

邮电高等学校专科教材

管理运筹学

谢世昌 主编 亢耀先 审



人民邮电出版社

邮电高等学校专科教材

管理运筹学

谢世昌 主编

亢耀先 审

人民邮电出版社

登记证号(京)143号

内 容 提 要

本书系统地阐述了企业管理中几种常用的运筹学方法。全书共分八部分十三章,有线性规划、整数规划、网络分析、存储论、排队论、模拟方法和运筹学的计算机算法及程序。每章后附有习题。本书注重实用,便于自学。

本书是邮电高等学校管理专业专科教材,也可作非管理专业、经济管理人员和工程技术人员自学或培训教材。

邮电高等学校专科教材

管理运筹学

谢世昌 主编

亢耀先 审

*

人民邮电出版社出版
北京东长安街27号

人民邮电出版社河北印刷厂印刷
新华书店北京发行所发行
各地新华书店经售

*

开本: 850×1168 1/32 1992年6月第一版

印张: 13 页数: 208 1992年6月第1次印刷

字数: 343千字 印数: 1—3000册

ISBN7-115-04642-5/G·148

定价: 4.20元

序 言

本书是邮电高等学校管理专业专科教材。为了考虑适应专科学
生理论基础和实际工作需要，在多次教学实践基础上精选和提炼了
运筹学中的内容并增加了模拟方法和运筹学的计算机算法及程序内
容。在计算方法上，既注重数学上的逻辑性和严密性，又不作繁琐的
数学推导和证明而侧重经济意义上的分析，使读者便于学习和运用。

本书绪论、第一章至第四章由谢世昌编写，第五、六、十二章
由杨和雄编写，第七、八两章由王作民编写，第九、十两章由王曼
英编写，第十一、十三两章由李鲁湘编写。由谢世昌主编。

在编写过程中，邹晶、但仲立等同志对初稿提出了不少宝贵意
见，本书由亢耀先教授进行了认真的审阅和修改，特此致谢。

由于编者水平所限，不妥之处在所难免，恳请广大读者指正。

编 者

1990年3月

CA 90/08

目 录

绪论	(1)
第一章 线性规划基础	(7)
第一节 线性规划问题的一般模型	(7)
第二节 线性规划的标准型	(15)
第三节 线性规划的图解法	(18)
第四节 线性规划的几何意义	(21)
习题一	(25)
第二章 单纯形法	(29)
第一节 单纯形法的引入	(29)
第二节 单纯形法	(33)
第三节 对单纯形法的进一步讨论	(43)
第四节 对线性规划问题解的讨论	(48)
第五节 改进单纯形法	(55)
习题二	(62)
第三章 对偶线性规划	(66)
第一节 对偶问题的建立	(66)
第二节 对偶问题的基本性质	(70)
第三节 对偶单纯形法	(77)
第四节 对偶单纯形法的应用	(80)
习题三	(83)
第四章 线性规划问题的灵敏度分析	(85)
第一节 边际值 (影子价) 及其应用	(85)
第二节 对 C_j 值的灵敏度分析	(91)
第三节 对 b_i 值的灵敏度分析	(95)

第四节	对 a_{ij} 值的灵敏度分析	(98)
第五节	灵敏度分析举例	(100)
习题四		(104)
第五章	运输问题	(106)
第一节	运输问题的数学模型	(106)
第二节	表上作业法	(110)
第三节	运输分配法	(116)
第四节	供需不平衡的运输问题	(119)
第五节	转运问题	(122)
第六节	有特殊要求的运输问题	(124)
习题五		(127)
第六章	整数规划	(132)
第一节	引例	(132)
第二节	分枝定界法	(133)
第三节	0—1型整数规划	(136)
第四节	割平面法	(139)
第五节	任务分配问题	(143)
习题六		(148)
第七章	动态规划	(152)
第一节	两个引例	(152)
第二节	动态规划的基本概念和原理	(154)
第三节	常见的动态规划模型	(163)
习题七		(174)
第八章	图和网络分析	(178)
第一节	引例	(178)
第二节	图和网络的基本概念	(181)
第三节	树图及最短连线问题	(186)
第四节	最短路径问题	(193)
第五节	最长路径问题	(200)

