

New

复合地基的 液化检验理论 及其应用

林本海 谢定义 著



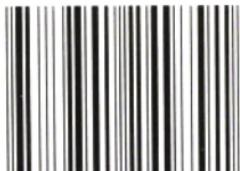
中国水利水电出版社
www.waterpub.com.cn

责任编辑 王昭瑜
封面设计 王 鹏

Research on Theory and Numerical Solution for Inspecting Liquefaction Potential of a Composite Foundation of Sand-Gravel Columns



ISBN 7-80124-979-8



9 787801 249791 >

ISBN 7-80124-979-8/TU·34

定价：18.00元

出版者的话

改革开放 20 年来，我国的土木建筑业得到了迅猛发展。各种新理论、新技术、新材料、新工艺不断涌现，土木建筑业正面临着跨世纪的大发展。为及时反映国内外土木建筑业的成果，中国水利水电出版社组织编写、出版了以反映土木建筑工程“四新”——“新理论、新技术、新材料、新工艺”为主要内容的系列图书。本系列图书力图体现三个特点。

全面性：丛书内容力图反映土木建筑工程各领域的最新的实用新成果和发展动态，通过努力，力争涵盖土木建筑工程的所有领域。

权威性：丛书主要以在科研、教学和设计、施工第一线作出显著成绩的中青年专家（高级建筑师、高级工程师、教授、副教授、博士、博士后等）为作者主体，反映我国在土木建筑领域内的创造性学术成果和对工程具有长期指导意义的理论体系。

实用性：丛书特别注重理论与工程实践的有机结合，既有理论和方法论上的指导意义，又有现实的实用和参考价值。

“四新”丛书已作为我社长期的出版系列予以规划和实施，分批出版。我们热切地期盼业内中青年专家、学者，积极参与到“四新”丛书的著译、出版工作中来。让我们携起手来，共同为我国土木建筑业的发展，为繁荣我国土木建筑图书的出版而努力！

中国水利水电出版社

1999 年 4 月

序

工程上应用碎石桩处理可液化砂土地基已有数十年历史，由于该法施工简便，费用低廉，大多数情况下抗震效果良好，目前已成为土建、交通、水利等工程建设中处理可液化砂土地基的常用方法。对这种复合地基的理论与实践，国内外学者曾进行了不少探索与研究，并提出了一些检验和评定其抗液化能力的实用方法。然而，由于这些方法未能综合考虑对这种地基起作用的各个因素以及各个因素之间的相互影响，因而尚不够完善，按之处理这类地基有时会过于浪费，而有时又会不够安全，难以做到安全性与经济性的合理统一。

林本海、谢定义撰写的《复合地基的液化检验理论及其应用》一书，是专门针对这种地基的研究成果。作者对碎石桩复合地基的工作机理，从抗震的角度做了深入的分析，认为地震过程中可液化地基中出现的各种物理力学现象（孔压上升、有效应力降低、沉降增大、承载力降低、出现液化等等）同设置了碎石桩所带来的各种有利效应（密实效应、排水效应、桩体效应、垫层效应等）是互相联系并耦合作用的，只有建立动态地考虑各个有利效应及其相互影响的复合地基理论和综合检验设计方法，才能较真实地反映其工作机理。从这样的思路出发，作者成功地建立了动力反应与渗流固结相耦合，动强度、动变形与动孔压相联系的碎石桩复合地基液化检验理论，这是复合地基理论的一项重要进展。从中亦可看出著者扎

实的理论基础和丰富的实践经验。

在上述理论的基础上，作者还开发了可用于三维空间的数值计算程序，并验证了其可靠性。这样在设计中就能够把具体方案的选择和具体设计参数的确定建立在定量分析的基础上，从而做到安全性与经济性的最佳组合。同时，通过对工程中可能出现的多种方案的计算和分析，得到的一系列结论，拓展和加深了对复合地基抗液化性能的认识，对设计有一定的指导作用。

