力矩、负载电流,或对大型发电机的励磁、输出有功功率(或无功功率)等进行适时控制,以确保电机运行在最佳状态,提高整个系统的性能和经济效益。

最优控制系统的设计问题,就是动态最优化问题之一。在这里我们求解的是泛函极值问题,它和求解多变量函数的极值问题是类似的。所不同的是,多变量函数极值问题的求解结果是 n 维欧氏空间的一个点 $X^* \in E^n$ (参见第一章 §1-1 节),而这里泛函极值问题的求解结果,可得最优解,它是时间的函数 $X^*(t)$ 。

六、变极绕组方案的优选

多速电动机的单绕组变极方案,往往不止一个,如何根据每种速度下对电机的功率和性能指标的要求,选取最佳的变极方案是设计人员期望达到的目标。这些工作利用优化数学方法在计算机上实现,无疑的会大大减轻技术人员的工作量。

七、建立数据库

现代的计算机存储量非常大,如果将一些电机的标准,系列电机的技术数据存于计算机中,形成数据库,会给工程技术人员的设计和分析工作带来极大的方便和好处。计算机查阅数据既迅速又可靠,可大量节约时间,

八、自动绘图

绘图是结构设计必不可少的环节。需要的工作量也很大。如果把电机中一些常用的标准,零部件图形进行存贮,形成图库,使用起来非常方便。在一些发达国家的大型企业中,每天需要出许多新产品图,由于利用了计算机绘图,绘图人员已经减少到只有少数的几个人,省去大量的非创造性的重复劳动。

计算机绘出的图样比人工绘出的漂亮得多。计算机不但能画平面图,而且能画立体图。像图 0-1 这种立体的图形,由人工来绘制是十分困难的,而一旦绘图程序编成,利用计算机绘制则是轻而易举的事。详见第九章。

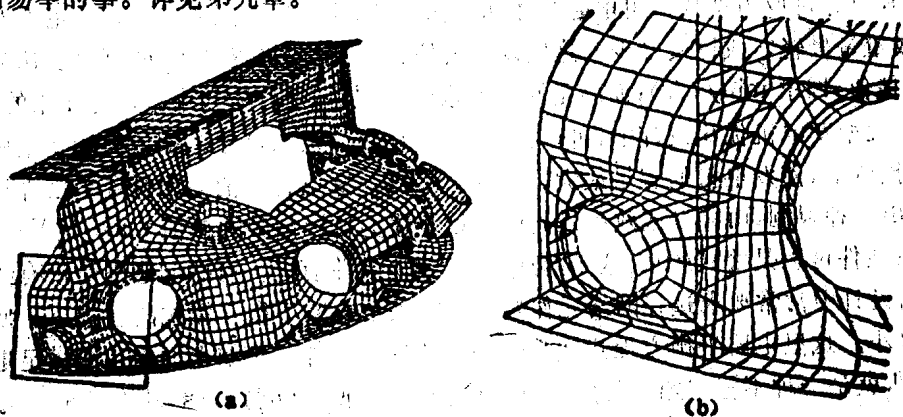


图 0-1 (a) 定义一个被剪取的结构件; (b) 在放大及旋转后,绘制被剪取的区域

九、计算机辅助制造

一旦找到了一个理想的设计方案后,就可以利用计算机辅助制造了。小型计算机可用于数控机床,制造过程中的其他许多方面,也可以应用计算机和最优化技术进行适时的最佳控制。

计算机辅助制造又称 CAM,他是英语“Computer-aided Manufacturing”的缩写。CAM 的应用主要包括下列几方面:

- (1) 过程控制;
- (2) 各种机床的数字控制;
- (3) 材料处理及检验;
- (4) 交互式零件套装;
- (5) 编制目录,生产统计,人员登记等。

国外许多厂矿企业都已经广泛地应用了 CAM 技术,国内也有一些先进企业正在推广应用,这不但有力地促进了新产品开发,节约了试制投资,而且大幅度地提高了生产率,使产品在市场竞争中取胜。

