

TU435

V-754

# 土介质中的波

吴世明 著

科学出版社

850925



数据加载失败，请稍后重试！

## 序

认识吴世明教授,先是从阅读他发表的有关土动力特性方面的学术论文开始的,继而在中国振动工程学会土动力学学会和学术会议上我们共同商讨学会工作和研讨学术问题,因而成为朋友。今年5月在贵州召开的土动力学学会工作会议上,他以在学术上的执着追求和对学会工作的热忱赢得了同行们的赞许和信任,我放心地将主任委员的接力棒传给了他。

相对来说,土动力学在我国还比较年轻。但由于经济建设的需要并且受相关学科发展的推动,土动力学逐年兴旺起来。吴世明教授是我国改革开放后第一批公派留美研究生,师从国际著名土动力学专家、美国国家工程院(National Academy of Engineering of the United States of America)院士、密执安大学教授小理查特(F. E. Richart, Jr.),1983年获博士学位,后即回国服务,在浙江大学土木工程系从事岩土工程土动力学的教学、科研工作。十余年来,他先后承担多项国家自然科学基金和国家重点建设工程项目的研究任务,涉及土动力学,以及土与结构动力学相互作用、原位测试、地基加固、基础工程及环境土力学等岩土工程诸方面,并取得多项研究成果。与此同时,他也为我国培养岩土工程土动力学博士生十余名,是我国岩土工程土动力学研究领域的一位开拓者,为推动我国土动力学的发展起了重要的作用。

《土介质中的波》是他多年教学科研成果的总结,该书以弹性波基本理论为基础,系统地介绍了体波(压缩波和剪切波)和表面波(瑞利波和乐夫波)在弹性土体、层状土体、横观各向同性土质及

饱和土体中的传播特性,表面波原位测试及分析,短周期的脉动信号及分析等,并涉及其它方面的工程应用。波在土介质中传播的研究是土动力学和地震工程的理论基础,对深入研究土的动力特性、原位测试和分析、土与结构动力相互作用、基础振动和土工构筑物抗震等有重要的学术价值。本书不但有较为系统的理论研究,还能使读者时时感受到它们的工程应用背景或潜在的应用前景。

中国科学院院士 汪闻韶

1996 年 11 月

## 前 言

作者自 1980 年初师从美国密执安大学 F. E. Richart, Jr. 教授, 并开始涉足土动力学的研究领域。土动力学是一门研究土在动荷载下的以响应为宗旨的学科。其主要内容, 如土的动力特性、波动勘测、动态测试及土与基础的动力响应等都与波在土中的传播有关, 因此, 土介质中波的传播特性的研究是土动力学的基础研究。土中的波有体波(压缩波和剪切波)和面波(瑞利波和乐夫波)。土除了由不同的矿物组成外, 还由于自然成因而呈现非匀质、各向异性、层状分布等, 且有气、液、固三相, 因此, 土介质中的波比匀质弹性体中波的传播复杂得多。尽管如此, 匀质弹性体的波动理论仍是研究土介质中波的传播的理论基础。该书正是由此入手, 探讨饱和土中弹性波的弥散、反射和透射; 各种成层土中瑞利波和乐夫波的弥散特性; 利用瑞利波弥散曲线反演土参数; 瑞利波和乐夫波能量分布在地基动力响应分析中的应用等, 最后还介绍一些地脉动研究的最新进展。该书所述的内容大多是近 10 多年来的研究成果, 其中仍有很多不足之处。该书的研究成果曾获国家教委科技进步(甲类)二等奖, 其中瑞利波的传播特性及其工程应用(该书未含工程应用部分)曾获国家科技进步二等奖。该书的出版望能激起更多学者, 特别是青年学者的兴趣, 以不断完善土介质中波的传播理论, 推动我国土动力学研究的深入、发展。

曾在浙江大学岩土工程研究所攻读博士学位的陈龙珠博士、

• I •

陈云敏博士、夏唐代博士、王立忠博士、杨学林博士和杨峻博士在他们攻读期间都为之付出辛勤的劳动并作出自己的贡献,作者愿籍此机会,感谢他们这种特殊的,又是真诚的合作。作者还特别要感谢夏唐代副教授协助本书出版所做的书稿整理工作。