作者在这本著作中将研究成果翔实地向同行们作系统的介绍，相信这不仅可以帮助在工作中分析问题和作出判断，还将促进学术上的相互交流和研究的提高。



1998年12月

容柏生，中国工程院院士，设计大师，广东省建筑设计研究院总工程师。

前　　言

用碎石桩处理饱和砂土等可液化地基的有效性已得到了学术界和工程界的广泛认同。这种有效性是碎石桩复合地基中桩体效应、密实效应、排水效应、垫层效应和加筋效应综合影响的结果。但是，考虑这些效应在抗液化中的不同贡献，揭示它们作用的内在规律，并提出一个能够定量地对砂土—碎石桩复合地基匹配于实际地震和土性条件的设计方法，在目前还很少有系统的研究，从而使碎石桩处理可液化地基仍处在一个经验性的阶段，带有相当的盲目性，致使具体的设计往往存在一定的保守性或风险性。这是复合地基抗震机理的复杂性和有关科学发展的局限性与实际工程需要的迫切性之间各种矛盾所带来的历史现实。20世纪中叶以来土动力学和地震工程学，尤其是测试技术与数值计算方法的长足发展，为研究解决这种矛盾提供了新的前景和可能。本书将致力于这一课题发展，力图为推动问题的逐步解决尽微薄之力。

本书在分析砂土—碎石桩复合地基的抗液化工程机理、各种加固效应和现有碎石桩复合地基液化评定方法的基础上，首先把复合地基视为水—土（碎石桩）两相介质，从动荷作用过程中各个时刻应力、应变、孔压的动力平衡实际特征出发，将动力平衡视为动、静荷载共同作用下与土性变化相联系的瞬态平衡，将复合地基的动力反应与渗流固结相耦合，建立在动荷作用下反映砂土—碎石桩复合地基的孔压产生、扩散和消散的三维微分控制方程组，这个方程组与按极限平衡原理及土体内实际孔压发展特点所建立的土体失效和液化评判标准一起，构成了复合地基的液化检验理论。其次，提出了在轴对称条件下业已建立的关于土的静、动本构模型和孔压发展模型拓展到三维空间应用的途径，使土性模型和三维理论相匹配。继而，应用三维20节点六面体等参单元

的有限元法，对控制方程组进行了空域和时域的离散，以 Newmark 常值加速度法得到了离散方程。在对复合地基震动前的初始应力场、震动期的振动固结和震后孔压消散提出数值计算的具体方法和步骤后，以国际大型岩土工程分析程序 FINAL 为操作平台，开发了本书建立的复合地基液化检验理论的数值计算程序，验证计算表明了程序的可靠性。最后，通过对二维和三维条件下的天然饱和砂基和设桩（单桩、双桩和多桩）复合地基以及在表面上无或有荷载等多种方案和具体工程应用的计算和分析，得到了一系列的结论，从而拓展和加深了对复合地基抗液化性能的认识，对实际工作有一定的指导作用。本研究的具体意义在于为砂土—碎石桩复合地基设计桩距、桩长、桩的排列、排水垫层、护桩、附加压重、预留可液化层等有关具体参数的确定和优化提供了较严密的理论、较合理的计算方法和较完善的数值计算程序，实现了理论先进性和工程实用性的统一。

应该承认，本书提出的理论和方法，仍然不得不引入一些对复杂问题的简化假定和一些只有一定根据的处理方法，它们的合理性还有待于进一步的研究来考验与补充，希望能得到有关专家和读者的批评指正与帮助。

在本书内容的研究过程中，曾得到了西安理工大学有关教授和研究生的教导与帮助，谨向他们致以衷心的谢意！

我们荣幸地请了中国工程院容柏生院士为本书作序，并审阅了书稿，特此表示衷心的感谢！

本书的出版得到广东省建筑设计研究院的大力支持，在此作者表示诚挚的感谢！

作 者

1998 年 12 月



林本海，男，1964年生，江苏人。1987年南京大学本科毕业，1990年获中科院地质所硕士学位，1997年获西安理工大学岩土工程专业博士学位。已发表学术论文30余篇，其主要研究成果是建立了一套完整的可液化地基的设计、检验和评定理论；参加过多项大型岩土工程方案的评审和岩土工程问题的咨询工作。

现在广东省建筑设计研究院主要从事岩土工程勘察、设计、施工和研究工作；现任广东华固岩土工程公司副总工程师、广州市建委基坑设计方案专家评审委员、广东省岩石力学与工程学会岩土试验分委会主任、中国岩石力学与工程学会理事。