§ 0-3 最优化的数学模型

最优化方法是应用数学的一个重要分支。从数学上说,是一种求极值的方法。现代最优

化方法又和计算机分不开,实际上已经成为计算机寻优的方法。

最优化方法的第一步是要建立待求问题的数学模型,其中包括确定变量和约束条件,建立目标函数等。

变量是指最优化问题中待确定的某些量(参数),可以是一个,两个或多个。例如交流电机优化设计中变量可能是定子内、外径,铁心长度,气隙磁密等等。

如果有 n 个变量,一般表示成 $x_i (i=1, 2, \dots, n)$ 。或用一个 n 维向量

$$X = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T$$

来表示。式中 x_i 看作向量 X 的第 i 个分量。 n 维向量的全体,称为 n 维向量空间(参见 §1-1 节)。

目标函数 $f(X)$ 则是“最优化”的评定标准或评价方法。例如电机、电器等电工设备的优化设计,其目标可取为选择一组电磁参数和几何尺寸,在满足性能要求下,使电工设备的体积最小,或重量最轻,或投资最少。这里设备的体积、重量或投资最小,就可以表达为目标函数 $f(X)$ 取极值,即求 $\min f(X)$,而满足性能要求的前提,则是作为约束条件提出来的。

又如大型发电机优化设计中,可以提出在有限的材料(或尺寸,例如汽轮发电机转子外径尺寸)和投资下,使发电机的容量最大,或效率最高。这里材料消耗和投资费用等作为约束条件,表现出一种限制,而容量或效率最高就可以表述为目标函数的极值 $\max f(X)$ 。

约束条件可以是等式约束,或不等式约束,或两者兼有之。有些问题则是没有约束的。例如电网网络设计中常常要求选择网络元件参数,在满足电路平衡方程式的前提下,使网络消耗的功率最小。这里电路平衡方程式就是一种等式约束条件。又如上面指出的满足电机性能要求的限制,就是一种不等式约束条件,例如电机效率不低于 90%,功率因数不低于 0.88 等等。

由上可见,目标函数 $f(X)$ 可以是效果函数,也可以是费用函数。用效果作为目标函数时,最优化问题是要求极大值,这时费用函数不得超过某个上界成为最优化问题的约束。反之,目标函数是费用函数时,问题变成了求极小值,而效果函数不低于某个下界则成为约束条件了。所以这二者是对偶关系的。

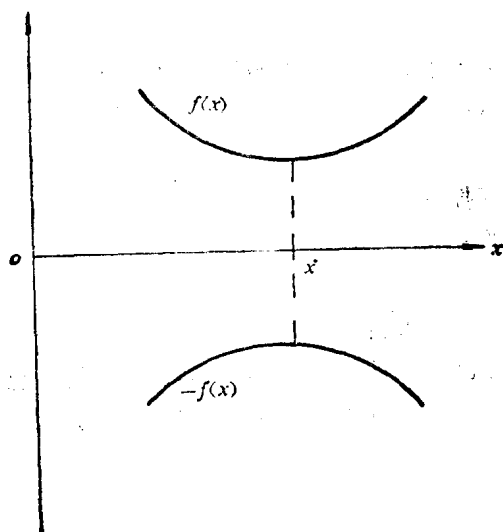


图 0-2 函数的极值点

目标函数求极大值极和求极小值没有什么原则区别,因为求 $f(x)$ 的极小值,相当于求

$-f(x)$ 的极大值。从图 0-2 不难看出

$$\min f(x) = -\max [-f(x)]$$

二者极值点均为 $x = x^*$ 。

综上所述,我们可以把最优化的数学模型统一写成

$$\begin{aligned} \min_{x \in R} f(X) \\ R = \{X | g_j(X) \leq 0, j = 1, 2, \dots, m\} \end{aligned} \quad (0-1)$$