吴世明

1996 年 12 月于浙江大学

# 目 录

|                         |    |
|-------------------------|----|
| <b>第一章 固体中弹性波的基本理论</b>  | 1  |
| 1.1 弹性波的波动方程            | 1  |
| 1.1.1 运动方程              | 1  |
| 1.1.2 几何方程              | 3  |
| 1.1.3 虎克定律              | 5  |
| 1.2 无限弹性体中波的类型          | 7  |
| 1.2.1 各向同性弹性体           | 7  |
| 1.2.2 横观各向同性弹性体         | 10 |
| <b>第二章 饱和土中弹性波的基本理论</b> | 14 |
| 2.1 饱和土中弹性波的基本方程        | 15 |
| 2.1.1 表述一(模型一)          | 16 |
| 2.1.2 表述二(模型二)          | 18 |
| 2.1.3 表述三(模型三)          | 21 |
| 2.2 饱和土中的体波             | 23 |
| 2.2.1 一般情况              | 23 |
| 2.2.2 孔隙流体可以自由流动时       | 25 |
| 2.2.3 孔隙流体无渗流时          | 26 |
| <b>第三章 固体中弹性体波的传播特性</b> | 27 |
| 3.1 半无限弹性空间平面体波         | 27 |

---

|                          |                             |           |
|--------------------------|-----------------------------|-----------|
| 3.1.1                    | 平面体波的分类                     | 29        |
| 3.1.2                    | 具有自由边界的半空间中的平面体波            | 30        |
| 3.2                      | 两个相互接触的半空间弹性波               | 40        |
| 3.2.1                    | P波和SV波                      | 40        |
| 3.2.2                    | SH波                         | 50        |
| 3.3                      | 弹性体中的Lamb问题                 | 55        |
| 3.3.1                    | 方程建立                        | 55        |
| 3.3.2                    | 半空间表面竖向集中力作用下的积分变换解         | 58        |
| <b>第四章 饱和土中弹性体波的传播特性</b> |                             | <b>62</b> |
| 4.1                      | 饱和土中弹性体波的弥散性                | 62        |
| 4.1.1                    | 波速和波速衰减与频率的关系               | 65        |
| 4.1.2                    | 波速和波速衰减与孔隙率的关系              | 68        |
| 4.1.3                    | 波速和波速衰减与渗透性的关系              | 71        |
| 4.1.4                    | 波速和波速衰减与流体粘滞性的关系            | 72        |
| 4.2                      | 弹性波在弹性土和饱和土界面的反射和透射         | 74        |
| 4.2.1                    | 波场的势函数表示                    | 75        |
| 4.2.2                    | 界面透水条件对反射系数和透射系数的影响         | 77        |
| 4.2.3                    | 界面透水条件、入射角和频率对<br>波反射和透射的影响 | 80        |
| 4.3                      | 弹性波在两饱和土界面的反射和折射            | 84        |
| 4.3.1                    | 波场的势函数表示                    | 85        |
| 4.3.2                    | 反射系数和透射系数的理论算式              | 87        |
| 4.3.3                    | 入射角和频率对波反射和透射的影响            | 89        |
| 4.4                      | 饱和土的Lamb问题                  | 93        |
| 4.4.1                    | 波动势函数                       | 94        |
| 4.4.2                    | 半空间表面集中力作用下的积分变换解           | 97        |



|                               |     |
|-------------------------------|-----|
| 第五章 半空间土介质中瑞利波的特性 .....       | 99  |
| 5.1 各向同性弹性体中的瑞利波 .....        | 99  |
| 5.1.1 瑞利波方程和波速 $V_R$ .....    | 99  |
| 5.1.2 瑞利波的位移 .....            | 102 |
| 5.2 横观各向同性弹性体中的瑞利波 .....      | 105 |
| 5.2.1 瑞利波特征方程的建立 .....        | 106 |
| 5.2.2 瑞利波波速 $V_R$ 的求解 .....   | 108 |
| 5.2.3 瑞利波的位移 .....            | 113 |
| 5.3 饱和土中的瑞利波 .....            | 115 |
| 5.3.1 饱和土中瑞利波的弥散方程 .....      | 116 |
| 5.3.2 瑞利波中各组成波的能量分布 .....     | 121 |
| 5.3.3 瑞利波特性 .....             | 122 |
| 第六章 成层土中瑞利波特征方程的建立和求解 .....   | 135 |
| 6.1 具有表面层的半空间中的瑞利波 .....      | 136 |
| 6.2 瑞利波特征方程的解析法解 .....        | 139 |
| 6.2.1 特征方程的建立 .....           | 141 |
| 6.2.2 特征行列式的数值计算特点 .....      | 144 |
| 6.2.3 一种计算特征行列式的有效方法 .....    | 146 |
| 6.3 瑞利波特征方程有限元-半无限元法的建立 ..... | 150 |
| 6.3.1 有限单元 .....              | 150 |
| 6.3.2 半无限单元 .....             | 154 |
| 6.3.3 特征方程建立及求解 .....         | 159 |
| 6.4 瑞利波特征方程有限元-解析法的建立 .....   | 159 |
| 6.4.1 半无限层处理 .....            | 159 |
| 6.4.2 位移计算 .....              | 161 |
| 6.5 横观各向同性土中的瑞利波特征方程 .....    | 162 |