第六节	网络的最大流	(202)
第七节	中国邮递员问题	(210)
第八节	旅行商问题	(214)
	习题八	(217)
第九章	排队论	(224)
第一节	基本概念	(224)
第二节	泊松过程	(230)
第三节	到达间隔时间和服务时间的分布	(234)
第四节	生灭过程	(236)
	习题九	(239)
第十章	几个排队系统的分析	(241)
第一节	单服务台系统 $M/M/1$ 模型	(242)
第二节	多服务台并列系统 $M/M/C$ 模型	(254)
第三节	一般服务台系统 $M/G/1$ 模型	(265)
第四节	排队系统的优化	(268)
	习题十	(272)
第十一章	存储论	(275)
第一节	存储论的基本概念	(275)
第二节	确定型存储模型	(278)
第三节	简单随机存储模型	(293)
第四节	ABC 库存分类管理方法	(297)
	习题十一	(298)
第十二章	系统模拟	(301)
第一节	模拟概述	(301)
第二节	随机数的生成	(311)
第三节	模拟实例	(323)
	习题十二	(337)
第十三章	运筹学的计算机算法和程序	(339)
第一节	线性规划问题的计算机程序	(339)

第二节	动态规划的计算机算法和程序.....	(367)
第三节	网络分析的计算机算法和程序.....	(374)
第四节	排队系统的模拟计算机算法和程序.....	(389)
第五节	数学规划软件系统简介.....	(402)

绪 论

管理运筹学 (*Operation Research of Management*) 是一门有关运用、筹划的学问。它的目的是为管理人员在作决策时提供科学的依据。因此,它是实现管理现代化的有力工具之一。

一、运筹学的简史

运筹学作为一门新学科出现在20世纪30年代末。在第二次世界大战期间,武器的如何有效使用落后于武器的发明制造,为了解决作战行动和军需供给中所发生的问题,组织了各种不同领域的科学工作者,来研究这方面的问题。因为这种研究与研究技术问题不同,就称之为“运用研究” (*Operational Research*) (我国在1956年曾用过“运用学”的名词,到1957年正式定为“运筹学”,简称“O·R”)。例如,英国的防空指挥研究系统,由科学家布莱凯特 (*P·M·S·Blackett*) 指导组织,研究雷达与高射炮间的有效配合,预防德国飞机对英国领土的轰炸;研究如何确定侦察机飞行路线、架数及飞行的时间,封锁德国潜水艇在比士考海湾的活动。美国为了保护在大西洋中的运送船队,组织了运筹学小组,研究过如何护航的问题。在军需物资的生产方面,为了在一定时间内供应出较多的合格品,就必须解决一些象产品验收、预防废品和其它有关生产效率的问题。凡此种种,都有一个共同的观点,就是研究如何合理使用它们并加以改进,以期达到最大效果。在此期间,这些运筹小组作了大量工作,成绩显著,为运筹学的发展积累了丰富的资料。

鉴于运筹学工作在战争中起着重大作用,战后,很多国家的军事部门都扩大了运筹学工作的组织及研究的范围。成立了不少运筹

学的研究机构，以后，逐渐扩展到卫生、教育、运输、城市系统、“悠闲”工业（包括旅游业、体育等）、公用事业、加工工业等领域。因此，国外常把运筹学称为管理科学（*Management Science*）。

1. 运筹学的一些主要理论研究成果

1917年丹麦工程师爱尔兰（*A·K·Erlang*），根据他所研究的成果写了一篇重要的论文：《在自动电话接线上有关概率论的几个问题》，为后来的排队论建立了基础。1930年列文逊（*Horace·C·Levenson*），开始了有关商品问题的分析以提高销售量。1939年苏联卓越的数学家康特洛维奇（*Kantarovitch*）写出了《生产组织与计划中的数学方法》一书。这是运筹学中最早的一部著作。1947年丹捷格（*G·B·Dantzig*）提出了求解线性规划问题的单纯形法。在1951年美国的莫尔思（*Morse*）和金布尔（*Kimball*）总结了第二次世界大战期间的部分方法和经验，合著了《运筹学方法》一书。1954年麦克劳斯开（*McCloskey*）和特里费生（*Trefethen*）发表了《管理运筹学》。1960年以后，各种论著和教科书陆续出版，这里应该提及1969年出版的一本树立运筹学新标准的教科书，瓦格纳（*Wagner*）的《运筹学原理和对管理决策的应用》。它被应用得很广泛。

