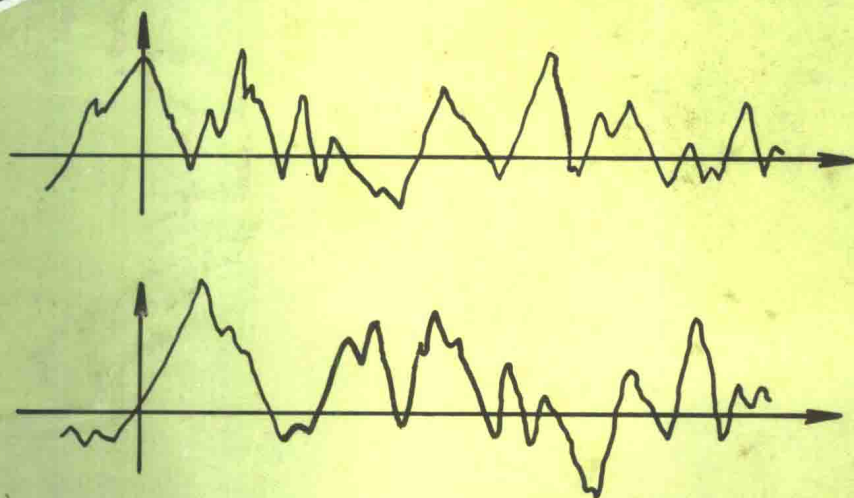


工程测试技术

冯凯昉 主编



西北工业大学出版社

工程测试技术

冯凯昉 主编

冯凯昉 朱名铨
姬中岳 焦生杰 张广卿 编

西北工业大学出版社

1994年3月 西安

(陕)新登字 009 号

【内容简介】 本书根据测试技术的要求,介绍个测试系统的组成、静态特性、试验数据处理及工程中几种常见物理量的测试方法。主要包括测试信号分析;测试装置的静、动态性能指标;常用传感器的工作原理、特性、测量电路及应用实例;力、振动、温度的检测;记录仪器及测试数据的处理分析等。

本书可作为高等院校教材及从事测试技术工作的工程技术人员的参考书。

工程测试技术

冯翼昉 主编

责任编辑 于兴旺

责任校对 钱伟峰

© 1993 西北工业大学出版社出版

(西安市友谊西路 127 号 邮编 710072)

陕西省新华书店发行

西北工业大学出版社印刷厂印装

ISBN 7-5612-0601-1/TN·20 (课)

开本 787×1092 毫米 1/16 11.5 印张 273 千字

1994 年 3 月第 1 版 1994 年 3 月第 1 次印刷

印数: 1—4 000 册 定价: 7.90 元

前 言

测试技术是一门蓬勃发展、富有生命力的综合性技术学科，广泛应用于国民经济各个领域。

本书内容多，涉及面广。在编写过程中，作者根据多年的教学实践，本着学用一致的原则，以组成测试系统的几个环节为线索，以测试技术的基础知识和有关共性问题为主，以力、振动和温度的测试为例，并适当介绍有关的先进科学技术，以适应技术发展的需要。

在编写过程中，将传感器与相应的测量电路放在一起，便于讲授，易学易记，避免前后重复，重点突出，内容连贯。既有理论，又有工程实例；既有广度，又有深度。每章后边有习题，以供练习。本书用到的数学公式和有关定理，只引用结论，主要说明其物理意义和应用方法，不作推导。

本书可作为高等院校机械制造类专业的教材，也可供有关工程技术人员参考。

本书由西北工业大学冯凯昉同志主编。参加本书编写的有西北工业大学冯凯昉（绪论、第三、四章）、朱名铨（第一、七章）、姬中岳（第五章），西安公路学院焦生杰（第二章），西安矿业学院张广卿（第六章）等同志。西安交通大学王光铨同志对全书作了仔细审阅，并提出了许多宝贵意见，在此表示深切的谢意。