式中 $X = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T$; R 可以看作是 n 维欧氏空间中被 m 个约束条件限制的一个可行解域(参见 § 1-6 节)。等式约束 $g(X) = 0$ 等价于 $g(X) \geq 0$ 和 $g(X) \leq 0$, 故等式约束归并到不等式约束中去。不等式约束 $g(X) \geq 0$ 可等价写成 $-g(X) \leq 0$ 。故式(0-1)有通用性。

今设

$$X^* = [x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*]^T \in R$$

若对任意 $X \in R$, 都有

$$f(X^*) \leq f(X)$$

则称 X^* 为规划问题(0-1)式的最优解。

§ 0-4 最优化问题的分类和举例

由于目标函数和约束条件的性质不同,最优化问题被分成若干类。

当 $f(X)$ 和 $g_j(X)$ 全部为线性函数时,称为线性规划(或线性最优化);当 $f(X)$ 或 $g_j(X)$ 中有非线性函数时,称为非线性规划(或非线性最优化)。

若目标函数 $f(X)$ 为二次函数,约束条件 $g_j(X)$ 为线性函数时,称二次规划。

如果最优化问题的解不随时间而变,则称为静态规划。前面所提到的电机与电工设备的优化设计问题,就是静态最优化问题。如果最优化问题的解随时间而变,即解向量是时间 t 的函数,则是属动态规划问题,也就是最佳控制问题。一切受控过程中都有一个最佳过程控制问题,也就是都存在一个动态最优化问题。

实际上遇到的许多规划问题,都可以按时间分割为若干有相互联系的阶段,对每一个阶段都要做出决策,上一个阶段的决策会影响当前和以后各阶段的决策。寻求这种多阶段决策过程问题的最优解也是动态规划问题的一个重要内容。

此外,还有整数规划、几何规划、离散规划和网络最优化等等。本书重点讨论与电机工程优化技术有关的线性规划、非线性规划和离散规划等。下面先举几个例子说明数学规划问题的类型。

【例一】 产品分配和运输问题

见图 0-3,某产品由两个工厂负责生产,约定分配给三个用户。假定两工厂的月产量分别为 a_1, a_2 ; 三个用户的月需要量分别为 b_1, b_2, b_3 。问应如何分配产品,使总运输费用最省。

设 x_{11} 为工厂 1 送到用户 1 的产品量, c_{11} 为其单件产品的运输费; x_{21} 为工厂 2 送到用户 1 的产品量, c_{21} 为其单件产品的运输费;余类推,详见表 0-1。则目标函数为

$$\begin{aligned} f(x_{11}, x_{12}, x_{13}, x_{21}, x_{22}, x_{23}) = & c_{11}x_{11} + c_{12}x_{12} + c_{13}x_{13} \\ & + c_{21}x_{21} + c_{22}x_{22} + c_{23}x_{23} \end{aligned} \quad (0-2)$$

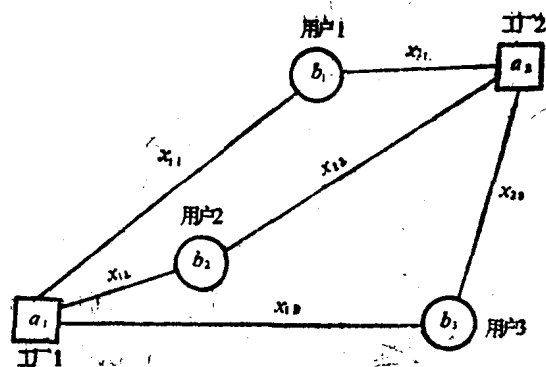


图 0-3 产品分配、运输图

表 0-1 产品分配表

用 户			
	b_1	b_2	b_3
工 厂			
	a_1	a_2	
	x_{11}	x_{12}	x_{13}
	x_{21}	x_{22}	x_{23}

变量共有 $x_{11}, x_{12}, \dots$ 等 6 个。约束条件有

$$\left. \begin{aligned} x_{11} + x_{12} + x_{13} &= a_1 \\ x_{21} + x_{22} + x_{23} &= a_2 \\ x_{11} + x_{21} &= b_1 \\ x_{12} + x_{22} &= b_2 \\ x_{13} + x_{23} &= b_3 \end{aligned} \right\} \quad (0-3)$$

$$x_{ij} \geq 0 \quad (i=1, 2, j=1, 2, 3) \quad (0-4)$$

这里有等式约束 5 个。因为必须满足 $a_1 + a_2 = b_1 + b_2 + b_3$, 故等式约束条件实际上只有 4 个, 而不是 5 个。式(0-4)的不等式约束又称非负约束, 因为这些变量为负值已失去意义了。