最早建立运筹学会的国家是英国（1948年），接着是美国（1952年），法国（1956年），日本和印度（1957年）等。1959年出现了国际运筹学联合会（*IFORS*）。到1986年为止，国际上已有39个国家和地区建立了运筹学会或类似组织。

经过许多学者、专家的努力，运筹学不论在原理上还是在方法上都有了突破。由于电子计算机的问世，更推动了运筹学的应用和发展。70年代以来，运筹学在国际上逐渐被应用于大系统的运行控制和对未来世界的预测。

2. 我国运筹学的发展概况

在50年代中期钱学森、许国志等教授将运筹学由西方引入我国，并结合我国的特点在国内推广应用。在经济数学方面，特别是

投入产出表的研究和应用开展较早。质量控制（后改为质量管理）的应用也有特色。1958年，粮食部门的运输工作者总结出一套具有我国独特风格的“图上作业法”。1965年，1970年以华罗庚教授为首的一大批数学家加入到运筹学的研究队伍，使运筹学的很多分支很快赶上当时的国际水平。

我国的运筹学会成立于1980年。1982年加入国际运筹学联合会。随着社会主义现代化建设事业的发展，运筹学在应用上将会取得更大的成绩。

综上所述，国外有人把运筹学的发展过程分为三个阶段：第一阶段是1946年以前，运筹学主要用于军事；第二阶段是1947年至60年代上半期，运筹学主要用于工厂企业管理，在理论上趋于成熟；第三阶段是60年代下半期以来，其主要特征是：研究的系统由小而大，注意与系统分析相结合；时间上由短而长，因此必须与未来学紧密相结合；研究因素由技术转向非技术，涉及技术、经济、社会、心理等综合因素的研究；采用数学方法外，还引入一些非数学的方法和理论（例如层次分析法——AHP）。

二、运筹学的研究对象和主要内容

运筹学是一门多学科的综合科学。它涉及社会活动的各个方面，而主要是定量地研究一些有组织的、带有重复性的社会活动。因此尚未形成一个整体的理论，也不可能把各种模型连贯起来形成一个概念性的统一体。运筹学工作者只是运用各自掌握的技术，共同研究所面临的复杂问题。从实践中形成如下主要分支：数学规划论、图与网络理论、随机服务理论（即排队论）、策略论、存储论、更新论、搜索论、可靠性理论、模拟技术等等。本书只选择了其中几个分支的基本部分加以论述。

三、运筹学的工作步骤

运筹学在解决大量实际问题过程中形成了自己的工作步骤。

1. 提出和形成问题 形成运筹学的问题，必须满足如下要求：

1) 问题的陈述必须有明确的目标。例如邮车在市内各支局的转趟问题，即邮车从邮局出发、各支局、营业点都到一次，然后又回到邮局。邮车怎样选择行走路线，才能使所走的路程最短？这里的“路程最短”就是目标。目标必须明确，否则无法求解。

2) 问题必须含有机动成分。上例中行车路线就是机动成分。如果问题中不存在机动成分，比如甲地到乙地只有一条路可走，那就不存在如何选择近路的问题了。根据运筹学里“运用”和“筹划”的涵义，只有实现目标有多种途径或方法时才需要“运用”和“筹划”。在运筹学的各类问题中，都必须具有某种“过与不及”的因素，即：多了不好，少了也不好的情况，这时才有必要去追求“不多不少”的目标。

3) 问题的叙述必须含有约束条件。比如某机械车间加工一批产品，月加工量为200件，这批产品需要经过两种不同型号的机床完成加工任务，机床1的月加工能力最多为400台时，机床2的月加工能力至少应安排150台时，那么如何安排各机床的加工任务，使月产量成套产品最多？其中各机床的月加工能力就是约束条件。运筹学的问题也只有在一一定的约束条件下才具有意义，否则就不会产生上述“过与不及”的现象了，因而也就谈不上如何合理运筹了。