本书在编写过程中参阅了兄弟院校的教材和讲义，并得到许多同志的关心和帮助，谨表谢意。

由于编者水平有限，书中涉及的知识面又很广，错误和欠妥之处，恳请提出批评指正。

编 者

1993年4月

目 录

绪 论	1
第一章 信号分析基础	3
§ 1-1 信号的分类及描述	3
一、信号的分类	3
二、信号的描述	4
§ 1-2 周期信号的频谱	4
一、周期信号的分解	4
二、周期信号的频谱	7
三、周期信号的强度	8
§ 1-3 非周期信号的频谱	8
一、频谱密度函数	8
二、傅里叶变换的主要性质	10
§ 1-4 随机信号	12
一、均值、方差、均方值	12
二、概率密度函数	11
三、自相关函数	13
四、自功率谱密度函数	15
五、互相关函数与互谱密度函数	16
习 题	18
第二章 测试系统的特性	19
§ 2-1 概述	19
§ 2-2 测试系统的静态特性	19
一、静态特性指标	20
二、静态特性参数的测定	21
§ 2-3 测试系统的动态特性	21
一、线性系统的主要特性	22
二、频率响应	22
三、单位阶跃响应	27
四、测试系统动态特性参数及其测定	28
§ 2-4 不失真测试的条件	31
习 题	33

第三章 常用传感器及测量电路 34

§ 3-1 电阻应变式传感器	34
一、金属电阻应变片	34
二、半导体应变片	40
三、电阻应变式传感器	43
§ 3-2 电感式传感器	44
一、自感式电感传感器	44
二、互感式电感传感器——差动变压器	50
三、电感传感器的应用	54
§ 3-3 涡流式传感器	54
一、涡流传感器的工作原理	54
二、涡流传感器的测量电路	55
三、涡流传感器	57
§ 3-4 电容式传感器	58
一、电容式传感器的工作原理及特性	58
二、电容式传感器的测量电路	60
三、电容式传感器的特点及应用	62
§ 3-5 压电式传感器	63
一、压电效应	63
二、压电材料	64
三、压电式传感器的测量电路	65
四、压电式传感器及其应用	66
§ 3-6 光电式传感器	68
一、半导体光电元件	69
二、光电传感器的应用	72
§ 3-7 霍尔式传感器	75
一、霍尔效应与霍尔元件	75
二、霍尔元件的主要特性参数	76
三、霍尔元件的应用	76
§ 3-8 光纤传感器	79
一、概述	79
二、光纤的结构形式和种类	79
三、光纤的传输原理及性能	80
四、光纤传感器	82
§ 3-9 热电偶	84
一、热电变换原理	84
二、热电偶的基本定律	86
三、热电偶的冷端温度补偿	88
四、热电势的测量	90

§ 3-10 数/模和模/数转换器	91
一、数/模转换器	91
二、模/数转换器	93
习 题	96
第四章 数字式传感器	98
§ 4-1 计量光栅	98
一、直线光栅的工作原理	98
二、细分技术	100
三、辨向电路	102
四、光栅式位移传感器	103
§ 4-2 感应同步器	104
一、感应同步器的结构原理	104
二、感应同步器的信号处理方式	106
§ 4-3 磁栅传感器	109
一、结构原理	109
二、信号处理	110
§ 4-4 编码器	112
一、增量式码盘	112
二、绝对式码盘	113
习 题	115
第五章 力、振动、温度的测试	116
§ 5-1 切削力的测试	116
一、切削力测试的方法和力的单位	116
二、测力仪的分类及基本要求	117
三、几种典型的切削测力仪	119
四、切削测力仪的标定	125
§ 5-2 振动的测试	126
一、振动测试的基本内容	127
二、激振器	127
三、测振传感器	128
四、结构动力参数的测定	134
§ 5-3 切削温度的测试	138
一、测温方法和温标	138
二、切削温度的测试	140
三、热电偶的标定与校正	142
附 录: 常用热电偶分度表	143
习 题	145

第六章 记录仪器	146
§ 6-1 光线示波器	146
一、光线示波器的结构	146
二、光线示波器的工作原理	148
三、振动子的结构及其特性	148
四、振动子的选择	153
五、振动子与测量电路匹配问题	153
§ 6-2 函数记录仪	154
一、函数记录仪的工作原理	154
二、函数记录仪的特点	155
§ 6-3 磁带记录仪	155
一、磁带记录仪的结构及工作原理	156
二、磁带记录仪分类和记录方式	157
习 题	160
第七章 测试结果的表达和统计数学模型的建立	161
§ 7-1 试验数据处理方法	161
一、静态试验数据处理	161
二、动态试验数据处理	162
§ 7-2 试验结果的表达	163
一、表格表示法	164
二、图示法——实验曲线法	164
§ 7-3 统计数学模型的建立	166
一、模型形式的选取	166
二、模型参数的确定	169
三、模型的统计检验	171
习 题	174
参考文献	175

