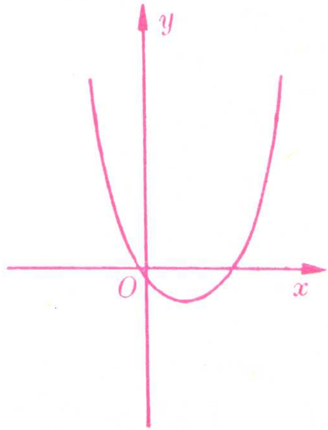
SHU

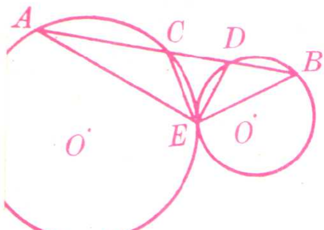


你能正确选择吗？

（一）

——漫谈数学选择题解法

张福生编



XUE

你能正确选择吗？（一）

——漫谈数学选择题解法

张福生　编

上海科学技术出版社

你能正确选择吗？（一）
——漫谈数学选择题解法
张福生　编
责任编辑　周玉刚
上海科学技术出版社出版
（上海瑞金二路450号）
新华书店上海发行所发行　上海群众印刷厂印刷
开本 787×1092　1/32　印张：3.25　字数 71,000
1986年12月第1版　1986年12月第1次印刷
印数：1—33,100
统一书号：13119,1387　定价：0.46元

编 者 的 话

《你能正确选择吗?》是奉献给正在学习初等数学的成人中学学员和自学青年等广大读者的一套知识性和训练性相结合的丛书。

目前，在初等数学的学习、训练、测试和知识竞赛或智力竞赛中，有一种题型很具特色，这就是带有判断性、选择性的题型，通常叫做选择题。这种题型，在题中就已提供了好几个答案，其中有一个或几个是对的，要你作出正确的选择。

这类题型，答题很简单，只需指出哪一个对就行了，但要答对并不容易。这要求有清晰的概念辨析能力，或有熟练的运算能力，或有较强的逻辑推理能力，在思维上还要有相当的严密性、深刻性和灵活性。经常做这类题，对知识掌握、能力提高和思维训练，都有独特的作用。此外，由于这种题型带有客观性，即不管什么人答的题，由不管哪个人阅卷，评分标准和得分都一样，不会带有阅卷人的主观因素，因此这种题型在数学学习成绩的测量和数学知识竞赛或智力竞赛中被广泛采用，成为"标准化考试"中的一种重要题型。

但是，目前广大的读者尤其是成人中等学校的学员和自学青年，大都缺少解这种题型的训练，不掌握它的特点和基本解题方法与规律，遇到这种题型往往束手无策，很不适应。大家都盼望得到既有解这种题型的方法指导、又能受到较系统训练的小册子。

正是为了满足读者的上述需要，我们编写了这套数学丛书。它根据初等数学的主要学习内容和学习顺序编排，共分六册。本书是第一册，基本上是初中一年级的内容，供学习初一数学的学员和自学青年使用，也供广大中学数学教师和研究数学标准化考试命题与从事题库建设的人员参考。

本书共分两部分。第一部分是《漫谈数学选择题解法》，深入浅出地分析了这种题型的一些主要特点，介绍了几种基本解法。第二部分是训练题，每题都有代号为 A、B、C、D 的四个答案，其中有且只有一个是正确的，请你把正确答案的代号填入题中的(　)里。

本书书末还附了正确答案，你可以检测自己选对了几个。如果不对，就分析一下原因，从中找出学习中的不足，加以改进。

这本小册子的知识、方法介绍和训练，将使你知识更牢固，技能更熟练，思维更敏捷，成绩更进步！

欢迎大家一道题一道题试一试，看看"你能正确选择吗？"

本书中《漫谈数学选择题》是根据唐盛昌同志的文章改写的，在此谨表谢意。

虽然在编写中尽了自己的努力，但限于水平，书中一定有不少缺点错误，恳请读者指正。

编　者

一九八五年十一月

目　　录

漫谈数学选择题解法

你做过选择题吗？选择题是一种很有意思的题型。它在题目里就把正确结论告诉了你，但这个结论又混在好几个错误结论一起，要求你把它选择出来。这种供选择的所有结论，都叫做选择支。一般的选择题，通常有一个并且只有一个选择支是正确的。解选择题时，不要求写具体过程，只要指出哪个选择支是正确结论就行。做选择题看来很省事，但要做对却不容易。先看一个例子：