|                              |     |
|------------------------------|-----|
| 6.5.1 矩形单元处理 .....           | 162 |
| 6.5.2 半无限层处理 .....           | 164 |
| 6.5.3 特征方程的建立和求解 .....       | 166 |
| <b>第七章 成层土中的瑞利波特征</b> .....  | 167 |
| 7.1 上软下硬地基中的瑞利波特征 .....      | 167 |
| 7.1.1 上软下硬的成层地基 .....        | 167 |
| 7.1.2 吉布森地基 .....            | 179 |
| 7.2 上硬下软地基中的瑞利波特性 .....      | 182 |
| 7.3 软夹层地基中的瑞利波特性 .....       | 184 |
| 7.4 硬夹层地基中的瑞利波特性 .....       | 187 |
| 7.5 横观各向同性土中的瑞利波特性 .....     | 189 |
| 7.6 流体-固体介质中的瑞利波特性 .....     | 194 |
| 7.6.1 运动方程 .....             | 195 |
| 7.6.2 液体介质的矩阵形式 .....        | 196 |
| 7.6.3 特征方程的建立和求解 .....       | 198 |
| 7.6.4 算例分析 .....             | 198 |
| 7.7 轴对称地基中的瑞利波特性 .....       | 202 |
| 7.7.1 矩形环状单元 .....           | 203 |
| 7.7.2 单元矩阵聚集 .....           | 205 |
| 7.7.3 特征方程 .....             | 207 |
| 7.7.4 算例分析 .....             | 207 |
| 7.8 瑞利波的频散和群速度 .....         | 209 |
| <b>第八章 瑞利波的能量分布和应用</b> ..... | 216 |
| 8.1 瑞利波的能量分布 .....           | 216 |
| 8.1.1 平面内问题 .....            | 217 |
| 8.1.2 轴对称问题 .....            | 222 |

|                                 |            |
|---------------------------------|------------|
| 8.2 地基动力响应计算中瑞利波的应用 .....       | 229        |
| 8.2.1 平面应变问题 .....              | 230        |
| 8.2.2 轴对称问题 .....               | 241        |
| 8.3 瑞利波法的数值模拟 .....             | 248        |
| 8.3.1 土单元和半空间的动力刚度矩阵 .....      | 249        |
| 8.3.2 动力平衡方程和位移计算 .....         | 253        |
| 8.3.3 算例分析 .....                | 254        |
| <b>第九章 瑞利波法测试土参数</b> .....      | <b>258</b> |
| 9.1 瑞利波法的提出及其优点 .....           | 258        |
| 9.2 瑞利波弥散曲线的稳态振动法测试 .....       | 259        |
| 9.2.1 测试原理 .....                | 259        |
| 9.2.2 测试仪器 .....                | 261        |
| 9.2.3 测试方法 .....                | 264        |
| 9.3 瑞利波弥散曲线的瞬态法测试 .....         | 265        |
| 9.3.1 测试原理 .....                | 265        |
| 9.3.2 测试仪器设备 .....              | 268        |
| 9.3.3 现场测试方法 .....              | 269        |
| 9.3.4 与稳态振动法比较 .....            | 271        |
| 9.4 瑞利波弥散曲线反算土参数 .....          | 272        |
| 9.4.1 解析法 .....                 | 273        |
| 9.4.2 最小二乘法 .....               | 274        |
| <b>第十章 成层土中乐夫波特征方程的建立</b> ..... | <b>281</b> |
| 10.1 具有表面层的半空间 .....            | 282        |
| 10.2 平面外问题中乐夫波特征方程的建立 .....     | 287        |
| 10.2.1 矩形有限单元 .....             | 288        |
| 10.2.2 半无限单元 .....              | 290        |