绪 论

测试技术是一门综合性技术学科，它是以物理学、电子学、自动控制和数字技术等为基础的。其内容是研究材料和构件的状态，检查和测量自动化生产系统中的各种工艺参数以及模拟量与数字量之间的相互转换等。其目的是监视或控制生产过程的运行；鉴定产品的质量；为设计提供数据。所以它在科学研究、工业生产等领域起着重要的作用。

测试技术包含测量和试验两个方面。测量就是把被测系统中的某种信息检测出来并加以度量；试验就是将被测系统中的某种信息用专门的装置人为地把它激发出来以便测量。所以为了观察和研究事物的状态及变化特征都离不开测试。

在机床、车辆、飞机、船舶、兵器等机械制造工程部门，从产品的设计、制造到保证产品的正常使用和运转，都与测试技术分不开的。为了验证设计原理、选择设计方案、鉴定产品质量、解决产品使用过程中发现的问题，往往需要对产品进行静态或动态试验，以便获得必要的技术数据。产品必须经过试验研究，取得可靠数据，才能使设计的产品建立在坚实的科学基础上。

在机械加工中，为了提高零件的加工质量，就必须研究影响加工质量的因素——机床、刀具工艺系统产生的振动、变形、温度和切削力等，通过测试获得必要的的数据，以便采取相应的措施，提高零件的加工质量。随着科学技术和生产的发展，碰到的不仅是静态量，而越来越多的是动态量，测量精度要求愈来愈高。为了实现高精度动态量的检测，就必须寻求新的测量方法。通常都是把被测的非电量，通过传感器变换成与它有关的电信号，再对此电信号进行测量，这就是非电量电测技术。

测试技术的发展与生产和科学技术的发展是紧密相关不可分离的，它们互相依赖、互相促进。现代测量仪器和信号处理方法是科学研究的成果，而先进的检测仪器和设备，又给科学研究提供了有力的工具和先进的手段，从而促进了科学技术的发展。

测试包括测量和试验两方面含义。所谓测试就是利用一些仪器和设备，通过实验，从研究对象获得需要的信息的过程。它包括激励装置及信号的检测、调理、记录显示和分析处理等部分，如图 0-1 所示。狭义来讲，测试是指在选定的激励方式下对信号的检测、调理和记录显示。传感器用来感受被测信号的变化并转换成电信号

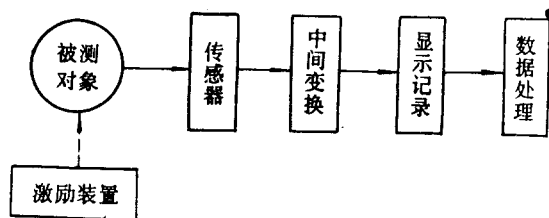


图 0-1 测试系统框图

输出；中间变换器用来实现信号的放大、滤波、调制、解调、阻抗变换和运算处理，对信号进行调整或再转换，使之变成需要的形式或电平送给记录显示器；记录显示器用来记录或显示被测信号的大小和变化情况。

由于测试目的和要求不同，测试对象又是千变万化的。因此，组成的测试系统、采用的传感器及其工作原理也各不相同。它涉及到机械、光学、电学、声学、热工、数字技术、控

制理论等多种学科，本书仅就测试技术的基础知识，常用传感器以及非电量电测方面有关知识加以介绍。通过本课程的学习，使学生能合理地选用测试装置，掌握测试所需要的基本知识和技能。

第一章 信号分析基础

在生产和科学实验中,常常需要了解被测对象的各种物理参数的大小和变化情况,而反映研究对象的状态或运动特征的这些物理量称为信号。信号中的有用信息是人们认识客观事物内在规律、研究事物之间相互关系、预测事物发展趋势的依据。研究从信号中提取有用信息的方法和手段称为信号分析。它是现代测试系统的一个组成部分,又是设计测试系统的依据。本章主要介绍频谱分析、相关分析和功率谱分析的基本概念,介绍信号频带宽度的确定方法,为正确选用和设计动态测试仪器提供依据。