林本海博士小传



谢定义教授小传

谢定义，男，西安理工大学教授。1952年毕业于西北工学院水利工程系，1962年获苏联列宁格勒建筑工程学院科学技术副博士，1986年被批准为岩土工程学科博士导师。从事高等教育与科学工作已40多年。在土动力学、非饱和土力学方面进行了长期系统的研究。已培养博士研究生15名、硕士研究生20多名。发表论文100多篇，编著出版了我国第一部《土动力学》和《饱和砂土瞬态动力学特性机理与分析》等著作。

现担任中国土木工程学会土力学与基础工程学会常务理事、中国振动工程学会土动力学专委会副主任、陕西省岩石力学与工程学会理事长、《岩土工程学报》编委等职。

目 录

出版者的话

序

前 言

第一章 复合地基的基本理论	1
第一节 复合地基的基本概念	1
第二节 碎石桩复合地基的抗液化工作机理	2
第三节 现用碎石桩复合地基液化检验方法的分析	7
第四节 建立碎石桩复合地基液化检验理论的基本思路	12
第二章 复合地基液化检验理论的建立	14
第一节 渗透固结理论与动力反应分析的讨论	14
第二节 碎石桩复合地基液化检验理论的振动固结控制方程	19
第三节 三维条件下碎石桩复合地基的液化评判标准	26
第四节 三维条件下土的静力、动力非线性本构模型	32
第五节 三维条件下土中动孔压发展的计算模型	42
第三章 碎石桩复合地基液化检验理论的数值方法研究	47
第一节 三维 20 节点六面体等参单元的有限元法	47
第二节 振动固结控制微分方程组的离散和解法	53
第三节 土体震动固结分析法的实现与计算步骤	68
第四节 复合地基液化检验理论的数值计算程序	74
第五节 复合地基液化检验理论数值计算程序的检验和验证	86
第四章 碎石桩复合地基液化检验理论的应用与分析	92
第一节 计算方案和基本参数	92
第二节 碎石桩复合地基的震动液化计算和分析	103
第三节 碎石桩复合地基液化检验理论的工程应用实例	131
第四节 碎石桩复合地基的震动孔压特性（小结）	142
结 语	147
主要参考文献	150

第一章 复合地基的基本理论

砂土和轻亚粘土地基振动液化的危害是工程界关注的焦点之一。近十余年来发展的多种可液化地基处理加固方法中，碎石桩法由于其技术适用性强，加固效果好，施工简便，工期短，且无需三材，成本低廉而为人们所注视，在它的应用方面也积累了较丰富的经验。但由于问题的复杂性，对于可液化砂基经过处理而形成的碎石桩复合地基的地震液化评定和检验问题，尽管一些学者已进行了研究并提出了多种方法，仍然没有得到很好的解决。本书是对这一课题进行更深入研究的成果总结。为了能够更好地理解本书的内容，先对复合地基的基本理论作一简介。

第一节 复合地基的基本概念

复合地基一般指天然地基的一部分或全部被人工置换或者被加强的人工地基，这部分加强体与原地基在基础下共同承担外部荷载并协调变形。

从这个概念可看出，复合地基有三个基本特点：一是复合地基是由加强体和原地基两部分复合而成，在复合体下仍存在下卧层，从而与天然地基相区别，在复合地基设计时，要对其下卧层进行强度和变形的验算；二是在外部荷载作用下复合体中的加强体和原地基共同承担荷载的作用，在复合地基设计时，要充分利用原地基的强度，充分发挥原地基对荷载的分担作用，从而使复合地基的承载能力得到提高；三是在外部荷载作用下，加强体与原地基的变形是协调而一致的。复合地基的变形将比天然地基的小，从而达到地基处理的目的。

复合地基在一般意义上指桩式复合地基，根据加强体的性质

和刚度，桩式复合地基可细分为散体材料桩复合地基（如碎石桩复合地基、砂桩复合地基），柔性桩复合地基（如水泥搅拌桩复合地基、CFG 桩复合地基）和刚性桩复合地基（如疏桩基础）。有的学者也将有水平向加强体地基（如土工织物复合地基）包括在复合地基之内，但一般认为将桩式加强体复合地基分为以上三类还是比较合理的。