|             |                    |            |
|-------------|--------------------|------------|
| 10.2.3      | 解析法分析半无限层          | 293        |
| 10.2.4      | 特征方程的建立和位移的计算      | 294        |
| 10.3        | 扭转问题中乐夫波特征方程的建立    | 294        |
| 10.3.1      | 矩形环状单元             | 295        |
| 10.3.2      | 矩形环状单元聚集           | 297        |
| 10.3.3      | 环状半无限单元            | 298        |
| 10.3.4      | 特征方程的建立            | 298        |
| 10.4        | 横观各向同性土中乐夫波特征方程的建立 | 299        |
| 10.4.1      | 矩形单元               | 299        |
| 10.4.2      | 解析法分析半无限层          | 302        |
| 10.4.3      | 特征方程的建立和求解         | 303        |
| 10.5        | 饱和土中乐夫波特征方程的建立     | 304        |
| 10.5.1      | 运动方程               | 304        |
| 10.5.2      | 矩形有限单元             | 305        |
| 10.5.3      | 半无限单元              | 307        |
| 10.5.4      | 特征方程的建立及求解         | 307        |
| <b>第十一章</b> | <b>成层土中的乐夫波特征</b>  | <b>308</b> |
| 11.1        | 上软下硬地基中的乐夫波特性      | 308        |
| 11.1.1      | 剪切波速度的影响           | 310        |
| 11.1.2      | 质量密度的影响            | 314        |
| 11.1.3      | 阻尼的影响              | 314        |
| 11.2        | 软夹层地基中的乐夫波特性       | 316        |
| 11.2.1      | 匀质软夹层地基            | 316        |
| 11.2.2      | 非匀质软夹层地基           | 319        |
| 11.3        | 横观各向同性土中的乐夫波特性     | 323        |
| 11.4        | 饱和土中的乐夫波特性         | 328        |
| 11.4.1      | 成层地基               | 328        |

|                                   |            |
|-----------------------------------|------------|
| 11.4.2 吉布森地基·····                 | 330        |
| <b>第十二章 地基中乐夫波的能量分布和应用·····</b>   | <b>333</b> |
| 12.1 地基中乐夫波的能量分布·····             | 333        |
| 12.1.1 扭转振动·····                  | 334        |
| 12.1.2 平面外运动·····                 | 341        |
| 12.2 地基动力响应计算中乐夫波的应用·····         | 348        |
| 12.2.1 平面外问题·····                 | 349        |
| 12.2.2 扭转振动·····                  | 358        |
| 12.3 乐夫波法的数值模拟·····               | 365        |
| 12.3.1 土层和半空间的动力刚度矩阵·····         | 366        |
| 12.3.2 动力平衡方程及影响函数·····           | 368        |
| 12.3.3 算例分析·····                  | 369        |
| 12.4 乐夫波弥散曲线反算土参数·····            | 376        |
| 12.4.1 方程的建立·····                 | 377        |
| 12.4.2 工程实例·····                  | 378        |
| <b>第十三章 地脉动概述·····</b>            | <b>383</b> |
| 13.1 地脉动的性质·····                  | 383        |
| 13.2 地脉动的信号的观测与分析·····            | 385        |
| 13.3 地脉动的频谱特性·····                | 386        |
| 13.4 地脉动确定地基自振频率·····             | 389        |
| 13.5 地脉动法测定地层的剪切波速度·····          | 395        |
| 参考文献·····                         | 400        |
| 附录 A 矩阵 $[P]_0$ 和 $[P]_d$ 元素····· | 411        |
| 附录 B 矩阵 $[P]$ 元素·····             | 412        |
| 附录 C 矩阵分解·····                    | 413        |
| 附录 D 矩阵 $[K]$ 元素·····             | 415        |

---

|      |                                         |     |
|------|-----------------------------------------|-----|
| 附录 E | 流体介质中矩形刚度矩阵 .....                       | 417 |
| 附录 F | 环状矩形单行矩阵元素 .....                        | 418 |
| 附录 G | 矩阵 $[K]_c$ , $[C]_c$ 和 $[M]_c$ 元素 ..... | 422 |

## ● 第一章

# 固体中弹性波的基本理论

物体内的各部分之间是相互联系着的。当弹性介质的某一局部受到扰动后,最靠近扰动源的部位首先受到影响。介质由于扰动而引起的变形,将以应力波的形式逐渐扩散到介质的各部位,从而形成弹性波。弹性波在传播过程中并不引起质点的迁移,介质中的质点只在自己的平衡位置附近振动,振动停止后一般仍留在初始的平衡位置。