§ 1-1 信号的分类及描述

一、信号的分类

一般信号都是随时间变化的时间函数,因此,可以根据信号随时间变化的规律分为确定性信号和随机信号。

(一) 确定性信号 它是可以用精确的数学关系式来表达的信号。给定一个时间值就可以得到一个确定的相应函数值。确定性信号根据它的波形是否有规律地重复分为周期性信号和非周期性信号。

周期性信号是按一定周期 T 重复的信号,简谐信号是最简单的周期信号,任何周期信号都可以看作是简谐信号的合成。

非周期信号没有重复周期。非周期信号包括瞬态信号和准周期信号两类。

准周期信号是由有限个简谐信号合成的一种非周期信号。设信号 $x(t)$ 由二个简谐信号合成,即

$$x(t) = A\sin 2t + B\sin(\sqrt{3}t + \theta)$$

二个简谐信号的角频率分别为 2 和 $\sqrt{3}$,它们的周期分别为 π 和 $\frac{2\pi}{\sqrt{3}}$ 。由于二个周期没有最小公倍数,或者说由于二个角频率的比值为无理数,它们之间没有一个共同的基本周期,所以信号 $x(t)$ 是非周期的,但它又是由简谐信号合成的,故称之为准周期信号。

确定性信号也可以按照它的取值情况分为连续信号和离散信号。连续信号是指:在某一时间间隔内,信号的幅值可以取连续范围内的任意数值。这样的连续时间函数所表示的信号就是连续信号。常见的信号大都属于这一类(如图1-1中(a),(b),(c),(d),(e)所示)。离散信号的离散性可以表现在时间或幅值上,例如每天中午测量一次室温,则测量记录的温度信号就是离散信号,而经过测试系统量化后的温度信号就是在时间和幅值上都离散的信号,又称为数字信号。

(二) 随机信号 不能用精确的数学关系式来表达,也无法确切地预测未来任何瞬间的精确值的信号,称为随机信号。对于随机信号虽然也可以建立某些数学模型进行分析和预测,

但只能是在概率统计意义上的近似描述,这种数学模型称为统计模型。

确定性信号和随机信号之间并不是截然分开的,通常确定性信号也包含着一定的随机成分,而在一定的时间内,随机信号也会以某种确定的方式表现出来,判断一个信号是确定性的还是随机的,通常是以通过实验能否重复产生该信号为依据。如果一个实验重复多次,得到的信号相同(在实验误差范围内),则可认为是确定性信号,否则为随机信号。

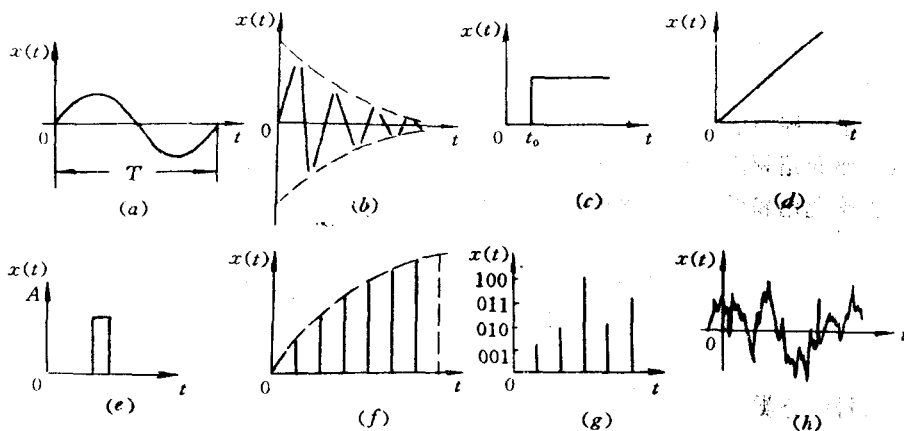


图 1-1 各种信号波形图

(a) 简谐信号 (b) 衰减振荡信号 (c) 阶跃信号 (d) 斜波信号
(e) 脉冲信号 (f) 时间离散信号 (g) 数字信号 (h) 随机信号

二、信号的描述

任何一个信号都可以用时域和频域进行描述。表征信号的幅值随时间的变化规律称信号的时域描述,而频域描述是研究信号的频率结构,即组成信号的各频率分量的幅值及相位的信息,例如周期性方波可以看成是由一系列频率不同的正弦波叠加而成。