例1 对于有理数 a、b，下列结论中一定正确的是（ ）。

(A) 若 $|a|>|b|$，则 $a>b$；

(B) 若 $a<b$，则 $|a|<|b|$；

(C) 若 $|a|=|b|$，则 $a=b$；

(D) 若 $a=b$，则 $|a|=|b|$。

这里四个结论好象都不错，其实只有(D)是对的。因为 $|a|>|b|$ 时，有可能是 $a<0$、$b>0$，如 $|-5|>|3|$，但 $-5\not>3$；同样，$a<b$ 时，对任意 $a<0$、$b>0$ 都满足，但 $|a|<|b|$ 却不一定成立，如 $-5<3$，但 $|-5|\not<|3|$；此外，$|a|=|b|$ 时，也可能有其中一正、一负，如 $|-5|=|5|$，但 $-5\neq5$。只有当 $a=b$ 时，$|a|=|b|$ 成立才是任何情况下都对的。

答题省事，但容易出错，这是选择题的明显特点。答题省事，可以节省答题时间，提高解题效率；容易出错，可以检验知识掌握得好不好，能力强不强。选择题的这些特点，可使你得

到别的题型所不能替代的训练效果。

当你对选择题的解法很陌生时，常常就会想当然，象猜谜似地猜答案；有时是每道题都象解常规题那样直接做出答案，再作选择；甚至把每个选择支都当作一道题，一个个去解，结果一道题变成了四、五道。由于不知道解选择题的一些基本方法，所以弄得不是出错就是费时费力太多。这里，我们向大家介绍一些常见的选择题解法。有了这些方法，再做一些练习进行训练，你解选择题的本领一定会有明显的提高。

(一) 直 接 法

这种解法，先不管各选择支所提供的答案，而直接从条件出发，运用数学概念与法则、理论，进行运算或推理，求得结果后，再把它与各选择支加以比较，作出选择。

例 2 要使代数式$\dfrac{(a+3)(a-2)}{a-2b}$的值为零，其中字母的取值必须是(　)。

(A) $a=-3$；　　(B) $a=2$；

(C) $a=-3$ 或 $a=2$；　　(D) 以上答案都不对。

解 要使代数式$\dfrac{(a+3)(a-2)}{a-2b}$的值为零，必须使分子为零，即$(a+3)(a-2)=0$。显然 $a=-3$ 或 $a=2$ 能满足。但因为这个代数式还有分母，分母的值不能为零，就是说 $a-2b\neq 0$，即 $b\neq\dfrac{a}{2}$。所以，在 $a=-3$ 的同时，必须 $b\neq-\dfrac{3}{2}$；$a=2$ 的同时，必须 $b\neq 1$，这才能使所给代数式的值为零。所以，(A)、(B)、(C)都不对，应选(D)。

这道题主要检查分数和分式的概念是否牢固掌握。由于在讨论分子为零时，分母必须不为零这一点往往容易忽视，稍不注意，就会诱使你选择(*A*)、(*B*)、(*C*)之一，造成错误。选择题的这种命题办法，通常叫“诱误”。要避免落入诱误的圈套，就必须对概念有透彻的理解，有分析辨别的能力。解这种强化基本概念和基本运算的题，通常先可尝试用直接法解。

例3 化简求值：当 $a=5\frac{2}{3}$, $b=-1\frac{1}{17}$ 时，代数式

$$(5a^2-3b^2)-\{[(a^2+ab-b^2)-(a^2-6ab+2b^2)] -(6ab-5a^2)\}$$

的值是(　)。

(*A*) -6;　　(*B*) 6;

(*C*) $399\frac{1}{9}$;　　(*D*) 以上答案都不对。

解 原式 $=(5a^2-3b^2)-[(a^2+ab-b^2-a^2+6ab-2b^2) -(6ab-5a^2)]$

$=(5a^2-3b^2)-(7ab-3b^2-6ab+5a^2)$

$=5a^2-3b^2-ab+3b^2-5a^2$

$=-ab$。

当 $a=5\frac{2}{3}=\frac{17}{3}$, $b=-1\frac{1}{17}=-\frac{18}{17}$ 时，

原式 $=-ab=6$。所以，应选择(*B*)。

例2、例3出现了“以上答案都不对”这样的选择支，这两道例题恰好分别显示了两种情况：一是为了不给解题的人过多的暗示，故意把正确的答案隐藏在这一选择支中，如例2；二是正确答案虽在其他选择支中，但用“以上答案都不对”来干扰答题的人。解这两种类型的题，常常要用直接法才能决定哪