本章将介绍固体弹性介质中运动方程的建立、应力 - 应变关系以及无限弹性介质中的压缩波和剪切波。

## 1.1 弹性波的波动方程

### 1.1.1 运动方程

在直角坐标系中,作用在边长分别为  $dx, dy$  和  $dz$  的微小单元体各面上的法向应力和剪应力如图 1.1 所示。应力符号采用弹性理论中的惯用方法确定,当应力指出应力面时为正值。由于各对立面的坐标分别变化了  $dx, dy$  和  $dz$ , 由此各应力分量也相应有所变化。因此可得到运动微分方程(不计体力), 即沿  $x$  方向有(注意  $\tau_{xz} = \tau_{zx}, \tau_{xy} = \tau_{yx}$  )

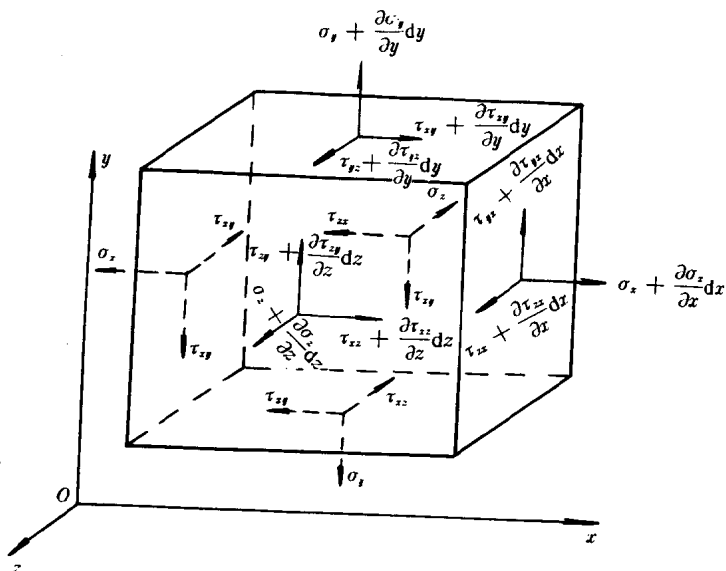


图 1.1 微小单元体各对立面上的应力

$$\begin{aligned}
 & (\sigma_x + \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} dx) dy dz - \sigma_x dy dz + (\tau_{xy} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} dy) dx dz \\
 & - \tau_{xy} dx dz + (\tau_{xz} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} dz) dx dy - \tau_{xz} dx dy \\
 & = \rho dx dy dz \frac{\partial^2 u_x}{\partial t^2}
 \end{aligned} \tag{1-1}$$

式中

$\rho$ ——介质密度；

$u_x$ ——沿  $x$  轴方向的位移分量。

简化得

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} = \rho \frac{\partial^2 u_x}{\partial t^2} \tag{1-2}$$

同样,沿  $y$  和  $z$  方向有



$$\frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z} = \rho \frac{\partial^2 u_y}{\partial t^2} \quad (1-3)$$

$$\frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} = \rho \frac{\partial^2 u_z}{\partial t^2} \quad (1-4)$$

式中  $u_y$  和  $u_z$  分别为  $y$  和  $z$  方向的位移分量。(1-2), (1-3) 和 (1-4) 即为弹性介质的运动方程。

### 1.1.2 几何方程

图 1.2 所示的二维问题经过弹性体内的任意一点  $P$ , 沿  $x$  轴和  $y$  轴的方向取两个微小长度的线段  $PA = dx$  和  $PB = dy$ , 假定弹性体受力以后,  $P, A, B$  三点分别移到  $P', A', B'$ 。

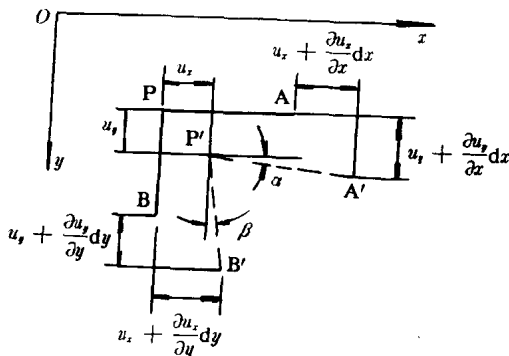


图 1.2 二维问题的几何方程

首先求出线段  $PA$  和  $PB$  的正应变。设  $P$  点  $x$  方向的位移是  $u_x$ , 则  $A$  点在  $x$  方向的位移由于  $x$  坐标的改变, 将是  $u_x + \frac{\partial u_x}{\partial x} dx$ 。可见线段  $PA$  的正应变是

$$\varepsilon_x = \frac{(u_x + \frac{\partial u_x}{\partial x} dx) - u_x}{dx} = \frac{\partial u_x}{\partial x} \quad (1-5)$$

同样, 线段  $PB$  的正应变是