从时域图形中可以知道信号的周期、峰值和平均值等,可以反映信号变化的快慢和波动情况。用时域描述比较直观、形象,便于观察和记录。由频域描述的图形——频谱图中可以研究其频率结构。例如对振动信号进行频谱分析,可以从频谱图中看出该振动是由哪些不同的频率分量组成的,各频率分量所占的比例,以及哪些频率分量是主要的,从而找出振源,以便排除或减小有害振动。

时域分析和频域分析是分析信号的两个方面,二者之间有着密切的关系并互为补充。例如信号重复周期的倒数就是基波频率,即 $1/T = f_0$ 。时域中脉冲信号的上升时间和脉宽决定了频域中组成脉冲信号的高频分量的多少。所以说时域描述和频域描述是一个信号在不同域中的两种表示方法。

§ 1-2 周期信号的频谱

一、周期信号的分解

正弦信号是简谐信号,而锯齿波、三角波、方波等都是非简谐信号。简谐信号是最简单的和

最重要的周期信号。任意一个周期信号可以用简谐信号来表达,两者之间联系的桥梁是傅里叶级数,所以傅里叶级数是周期信号分析的理论基础。

任何一个周期信号在满足狄里赫利条件时,都可以展开成傅里叶级数。

(一) 三角傅里叶级数 周期信号 $x(t)$ 的三角傅里叶级数表达式为

$$x(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos n\omega_0 t + b_n \sin n\omega_0 t) \quad (1-1)$$

式中 ω_0 —— 基波角频率, $\omega_0 = \frac{2\pi}{T}$, T —— 信号周期;

a_0, a_n, b_n —— 傅里叶系数, n —— 正整数。傅里叶系数可由下式计算

$$\left. \begin{aligned} a_0 &= \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} x(t) dt \\ a_n &= \frac{2}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} x(t) \cos n\omega_0 t dt \\ b_n &= \frac{2}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} x(t) \sin n\omega_0 t dt \end{aligned} \right\} \quad (1-2)$$

将式(1-1)中正弦、余弦项合并,可得

$$x(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cos(n\omega_0 t - \varphi_n) \quad (1-3)$$

式中

$$A_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2}; \quad \varphi_n = \operatorname{tg}^{-1} \frac{b_n}{a_n}$$

式(1-1)和式(1-3)表明周期信号可以用一个常值分量 a_0 和无限多个谐波分量之和表示。其中 $A_1 \cos(\omega_0 t - \varphi_1)$ 为一次谐波分量(或称基波)。基波的频率与信号的频率相同,高次谐波的频率为基频的整数倍。高次谐波又可分为奇次谐波(n 为奇数)和偶次谐波(n 为偶数)。这种把一个周期信号 $x(t)$ 分解为一个直流分量 a_0 和无数谐波分量之和的方法称为谐波分析法或傅里叶分析法。

(二) 复数傅里叶级数 傅里叶级数也可以写成复指数函数形式。根据欧拉公式

$$e^{\pm j\omega t} = \cos \omega t \pm j \sin \omega t \quad (1-4)$$

得

$$\cos \omega t = \frac{1}{2} (e^{j\omega t} + e^{-j\omega t})$$

$$\sin \omega t = \frac{1}{2j} (e^{j\omega t} - e^{-j\omega t})$$

代入式(1-1)得

$$\begin{aligned} x(t) &= a_0 + \sum_{n=1}^{+\infty} \left[a_n \frac{1}{2} (e^{jn\omega_0 t} + e^{-jn\omega_0 t}) + b_n \frac{-j}{2} (e^{jn\omega_0 t} - e^{-jn\omega_0 t}) \right] \\ &= a_0 + \sum_{n=1}^{+\infty} \left[\frac{1}{2} (a_n - jb_n) e^{jn\omega_0 t} + \frac{1}{2} (a_n + jb_n) e^{-jn\omega_0 t} \right] \end{aligned}$$

令

$$C_0 = a_0$$

$$C_n = \frac{1}{2} (a_n - jb_n)$$

$$C_{-n} = \frac{1}{2}(a_n + jb_n)$$

可得

$$x(t) = C_0 + \sum_{n=1}^{\infty} C_n e^{jn\omega_0 t} + \sum_{n=1}^{\infty} C_{-n} e^{-jn\omega_0 t} \quad (1-5)$$

如果把式(1-5)第三项中 n 值取为从 -1 到 $-\infty$, 得到

$$\sum_{n=1}^{+\infty} C_{-n} e^{-jn\omega_0 t} = \sum_{n=-\infty}^{-1} C_n e^{jn\omega_0 t}$$