散体桩复合地基中的桩体材料是由散状材料（碎石、砂、钢渣等）组成，桩体没有或有很小的凝聚力，桩体作用主要靠周围的原地基土体的握持力而发挥；而水泥土桩复合地基是由水泥及石灰等胶结材料将软弱地基的部分土体胶结在一起形成桩体，桩体与未被胶结的原地基共同承载。

作者认为，只有从不同复合地基的受力机理和荷载传递特性出发把握住各类复合地基的本质特性，才能给出合理的分类方案，而且仅从定性角度对复合地基进行分类尚不能满足理论研究的需要，从量的方面对复合地基进行分类，目前还很少研究。

桩式复合地基中由于桩体在材料、刚度及成桩工艺上不同，效用也不同，但目的都是提高地基强度，改善地基的变形特性，对于可液化的砂土和轻亚粘土地基，还要满足动荷作用下地基抗震的要求。从总体来看，复合地基的功用，主要有五个方面，即：桩体功用、密实功用、排水功用、垫层功用和加筋功用。上述五种功用并不是每种桩式复合地基都具备的，在复合地基设计时，应根据天然地基的土性特点、施工工艺及处理的要求，选择桩体的合适形式和材料，以充分发挥各加固功用的功能。

下面结合砂土—碎石桩复合地基的工作机理重点剖析上述的有关功用，其它功用见有关文献。

第二节 碎石桩复合地基的 抗液化工作机理

对于砂土和轻亚粘土的可液化地基由碎石桩形成复合地基而

加固的机理，已有不少学者进行了讨论。这里，仅从其抗震设防要求的角度来进行分析。

饱和砂土在地震荷载作用下会发生液化，其根本原因在于：一是地基的密实度不足，在动荷作用下孔压上升、有效应力降低，颗粒处于悬浮状态，使地基承载力不足，变形增大；二是地震作用下产生的孔隙水压力不能及时消散，造成地基的喷砂冒水或砂土的流动。当可液化的砂土地基用碎石桩法加固处理以后，首先，基土的密实度提高，产生所谓的密实效用。这种密实效用既包括振冲对砂土地基的振密，又包括成桩使桩位的砂土被挤入桩间砂土的挤密。由于振密和挤实两种效应对桩间砂土密实效用的作用不同，而且与施工机械的激振能量的大小、设计的桩距、桩径和原始砂土的相对密度有关，有时挤密效应随着桩径的扩大和桩距的减小而增大，而振密效应却在其它条件相同时随着桩距的减小而减小。因此，在进行复合地基设计时，应综合考虑挤密效果和振密效果对密实效用的贡献，合理确定复合地基的设计参数。

其次，碎石桩体的排水功用，抑制了动荷载作用下桩间砂土内孔压的上升。日本柳堀义彦的振动液化试验得出，当给定的加速度为 2.5m/s^2 时，原状砂的抗液化临界相对密度为 66%，而设置了砂砾排水桩（置换率为 17%）的复合地基抗液化临界相对密度仅需 46%。曾昭礼在大兴现场测得天然地基距振冲中心约 2.0m 范围内振动孔压剧增，造成土的液化，2.0m 以外随距离增加基本上按指数关系递减，而有碎石排水桩包围的复合地基，超静孔隙水压力比天然地基降低了 66%。王余庆也曾对粉土地基的加固现场进行了孔压实测，结果表明在距桩 0.92m 处实测的孔压对于天然地基孔压比为 1.0，即天然地基已发生了液化，而采用 1.40m 桩距加固的碎石桩复合地基桩间土中最大孔压比仅为 0.34，采用 1.60m 桩距的桩间土中最大孔压比接近 0.40。

Seed 和 Booker 认为碎石桩排水功用的大小与碎石桩半径 a 与桩间有效距离的一半 b 的比值（即 a/b ）的大小有关。他们在大型振动台上以同一条件进行不同 a/b 比值的碎石桩排水减压试