若令

$$X = [x_{11}, x_{12}, x_{13}, x_{21}, x_{22}, x_{23}]^T$$

则最优化问题为求满足式(0-3)和式(0-4)约束条件的变量(向量) X^* , 使满足

$$f(X^*) = \min_{X \in R} f(X)$$

由于本例中目标函数和约束条件均为线性函数, 故属线性规划问题。

【例二】异步电动机的最佳设计方案

假定选择定子铁心外径 D_1 , 内径 D_{i1} , 铁心长 l , 每槽导体数 Z_1 , 以及定子齿磁密等为异步电动机优化设计的五个变量, 令为 x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 。其最优化问题为在满足效率、功率因数、最大转矩、起动转矩和起动电流等五大性能指标要求的前提下, 有效材料的费用最少。有效材料通常指铁心冲片、铜和铝等金属材料。

令 $X = [x_1, x_2, x_3, x_4, x_5]^T$, 则上述约束条件为

$$\left. \begin{aligned} g_1(X) &= \eta' - \eta(X) \leq 0 \\ g_2(X) &= \cos \varphi' - \cos \varphi(X) \leq 0 \\ g_3(X) &= T'_m - T_m(X) \leq 0 \\ g_4(X) &= T'_{st} - T_{st}(X) \leq 0 \\ g_5(X) &= I'_{st}(X) - I_{st} \leq 0 \end{aligned} \right\} \quad (0-5)$$

式中 η' 、 $\cos \varphi'$ 、 T'_m 、 T'_{st} 和 I'_{st} 分别为效率、功率因数、最大转矩、起动转矩和起动电流等五个要求达到的指标。以上五个式子均为不等式约束。

设电机用的硅钢片为 G_1 公斤, 铜为 G_2 公斤, 铝为 G_3 公斤, 每公斤价格分别为 c_1 、 c_2 和 c_3 元, 则目标函数可写成

$$f(X) = c_1 G_1(X) + c_2 G_2(X) + c_3 G_3(X)$$

于是最优化问题归纳为求解

$$\min_{X \in R} f(X)$$

因为目标函数 $f(X)$ 和约束条件 $g_j(X)$ 均为 X 的复杂的非线性函数, 故是个非线性规划问题。

【例三】最佳控制问题

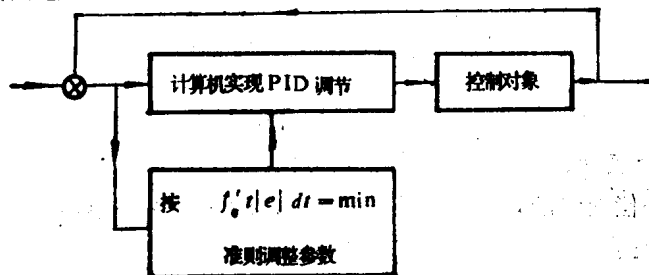


图0-4 最佳控制系统示意图

用于控制的电机(称控制电机)和用于驱动电机(称驱动电机)被广泛用于各种过程的控制中。应用最优化原理和计算机对这些系统进行最佳控制是人们追求的另一目标。

例如控制系统中对已知被控制对象, 利用计算机实现PID调节(参见图0-4), 今欲寻求最优的PID参数, 使系统的按ITAE准则评定的质量指标最佳。

ITAE (Integral of the time multiplied by the absolute value of error) 准则是时间乘以误差绝对值的积分, 即

$$s_t = \int_0^T t |e| dt$$

式中 e 为输出量与要求达到的参考量之间误差的瞬时值。

今设控制对象的传递函数为

$$\frac{C(s)}{U(s)} = \frac{e^{-T_1 s}}{(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)}$$