代入式(1-5) 并合并各项则得

$$x(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} C_n e^{jn\omega_0 t} \quad n = 0, \pm 1, \pm 2 \dots \quad (1-6)$$

式(1-6) 为傅里叶级数的复数形式。该式表明: 周期信号可分解成无限多个指数分量之和。由欧拉公式可知, 简谐信号可以用两项分别具有正负指数的项相加表示。因此, 在复指数函数表示法中周期信号就由一组具有正负指数的函数组成。

将 a_n, b_n 代入式(1-6) 中得

$$C_n = \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} x(t) e^{-jn\omega_0 t} dt \quad (1-7)$$

C_n 称为复数傅里叶系数, 它的模和相角表示 n 次谐波的振幅和相位, 即

$$\left. \begin{aligned} |C_n| &= \frac{\sqrt{a_n^2 + b_n^2}}{2} = \frac{A_n}{2} \\ \varphi_n &= \arctg \frac{-b_n}{a_n} \end{aligned} \right\} \quad (1-8)$$

由于式(1-6) 中谐波次数 n 值可正可负, 因此势必会有 $(-\omega)$ 出现, 这是因为从实数形式的傅里叶级数过渡到复数形式的傅里叶级数, 用复数表示正弦和余弦, 所以 $(-\omega)$ 完全是由于用复数表示所引起的, 无实际意义。

例 1-1 图 1-2 所示方波的函数表达式为

$$x(t) = \begin{cases} 1 & 0 < t < \frac{T}{2} \\ -1 & -\frac{T}{2} < t < 0 \end{cases}$$

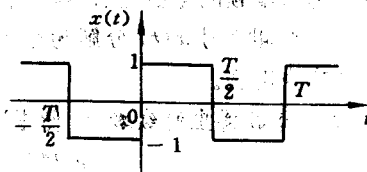


图 1-2 方波信号波形

试将其分解为傅里叶级数。

解 因为函数波形对称原点, 所以是一个奇函数, 因而 $a_0 = a_n = 0$ 。

$$\begin{aligned} b_n &= \frac{2}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} x(t) \sin n\omega_0 t dt \\ &= 2 \frac{2}{T} \int_0^{\frac{T}{2}} \sin n\omega_0 t dt \\ &= \frac{4}{T} \left[-\frac{1}{n\omega_0} \cos n\omega_0 t \right] \Big|_0^{\frac{T}{2}} = \frac{2}{n\pi} (1 - \cos n\pi) \\ &= \begin{cases} 0 & n \text{ 为偶数} \\ \frac{4}{n\pi} & n \text{ 为奇数} \end{cases} \end{aligned}$$

故

$$\begin{aligned}
 x(t) &= \frac{4}{\pi} \sin \omega_0 t + \frac{4}{3\pi} \sin 3\omega_0 t + \frac{4}{5\pi} \sin 5\omega_0 t + \dots \\
 &= \frac{4}{\pi} \cos \left(\omega_0 t - \frac{\pi}{2} \right) + \frac{4}{3\pi} \cos \left(3\omega_0 t - \frac{\pi}{2} \right) + \frac{4}{5\pi} \cos \left(5\omega_0 t - \frac{\pi}{2} \right) + \dots \quad (1-9)
 \end{aligned}$$

二、周期信号的频谱

由上述可知,利用傅里叶级数能确切地表达信号分解的结果,但不直观。为了既简单又明了地表示一个信号中包含了哪些频率分量及各分量占的比例大小,通常用频谱图来表示。

以频率(或圆频率)为横坐标,幅值 A_n 或相角 φ_n 为纵坐标所作的图称为频谱图。频谱图通常包括幅频谱图($A_n - \omega$ 图)、相频谱图($\varphi_n - \omega$ 图)两部分,图 1-3 为周期性方波的频谱图。图中的线段称为谱线。每条谱线代表一个谐波分量。由于方波的偶次谐波幅值为零,所以图中只有奇次谐波。

信号各谐波分量的相角 φ_n 与信号在时间轴上的位置有关。将信号沿时间轴移动将引起相角 φ_n 的变化,但各谐波分量相对角的差值不变。例如方波各谐波相位角 φ_n 可以是零,也可以是 $\frac{\pi}{2}$ 或其它值,但它们的相位角相等,其相位谱由一组等高的谱线组成。