以上三条是提出和形成正式问题必不可少的。

2. 建立模型 模型是对研究对象的一种描绘。它是从对象中把有关的重要部分抽象出来的。运筹学中的模型一般都是数学模型。建立模型主要靠经验与技巧，尚无一定方法。下列几点仅供参考。

1) 分析哪些因素会影响问题的目标？哪些因素是主要的？哪些因素是次要的或可有可无的？去掉哪些可有可无的因素（即依赖于其他因素的非独立的因素），如果有影响的因素太多，则可去掉一些次要因素，而只要考虑那些关系最大的主要因素。

2) 检查有影响的主要因素中哪些是可以控制的,就是说可以加以改变的,哪些是不能控制的。理清各因素之间的相互影响关系。

3) 把各种因素的关系用数学表达式或关系图等表示出来即成为模型。

3. 求解 根据模型的特点,采取适当的方法去求解。这是本书所要介绍的重点。

4. 模型的检验与控制 可采用期待性检验法或回顾性检验法。只要有可能,就进行期待性检验,也就是根据对模型求出的解来管理真实的系统,这种方法能相当有效地对模型的结构进行检验,还能提供一些基本参数。但是,这未必总能办到,在不可能这样做时,就必须将系统在过去的情况与对模型所作的预计和结论作一些比较。一般而言,这也是一件不易办到的事。

此外,求出的解能否实施,还要考虑一些其他因素,如:1) 与政府的方针政策是否有抵触;2) 是否符合当时、当地的实际情况,否则,理想解答也是无法实行和推广的。

虽然上述的顺序并不是标准的,但它是一般可以接受的。除“解出模型”阶段一般是根据较好的计算方法而外,其余各个阶段并没有固定的规则。

四、运筹学与其它相关学科的关系

从运筹学的简史可知,其内容和性质都在发生变化。首先是管理科学($M \cdot S$)的出现。管理科学($M \cdot S$)是在运筹学($O \cdot R$)原始概念的基础上建立起来的,两者有若干共同点。例如:重视科学方法;系统地解决问题;用数学和统计方法定量分析;针对经济与技术关系而不是心理与社会关系以及在严密的系统的战略下,谋求作出恰如其分的决定等等。因此,通常认为 $M \cdot S$ 即 $O \cdot R$ 。然而,也有的学者认为有区别, $M \cdot S$ 包括业务管理和政策管理两方面,而 $O \cdot R$ 仅涉及业务管理,而且 $O \cdot R$ 的应用也不限于在管理方

面，所以本书命名为管理运筹学。

再有，从管理发展史上看，40年代以来发展起来的还有系统理论，它包括系统分析、系统研究和系统工程（简称“S·E”），而以S·E为代表。S·E的基础理论除了M·S所涉及的一些理论外，还有控制论、模糊数学和大系统理论等。有的学者认为，O·R是研究战术问题的，而S·E是研究战略问题的，两者的区别有的时候仅仅是程度上的差异。基于O·R的内容已经而且还将继续发生变化，其应用趋向研究规模大和复杂的问题，如部门计划、区域经济等，因此与S·E越来越难于区分。

本书介绍了十几种理论、方法和模型，我们在应用的时候，应当是针对客观存在的实际问题有所选择，切忌削足就履，要求客观实际去迁就已经掌握的方法和模型。这里必须指出，对许多现实问题没有现成的模型可资套用，那就要求构造一些新的模型。因此，运筹人员一定要熟悉业务，掌握多种解决问题的手段。

第一章 线性规划基础

数学规划问题所讨论的内容概括地说有两类：一类是已有一定数量的人力、物质资源，研究如何充分和合理地利用这些资源，使完成的任务量最大，即获得最佳的经济效益；一类是已确定了一项任务，研究怎样合理安排，使耗费的资源量最小。因此数学规划问题一般总是要求有一个目标函数，并在一些限制条件的约束下，使此目标函数达到最大值或最小值。如果数学规划问题所归结出的目标函数是决策变量的线性函数，且约束条件可用决策变量的一个线性方程组或线性不等式组来表示，这样的规划问题就称线性规划（Linear Programming）问题。线性规划是运筹学的重要组成部分，是数学规划中发展最早，理论最成熟、应用最广泛的一个分支。