它包括一个延时环节 $e^{-T_1 s}$ 和两个一阶惯性环节 $\frac{1}{T_1 s + 1}$ 和 $\frac{1}{T_2 s + 1}$; 控制对象的参数有 T_1 、 T_2 、 T_3 三个。

PID 调节器的输出 $U(t)$ 和输入 r 之间关系为

$$U(t) = K_p \left[r + \frac{1}{T_i} \int_0^t r dt + T_d \frac{dr}{dt} \right]$$

待决定的 PID 调节器的参数(变量)有 K_p 、 T_i 和 T_d 。

这个系统显然是非线性的,用数学规划求最优解时,要用数值计算方法。在控制对象的工况经常波动的情况下,可以凭借快速计算机的计算能力来实现自己调整式的最优控制。

一般方法是在给定控制对象的一组参数(这里是 T_1 、 T_2 和 T_3)的情况下,利用 PID 参数寻优的计算程序,求得对应的一组 PID 参数(这里是 K_p 、 T_i 和 T_d),使按 ITAE 准则评定的质量指标 s_i 最小(最优)。对应每一组参数 T_1 、 T_2 和 T_3 ,均可确定一组最优的参数 K_p 、 T_i 和 T_d 。将这些相互对应的参数表预先存放在计算机中待查。于是每当被控过程工况发生变化时,首先将需要重新整定的 PID 调节程序退出,投入参数辨识程序,将此时对象的参数 T_1 、 T_2 、 T_3 测定出来,由计算机查参数表得到一组最优的 PID 参数,再重新投入 PID 调节程序,对过程进行最佳控制。

【例四】 电路设计

晶体振荡器的频率是随温度而变化的。为使频率稳定,使用如图 0-5 所示的热敏网络来补偿。图中 r_1 、 r_2 、 r_3 为普通电阻, r_4 和 r_5 为热敏电阻,其阻值随温度变化关系可由下列公式表述:

$$r_4 = a_4 e^{c_4 \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{293} \right)}$$

$$r_5 = e^{c_5 \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{293} \right)}$$

温度 T 用绝对温度表示。

图 0-5 所示补偿网络的输出电压 U 随温度 T 变化。由欧姆定律,可求得输出电压 U 和输入电压 E 之间关系:

$$U = \frac{E \left[r_2 + a_4 e^{c_4 \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{293} \right)} \right]}{r_1 + \frac{r_3 \cdot e^{c_5 \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{293} \right)}}{r_3 + e^{c_5 \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{293} \right)}} + r_2 + a_4 e^{c_4 \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{293} \right)}} \quad (0-6)$$

式中假定 $E = 12$ 伏,是已知常数。该网络作用于振荡器后,能使振荡器频率也随 T 变化,但要求这种变化恰好与原来的变化相反,以便互相抵消,使频率最终得以稳定。

现在假定,经测试,知某振荡器需按图 0-6 所示的温度——电压关系来补偿。我们的问题是如何确定补偿网络中各参数值(包括 r_1 、 r_2 、 r_3 、 a_4 、 c_4 、 c_5 等参数),使按公式计算得到的 $U =$