由频谱图可以看出周期信号的频谱具有如下几个特点:

(1) 频谱是由不连续的谱线组成,每条谱线代表一个谐波分量。这种频谱称离散频谱。

(2) 谱线之间的间隔等于基波频率 ω_0 的整数倍。即频谱中的每一条谱线只能出现在基波频率 ω_0 的整数倍上,各谐波的频率 $n\omega_0$ 都是基波频率的整数倍。

(3) 工程中常见的周期信号,其谐波幅度总的趋势是随谐波次数的增高而减小的。

从理论上讲,一个周期信号可以利用傅里叶级数分解成无穷多个或有限个谐波分量。但实际应用中不可能取无穷多项,只能取有限项近似地表示。这就不可避免地带来误差。例如,方波的傅里叶展开式为式(1-9),图 1-4 为谐波项数的多少与方波近似的程度。图中阴影部分为误差部分,可以看出谐波分量越多,叠加后的波形越接近实际信号的波形。

因为谐波的幅度总趋势是随谐波次数的增高而减小的,信号的能量主要集中在低频分量,所以谐波次数过高的那些分量,所占能量很少,高阶分量可忽略不计。那末应当取多少项合适呢?工程上提出了一个信号频带宽度的概念。信号频宽的大小与允许误差的大小有关。通常把

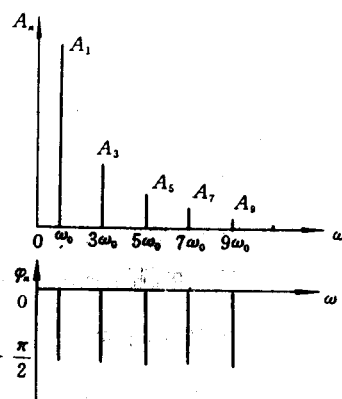


图 1-3 周期性方波频谱图

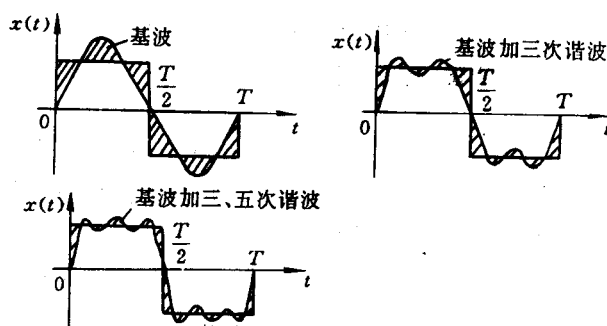
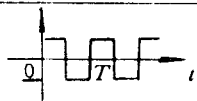
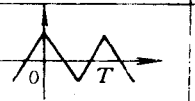
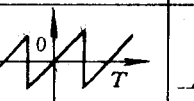
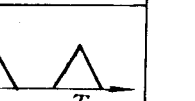


图 1-4 谐波项数与方波近似程度

频谱中幅值下降到最大幅值的 1/10 时所对应的频率作为信号的频宽,称为 1/10 法则。

信号的频宽也可以根据信号的时域波形粗略地确定。表 1-1 为常见周期信号的波形及其频带宽度。可以看出,对于有突跳的信号(如序号为 1、3 的波形),其频带宽度较宽,可取其基频的 10 倍为频宽,对于无突跳的信号(如序号为 2、4 的波形),信号变化较缓,频宽较窄,可取基频的 3 倍为频宽。

表 1-1 常见周期信号的波形及其频宽

序号	1	2	3	4
波形				
频宽	$10\omega_0$	$3\omega_0$	$10\omega_0$	$3\omega_0$

在选择测量仪器时,测量仪器的工作频率范围必须大于被测信号的频宽,否则将会引起信号失真,造成较大的测量误差。因此,在设计或选用测试仪器前必须了解被测信号的频带宽度。

三、周期信号的强度

周期信号的强度用其峰值、均值、有效值和平均功率来表述。如图 1-5 所示。

(一) 峰值

$$x_F = |x(t)|_{\max} \quad (1-10)$$

即信号的最大瞬时值。

(二) 均值

$$\mu_x = \frac{1}{T} \int_0^T x(t) dt \quad (1-11)$$

为信号的常值分量,表示信号的静态分量,反映了信号 $x(t)$ 在一个周期内的平均值。

(三) 有效值(或均方根值)

$$x_{rms} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T x^2(t) dt} \quad (1-12)$$