个选择支正确。

用直接法解选择题虽然是以条件为主进行考虑的，但解题时如果能注意选择支所可能提供的暗示，对避免诱误很有好处。所以审题时应对各选择支作一番认真仔细的观察与分析。

例 4 若当 $x=0$ 时，二次三项式 $(2m-2)x^2+4mx+|m|$ 的值为 1，则 m 的值只能是(　)。

(A) $m=1$ 或 $m=-1$；　　(B) $m=1$；

(C) $m=-1$；　　(D) 以上答案都不对。

解 ∵ $x=0$ 时，原式 $=1$，将 $x=0$ 代入原式，得 $|m|=1$，∴ $m=1$ 或 $m=-1$。但因为原式是二次三项式，所以 x^2 项的系数 $2m-2\neq 0$，否则原式就不是二次式了，于是 $m\neq 1$，正确的答案是(C)。

这里，用直接法解得 $m=1$ 或 $m=-1$ 时，很可能落入(A)的诱误。但如果注意到(B)、(C)实际上给出了"在 $m=1$、$m=-1$ 中只有一个正确"的暗示，那么就能促使我们作进一步的思考，抓住"二次"的特点，舍去 $m=1$。

还要说明的是，当运用直接法求得的答案与所有选择支的答案都不相同时，就应该检查解题过程，找找看，哪里出了毛病。当求得的结果与某个选择支的答案相同时，通常就按它作答。但如果解题过程有错误，或者基本概念理解有问题，求得的结果往往恰是某个用来诱误的选择支，那就很可能出错，如例 4 选(A)那样。这种情况下，解题者本人往往难以察觉。这是用直接法解选择题时一个比较困难的地方。克服这个困难的办法，就是要正确理解概念，正确进行运算，以保证按常规解法求得的结果正确无误。还有象例 4 那样去认真审题，利用选择支的暗示作用，也可帮助我们避免错误。

（二）筛选法

筛选法是把已知条件与各个选择支所提供的答案结合起来，根据有关的基本知识进行考虑，将不可能成立的答案一个一个否定掉。由于一般选择题中有一个并且只有一个答案是正确的，就可把剩下的那个正确答案筛选出来。

例 5 多项式$\left(\frac{4}{5}x^3+\frac{3}{4}x^2y-\frac{3}{5}y^3\right)$与$\left(\frac{1}{2}xy^4-\frac{1}{3}x^4y\right)^2$的积等于（ ）。

(A) $-\frac{4}{45}x^{11}y^2+\frac{1}{12}x^{10}y^3-\frac{1}{3}x^8y^5-\frac{1}{4}x^7y^6+\frac{2}{5}x^5y^8+\frac{3}{16}x^4y^9-\frac{3}{20}x^2y^{11}$；

(B) $\frac{4}{45}x^{11}y^2+\frac{1}{12}x^{10}y^3-\frac{1}{15}x^8y^5-\frac{4}{15}x^7y^4-\frac{1}{4}x^6y^5+\frac{1}{5}x^5y^8+\frac{1}{5}x^4y^7+\frac{3}{16}x^4y^9-\frac{3}{20}x^2y^{11}$；

(C) $\frac{4}{45}x^{11}y^2+\frac{1}{12}x^{10}y^3-\frac{1}{3}x^8y^5-\frac{1}{4}x^7y^6+\frac{2}{5}x^5y^8+\frac{3}{16}x^4y^9+\frac{3}{20}x^2y^{11}$；

(D) $\frac{4}{45}x^{11}y^2+\frac{1}{12}x^{10}y^3-\frac{1}{3}x^8y^5-\frac{1}{4}x^7y^6+\frac{2}{5}x^5y^8+\frac{3}{16}x^4y^9-\frac{3}{20}x^2y^{11}$。

解 观察 4 个选择支，发现(A)、(C)、(D)的差别是首项和末项的符号，而(B)则比其他几个答案多了几项。再分析原式，被乘式每个项都是 3 次，乘式为二项五次式的平方，每一项都是 10 次，因而乘积的每一项都应是 13 次，(B)中第 4、

5、7 项仅 11 次，先予否定；再看首项，它是 x 的最高次项，应是两因式中 x 的最高次项的乘积，它们的系数积应为正，所以否定(A)；同样，末项是 y 的最高次项，系数应为负，所以否定(C). 因此，正确答案为(D).

例 6 方程组 $\begin{cases} \dfrac{x+2y}{6}-\dfrac{x-2y}{5}=1, & ① \\ x-17y=-3\dfrac{3}{19} & ② \end{cases}$ 的解是(　　).