验，得出在不设排水桩（即 $a/b=0$ ）的情况下，振动到 $t=\frac{1}{2}t_d$ (t_d 为振动延续时间) 时就发生了液化并在此后继续保持液化状态；另一组直径较小 ($a/b=0.1$) 的碎石桩复合体虽然也发生了液化，但比不设桩的发生晚，且液化区增长到强振终止后即减小和消散。当采用 $a/b=0.25$ 的碎石桩时，振动的最大孔压比已小于 0.60。因此用碎石桩作为地基抗液化的处理措施时应当在设计和施工中保证碎石桩复合地基有一定的桩径和桩间距，才能达到抗振的目的。为了探索排水桩的分析计算方法，Seed 等人假定：①布桩面积较大，将排水桩视作三维轴对称问题；②考虑到砂层的水平渗透系数高于竖向渗透系数，而且在天然砂层中常夹有薄的粘性土层妨碍竖向渗透，故仅考虑径向排水；③孔隙水的流动服从达西定律，渗透系数和压缩系数为常数；④碎石桩体的渗透系数为极大以致在振动过程中的超孔压为零。从而由三维流动的连续方程式：

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{k_h}{\gamma_w} \frac{\partial P}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{k_h}{\gamma_w} \frac{\partial P}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{k_v}{\gamma_w} \frac{\partial P}{\partial z} \right) = \frac{\partial \epsilon}{\partial t} \quad (1-1)$$

式中 P 为超静孔隙水压力； k_h 、 k_v 分别为水平向和竖直向的渗透系数； γ_w 为水的重度； ϵ 为体积应变（收缩为正）。

在仅考虑水平方向的径向排水时，写成下式：

$$\frac{k_h}{\gamma_w m_v} \left(\frac{\partial^2 P}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial P}{\partial r} \right) = \frac{\partial P}{\partial t} - \frac{\partial P_{e_k}}{\partial N} \frac{\partial N}{\partial t} \quad (1-2)$$

式中 m_v 为体积压缩系数； P_e 为振动孔压； N 为振动循环数。

并用有限元计算程序解算式(1-2)，在计算中所采用的孔压模型为

$$\frac{\partial N}{\partial t} = \frac{N_t}{t_d} \quad (1-3)$$

式中 N_t 为地震时的等效循环数。

实际上在地震时砂基不仅向碎石桩排水，而且也有竖向排水，尤其是上部砂层，因此在有些情况下竖向排水起着较大作用，合理的计算应当同时考虑竖向和径向排水的效应。对此，徐志英进

行了研究，得到如下方程式：

$$\frac{\partial P}{\partial t} = C_v \frac{\partial^2 P}{\partial z^2} + C_h \left(\frac{\partial^2 P}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial P}{\partial r} \right) + \frac{\partial P_g}{\partial N} \frac{\partial N}{\partial t} \quad (1-4)$$

式中 $C_v = k_v \gamma_u m_v$ 为垂直向固结系数； $C_h = k_h \gamma_u m_v$ 为水平向固结系数。

尽管人们对碎石桩在抗液化过程中的排水效用在试验实测和理论分析上都进行了较为深入的研究，但这些研究仅就排水效用而言的，并没有与桩间土的密实效用及后面将讨论的桩体刚度效用相联系，而且分析过程中的某些假定也与实际地基不相一致。

再次，碎石桩体的存在不仅分担了上部垂直荷载的作用，而且还分担了振动剪应力对土体的作用。大家知道，在静荷作用下，随着上部荷载的增大，应力逐渐向桩上集中，桩体对荷载的分担作用增大，桩—土应力比大于 1.0，出现桩体效用。但在动荷作用下，桩体效用的发挥及其对复合地基抗液化贡献的研究还较少。如在动荷作用下桩体能分担剪切应力对土体的作用，则复合地基的抗液化能力必将提高。尽管动孔压的上升，使得砂土有效应力降低，会减弱砂土对桩体的侧限约束作用，使桩体效用的发挥受到限制，然而实际上砂土—碎石桩复合地基的几种效用是相互联系并耦合作用的，桩间砂土的密实效用和碎石桩的排水效用使得在动荷作用下的孔压上升受到限制，并及时得到扩散和消散，使桩体的动刚度仍大于桩间砂土的动刚度，从而分担地震剪切应力，提高复合地基的抗液化能力。

在现场对加固前后地面加速度的测量和剪切波的测量，可定性地反映桩体分担剪应力的情况。郝增志等通过对振冲加固前后的地面振动加速度的测量发现，加固后地基的垂直、水平切向和水平径向的加速度均较加固前分别减少 28.2%、12.5% 和 19.0%。可见桩体分担水平剪切应力的作用也很明显。