早在1939年，苏联数学家康特洛维奇就研究了运输和下料等问题，编著了《生产组织与计划中的数学方法》一书。由于他未能给出系统的、有效的算法等原因，他的工作当时没有被人们所重视。后来经过其他学者不断研究，特别是提出了单纯形法和对偶理论等，大大完善了线性规划的理论 and 计算方法，才引起了工程技术人员，管理人员和经济学者的重视，使线性规划广泛应用于各个部门，取得较好的效果。

本书一至五章对线性规划的几个最基本，最重要的问题进行研究。

第一节 线性规划问题的一般模型

建立数学模型是应用线性规划解决实际问题的第一步，下面通过实例来说明。

一、多产品生产问题

(例1.1) 某通信设备厂生产A型和B型两个型号通信设备，其利润分别为6万元/台和4万元/台，但计划期可动用的原料和工时是有限的。原材料只有100单位，工时只有120单位，单位产品的原材料和工时消耗如表1.1所示。

表 1.1 原材料和工时消耗表

产品型号	原材料(单位/台)	工时(单位/台)	利润(万元/台)
A型	2	4	6
B型	3	2	4
总计	100单位	120单位	

问如何组织生产，才能使利润最大？

解题的首要问题是建立数学模型，所谓建立数学模型（简称建模）就是将问题用数学形式表达出来。建立线性规划问题数学模型的步骤如下：

1. 确定决策变量 确定合适的决策变量是能否成功地建立数学模型的关键。本例中的决策变量就是两种产品的产量，设

x_1 为A型通信设备的产量，

x_2 为B型通信设备的产量，

2. 确定目标函数 就是将题目要追求的目标列成函数形式。很明显本例中的目标函数是使总利润

$f(x) = 6x_1 + 4x_2$ 最大，可写成取目标函数值最大化，如下式，

$$\max f(x) = 6x_1 + 4x_2$$

3. 确定约束条件方程 因为生产A型和B型可用的原料和工时都是有限的，不可能使 x_1 和 x_2 无限制地增加。因此，产量 x_1 和 x_2 的取值要受原料和工时的限制。将限制条件列成代数方程式，就是约束条件方程。此外，因为产量为负值是没有意义的，所以 x_1 、

$x_2 \geq 0$ ，我们称之为非负条件，这也是约束条件。本例的约束条件方程组为：

$$\text{约束条件} \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 \leq 100 & (\text{原料限制条件}) \\ 4x_1 + 2x_2 \leq 120 & (\text{工时限制条件}) \\ x_1, x_2 \geq 0 & (\text{非负条件}) \end{cases}$$

(例1.2) 某工厂生产三种产品，其利润如下：A产品=2元/台，B产品=4元/台，C产品=3元/台，每种产品需经过三种不同的机器生产过程，各产品经过每一过程所需时间及每一机器每周可用时间如下表1.2所示，问要使总利润最大，应如何确定各产品的产量？

表 1.2.

机器种类	各产品所需时间(小时/台)			每种机器每周可用总时数 (小时)
	A	B	C	
甲	3	4	2	60
乙	2	1	2	49
丙	1	3	2	80

建模：

设： x_1 、 x_2 、 x_3 分别为产品A、B、C的每周应生产的产量，则目标函数为：

$$\max f(x) = 2x_1 + 4x_2 + 3x_3,$$

$$\text{约束条件} \begin{cases} 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 \leq 60 \\ 2x_1 + x_2 + 2x_3 \leq 49 \\ x_1 + 3x_2 + 2x_3 \leq 80 \\ x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{cases}$$

二、配比(营养)问题

(例1.3) 某体育队要购买营养物品，且要求所含维生素A和C的单位数不能少于9和19，今设有六种营养物都含有这两种维生素。