(A) $\begin{cases} x=-8, \\ y=1; \end{cases}$　　(B) $\begin{cases} x=\dfrac{1674}{19}, \\ y=\dfrac{102}{19}; \end{cases}$

(C) $\begin{cases} x=-\dfrac{26}{19}, \\ y=\dfrac{2}{19}; \end{cases}$　　(D) $\begin{cases} x=-3, \\ y=0. \end{cases}$

解 把所给解逐个代入原方程组检验. 为方便起见，可由简到繁：(D) 代入原方程组的方程①，不满足，否定；(A) 代入，满足①不满足②，否定；(C)代入，满足②不满足①，否定. ∴ 应选(B).

例 7 满足等式 $1987=1986x-1985y$ 的一组自然数是(　).

(A) $x=16741$, $y=16642$;　(B) $x=3043$, $y=3144$;

(C) $x=11912$, $y=11917$;　(D) $x=1949$, $y=1961$.

解 本题用直接解法比较困难，代入计算也比较繁复，用筛选法比较简便.

先从数的奇偶入手. ∵ 1987 是奇数，$1986x$ 为偶数，∴ $1985y$ 必须是奇数，就是说 y 一定得是奇数. 由此，(A)、(B)

被否定；再从个位数字考虑：(C)的两项，$1986x=\cdots2$，$1985y=\cdots5$，$\therefore$ $1986x-1985y=\cdots7$；(D) 的两项，$1986x=\cdots4$，$1985y=\cdots5$，$\therefore$ $1986x-1985y=\cdots9$。显然 (D) 的两项差不可能等于 1987，否定(D)。于是，肯定答案为(C)。

本题如果都从个位数字考虑，也可否定(A)、(B)和(D)，肯定(C)。

你一定已经发现，运用这种方法常常可以避免不少繁复的运算，较快较准地作出选择。这里的关键是要找到某种方便而有效的筛选、鉴别准则，如例 5 中的次数与系数的符号，例 7 中数的奇偶关系与积的个位数字等，可用它来排除那些不正确的答案，使供选择的可能减少到最低限度，甚至剩下一个，一下子找到正确答案。这种筛选法，是解选择题时常用的一种方法。

(三) 特例判定法

我们知道，要否定某个带有普遍性的结论，只需举个反例。因为选择题各选择支中一定有几个是不对的，所以我们可以用取特殊值、画特殊图形或确定特殊位置等办法，来加以判断。如果其他的选择支都可以举特例否定，那么剩下的一个就一定是正确答案。这种方法称为特例判定法。

例 8 三个连续奇数，中间一个是k，则它们的积是(　　)。

(A) $8k^2-8k$；　　(B) k^3-4k；

(C) $8k^3-2k$；　　(D) $4k^3-k$。

解 取特殊值。令 $k=1$，则另两个奇数为 -1，3，这三个连续奇数的积为$(-1)\times1\times3=-3$。而将 $k=1$ 代入(A)、(B)、(C)、(D)，分别得 $0,-3,6,3$。所以否定(A)、(C)、(D)，

正确的答案是(B)。

例 9 设 $xy=a$，$xz=b$，$yz=c$，且 $abcxyz\neq 0$。则 $x^2+y^2+z^2=($　　$)$。

(A) $\frac{ab+ac+bc}{abc}$；　　(B) $\frac{a^2+b^2+c^2}{abc}$；

(C) $\frac{(ab)^2+(ac)^2+(bc)^2}{abc}$；$(D)$ $\frac{(ab+ac+bc)^2}{abc}$。

解 令 $x=1$，$y=2$，$z=-1$，则 $a=2$，$b=-1$，$c=-2$。计算得 $x^2+y^2+z^2=6$。

而此时(A)、(B)、(C)、(D)各选择支的值，分别是 -1，$\frac{9}{4}$，6，4。除(C)外的值都不等于 $x^2+y^2+z^2$ 的值 6。由于选择支中必有一个是正确的，所以应选(C)。

当出现“以上答案都不对”那样的选择支，而正确的答案又恰好是这个选择支时，也有可能用特例法去解。

例 10 当 a、b 是两个不相等的正数时，下列三个代数式中间，值最大的一个是(　　)。

(I) $(a+\frac{1}{a})\cdot(b+\frac{1}{b})$；　　(II) $\left(\frac{a-b}{2}+\frac{2}{a-b}\right)^2$；