为信号的有效值(均方根值),它反映了信号的功率大小。

(四) 平均功率(或均方值)

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T x^2(t) dt \quad (1-13)$$

为信号的均方值,表示信号能量的大小,是信号强度方面的基本描述。

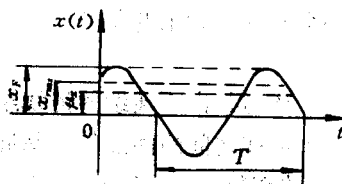


图 1-5 周期信号的强度表示

§ 1-3 非周期信号的频谱

一、频谱密度函数

当周期信号的周期趋于无限大时,周期信号将演变成非周期信号。因此,非周期信号的频

谱也可由周期信号的频谱导出。

如前所述,周期信号的指数函数表达式为式(1-6)。当周期 $T \rightarrow \infty$ 时, $n\omega_0 \rightarrow \omega$, $\omega_0 \rightarrow \Delta\omega$, $\Delta\omega$ 为无穷小量,即 $n\omega_0$ 的取值间隔为无穷小,所以 $n\omega_0$ 由离散量变成连续量,周期信号变为非周期信号。现用 ω 代替 $n\omega_0$,则式(1-6)可写成

$$x(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \left[\frac{1}{2\pi} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} x(t) e^{-jn\omega_0 t} dt \right] e^{jn\omega_0 t} \Delta\omega$$

当 $T \rightarrow \infty$, $\Delta\omega \rightarrow d\omega$, $\sum \rightarrow \int$, 则有

$$x(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \left[\int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-j\omega t} dt \right] e^{j\omega t} d\omega$$

将方括号中的部分用符号 $X(\omega)$ 表示,则有

$$X(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-j\omega t} dt \quad (1-14)$$

$$x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} X(\omega) e^{j\omega t} d\omega \quad (1-15)$$

周期信号的频谱是离散的,谱线间的间隔为 $\omega_0 = \frac{2\pi}{T}$,当信号周期趋于无限大时,周期信号就演变为非周期性信号,谱线间的间隔趋于无限小量 $d\omega$,非连续变量 $n\omega_0$ 变成连续变量 ω , T 用 $\frac{2\pi}{d\omega}$ 代替,求和运算变成求积分运算。

式(1-14)称为傅里叶变换(FF),式(1-15)称为傅里叶反变换(FFT),二者合称傅里叶变换对。傅里叶变换是将时域函数变换为频域函数。 $X(\omega)$ 表示角频率为 ω 处的单位频带宽度内频率分量的幅值与相位,称为函数 $x(t)$ 的频谱密度函数(或简称频谱函数)。

频谱密度函数为复数,复数形式为

$$X(\omega) = |X(\omega)| e^{j\varphi(\omega)}$$

$$|X(\omega)| = \sqrt{X_R^2(\omega) + X_I^2(\omega)} \quad \varphi(\omega) = \text{tg}^{-1} \frac{X_I(\omega)}{X_R(\omega)}$$

式中 $|X(\omega)|$ —— 幅频谱函数;

$\varphi(\omega)$ —— 相频谱函数;

$X_R(\omega)$ 、 $X_I(\omega)$ —— 分别为频谱密度函数的实部和虚部。

总之,非周期信号的频谱可由傅里叶变换得到,它是频率的连续函数,故频谱为连续谱。

例 1-2 求如图 1-6 所示矩形脉冲函数的频谱

$$x(t) = \begin{cases} 1 & |t| < \tau \\ 0 & |t| > \tau \end{cases}$$

解 根据傅里叶变换,其频谱函数为

$$\begin{aligned} X(\omega) &= \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-j\omega t} dt = \int_{-\tau}^{\tau} e^{-j\omega t} dt \\ &= -\frac{1}{j\omega} [e^{-j\omega t}] \Big|_{-\tau}^{\tau} = \frac{1}{j\omega} [e^{j\omega\tau} - e^{-j\omega\tau}] \\ &= \frac{2}{\omega} \sin\omega\tau = 2\tau \frac{\sin\omega\tau}{\omega\tau} \end{aligned}$$

其频谱函数的虚部为零,频谱函数为实函数,故相频谱为零,幅频谱图如图 1-7 所示。

当 $\omega = 0$ 时, $X(\omega)$ 取得最大值,即