如果认为复合地基的抗液化剪应力是由碎石桩体和桩间砂土共同承担的，桩体和桩间土的刚度不同，使剪应力在桩上也出现集中，则类似于垂直荷载的情况，也可由剪应力平衡条件得到

下式：

$$\tau_s = \tau / [1 + m(n - 1)] \quad (1-5)$$

式中 τ 为总剪应力; τ_s 为作用在桩间土上的剪应力; m 为碎石桩面积置换率, $m = \frac{A_p}{A}$ (A_p 为桩面积, A 为一根桩所承担的处理面积); n 为桩—土应力比, $n = \frac{\tau_p}{\tau_s}$ (τ_p 为作用在桩体上的剪应力)。

这样, 如设桩径 $d = 0.80m$, 桩距为 $L = 2.0m$, 按正三角形布桩, 则 $m = \frac{\pi}{4} d^2 / \frac{\sqrt{3}}{2} L^2 = 0.144$ 。这时当桩—土应力比 n 分别为 2~4 时, 有

$$n = 2 \quad \frac{\tau_p}{\tau} = 12.6\%$$

$$n = 3 \quad \frac{\tau_p}{\tau} = 22.4\%$$

$$n = 4 \quad \frac{\tau_p}{\tau} = 30.2\%$$

这样的分析可以对桩对土的剪应力分担情况有个定量的认识。

正是上述砂土—碎石桩复合地基工作的密实效用、排水效用和桩体效用使复合地基抗液化能力得以提高, 使碎石桩处理可液化砂土地基成为主要的方法之一, 而且得到了实际地震的检验。

1964 年日本新泻地震时有两个 2 万 m^3 和一个 3 万 m^3 的油罐建在振冲碎石桩加固的复合地基上, 尽管附近未加固地基上的油罐有显著下沉和倾斜, 但建在加固地基上的 2 万 m^3 的油罐仅下沉 2~3cm, 3 万 m^3 的油罐沉降稍大, 但这 2 个油罐都可继续使用。又如日本十胜冲造纸厂地基为 20m 深的细砂层, 地下水位于地表下 1.5m, 设计时对三个建筑物分别采用了 1.35m 间距振冲加打桩, 1.55m 间距振冲, 以及不加处理三种方法, 在 1968 年 5 月 16 日十胜冲地震时, 未进行地基加固处理的建筑物破坏严重, 地基只采用振冲加固的建筑物破坏轻微, 而地基采用振冲加打桩

的建筑物无明显破坏。

应该认识到，砂土—碎石桩复合地基的密实效用、排水效用和桩体效用是相互联系并耦合作用的。除了与天然砂基的土性有关外，还与设计的桩距、桩径、桩长以及地震强度和施工质量等诸多因素有关。如果复合地基不具有抗震设防的要求而发生液化，则地基处理自然是失败的。但是即使不发生液化，也可能在地震过程中由于在地基不同部位复合地基有效应力的降低或孔隙水压力的上升较大及其变化不一致，使复合地基沉降增大并且不均匀，也会不能满足上部结构变形的要求；另一方面由于碎石桩体本身不具有凝聚力，其桩体强度的发挥是靠桩周砂土上的约束作用而发挥的，一旦地基中因孔隙水压力的上升而使有效应力降低时，桩周砂土对桩体的约束力减少，从而使桩体承载力降低，同时，桩间砂土有效应力的降低使得荷载还要向桩体集中，可能造成动荷作用下复合地基的承载力不足使地基失效。可见碎石桩复合地基在动荷作用下的作用机理并不象上述分析的三种效用的单独作用那么简单。因此不能认为只要对可液化地基采用碎石桩法处理就能达到抗液化要求。据有关文献报告，1978年日本宫城县冲地震时，建造在振冲加固5.0m深砂基上的油罐就遭到了相当大的损害。因此如何评定和检验砂土—碎石桩复合地基在不同设防要求下的液化，并使其经济性和安全性相协调，仍然是一个没有很好解决的实际课题。

第三节 现用碎石桩复合地基液化 检验方法的分析

为了判定砂土—碎石桩复合地基在一定抗震设防要求下是否会失效，必须建立符合该种复合地基性状的液化检验理论。一些学者各自在对复合地基的理解和某一种试验研究的基础上建立了相应的方法，本节对目前在工程中有所应用的一些方法进行讨论和分析。