(III) $\left(\frac{a+b}{2}+\frac{2}{a+b}\right)^2$。

(A) 必是(I)；　(B) 必是(II)；　(C) 必是(III)；(D) 不能确定，与 a、b 取值有关。

解 取 $a=1$，$b=2$。则(I)、(II)、(III)分别取值 5，$6\frac{1}{4}$，$4\frac{25}{36}$，于是(A)、(C)被否定；再取 $a=2$，$b=3$，则(I)、(II)、(III)又分别取值 $8\frac{1}{3}$，$6\frac{1}{4}$，8.41，于是(B)被否定。所以正确的答案是(D)。

运用特例判定法的关键是寻找恰当的特殊值、特殊图形或图形的特殊位置．在只有少量几种可能需要加以否定时，这种方法运算简捷、推理方便的优点，更能得到体现．但采用这种方法，有时选择一个特殊值不一定就能全部否定错误答案、找到正确答案，这就需要几次选取特殊值来检验．这一点也是要注意的．

（四）逆 推 法

逆推法是从结论着手来考虑问题的．这种方法先假设某选择支的结论是对的，然后把它当作问题的条件，经过演算或推理，看得到的结果是不是满足题目的要求．如果不满足，那么这个选择支就是错误的；如果有一个选择支满足，那么它就是正确的答案．

例 11 若一个负数 a 乘以三个不同的数 b、c、d 后，得到的积 $abcd$ 是负数，那么 b、c、d 三数的符号情况只能是（ ）．

（A）二个正数，一个负数；（B）二个负数，一个正数；

（C）三数同号；（D）以上答案都不对．

解 逐个逆推．先看（A）：可知 bcd 为负，而 a 为负，故 $abcd$ 为正，不合要求，于是否定（A）；再看（B）：可知 bcd 为正，a 为负，故 $abcd$ 为负，符合要求，但还不能肯定“只能是”这一情况；再看（C），又有两种情况：若 b、c、d 同为正号，则 $abcd$ 为负，符合要求；若 b、c、d 同为负号，则 $abcd$ 为正，不合要求，所以否定（C）．但由于（B）没有包含（C）中 b、c、d 同正的情况，故不合“只能是”的要求，（B）也被否定．所以正确的选择是（D）．

例 12 三个质数 a、b、c 满足 $a+b=c$，$a<b$，那么 a

等于(　)。

(A) 11；　(B) 7；　(C) 2；　(D) 3。

解　逐个逆推。先看(A)：若 $a=11$，则 b 必为大于 11 的质数，即 b 必为奇数，于是 $a+b=c$ 为大于 2 的偶数，这与已知 c 是质数矛盾，故否定(A)。同样，$a=7$、$a=3$ 也得到矛盾，故否定(B)、(D)。所以，正确的结论是(C)。

以上我们介绍了解选择题的四种常用方法。直接法是从肯定某个结论而作出选择的，而筛选法、特例判定法与逆推法是从否定某些结论而作出选择的。在具体解题时，往往需要把几种方法结合起来，灵活运用。

还必须指出，上面介绍的几种方法，只是帮助大家初步了解，可以用哪些方法对选择题进行分析、求解。但运用这些方法时不能死套硬搬，更离不开对数学基础知识与基本技能的牢固掌握。在双基熟练的基础上，再经过解选择题的一定训练，学会灵活运用适当的方法，才能较好地解答各种选择题。

一、有 理 数

1．有下列各量：

① 身高 1.65 cm 和 0.95cm；

② 收入 300 元，支出 500 元；

③ 向南走 5 公里，向西走 5 公里；

④ 初一(1)班有男生 21 人，女生 24 人；

⑤ 得分 75 分，失分 25 分；

⑥ 节约油 105 公升，浪费水 4 吨。

其中，相反意义的量为(　)。

(A) ①,②,④,⑤,⑥；　(B) ③,④,⑤；

(C) ②,⑤；　(D) ②,⑤,⑥。

2．已知下列各数：

$-\frac{1}{2}$, 3, 0.54, $-(-5)$; $-\frac{1}{3}$, 0, -7。

其中正数的个数是(　)。

(A) 4；　(B) 3；　(C) 2；　(D) 1。

3．第 2 题各数中，整数的个数是(　)。

(A) 1；　(B) 2；　(C) 3；　(D) 4。

4．已知下列各数：

-4, 30.8, $-\frac{1}{7}$, 6, 0, -0.37, $1\frac{1}{4}$, $-3\frac{2}{3}$。

其中非负数的个数是(　)。

(A) 2；　(B) 3；　(C) 4；　(D) 5。