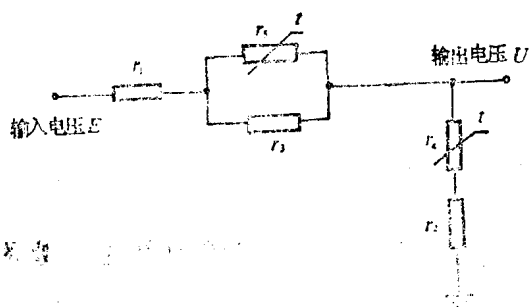


图 0-5 热敏电阻补偿网络

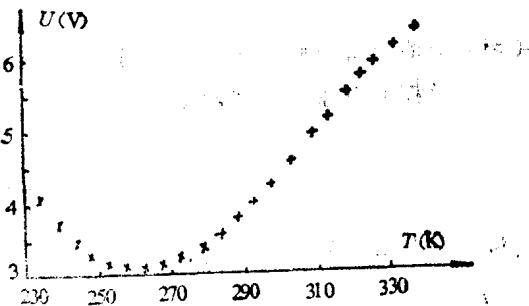


图 0-6 电压—温度曲线

$f(T)$ 能最好地符合图 0-3 的试验曲线。

这是一个曲线拟合问题 (参见 § 7-3 节), 通常按残差的最小二乘意义来判断拟合的优劣。

设向量

$$X = [r_1, r_2, r_3, a_4, c_4, c_5]^T$$

式(0-6)可简写成

$$U = G(X, T) \quad (0-7)$$

由图 0-6 知, 共测试 22 个点, 得 22 组数据:

$$[T_1, U_1], [T_2, U_2], \dots, [T_{22}, U_{22}]$$

或

$$[T_i, U_i], \quad (i=1, 2, \dots, 22)$$

于是最优化问题可写成求 X , 使

$$\min f(X) = \sum_{i=1}^{22} [U_i - G(X, T_i)]^2$$

这也是个非线性规划的问题。

§ 0-5 最优化问题的求解方法

最优化问题的求解方法, 实质上就是求最大值(或最小值)的快速算法。已有的求解方法很多, 有些方法还在不断发展和完善中。从大的方面可归类如下:

一、解 析 法

解析法又称间接法。这种方法只适用于目标函数和约束条件有明显表达式的情况。它在求解函数极值问题时, 一般需要利用函数的导数, 或用变分法求出必要条件, 将问题简化。

二、直 接 法

这是一种数值计算方法。当目标函数较复杂, 或不能用变量的显函数表示时, 无法用解析法求导数得到的函数取极值的必要条件。这时, 只得直接利用函数值对已搜索到的点进行比较, 使搜索点的函数值不断得到改善, 经过若干次迭代计算后找到最优值。

直接法不要求目标函数具有好的解析性质, 所以适用范围广, 求解的成功率高, 这是它的优点。但正因为直接法没有利用函数的解析性质(主要是函数的导数), 当然收敛速度较慢, 计算时间长。

直接搜索法有一维搜索和多维搜索之分。一维搜索是优化方法中最简单又最基本的方法; 进行多维搜索求多变量目标函数的极值时, 多数要用到一维搜索。故一维搜索是直接搜索法的基础。

多维搜索的主要思想是爬山法, 或称瞎子爬山法。这种方法的实质也是利用已有的信息, 通过空间点的移动、比较, 逐步改善目标函数值, 最后达到最优值。

爬山法每次迭代计算包括两个内容:

- (1) 计算当前点的目标函数值, 并与已有的函数值作比较;

(2) 选择下一步搜索方向和移动步长。

对如何选择下一步的搜索方向和移动步长的研究中,形成了许多不同的爬山法,如坐标轮换法,步长加速法,共轭方向法等等。

三、以解析法为基础的数值计算法

这类方法也是一种直接搜索法,但是以梯度法为基础,因此是一种解析与数值计算相结合的方法。

此外,最优化方法还可按有无约束条件区分为求约束极值方法和求无约束极值方法两大类。

大多数实际优化问题,都是有约束条件的,但无约束求极值方法是最优化方法的基础。解有约束条件的最优化问题时,也同样要用到无约束求极值的方法,但必须给解域加上某些限制,确保得到的最优点落在可行域内。还有一种求约束极值的方法是将约束极值问题转化为等价的无约束极值问题来处理,属于这一类的有拉格朗日乘数法、序贯无约束极小化法(SUMT法)、SWIFT法等等。

本书限于篇幅,只介绍电机工程技术中常用的一些最优化数学方法。