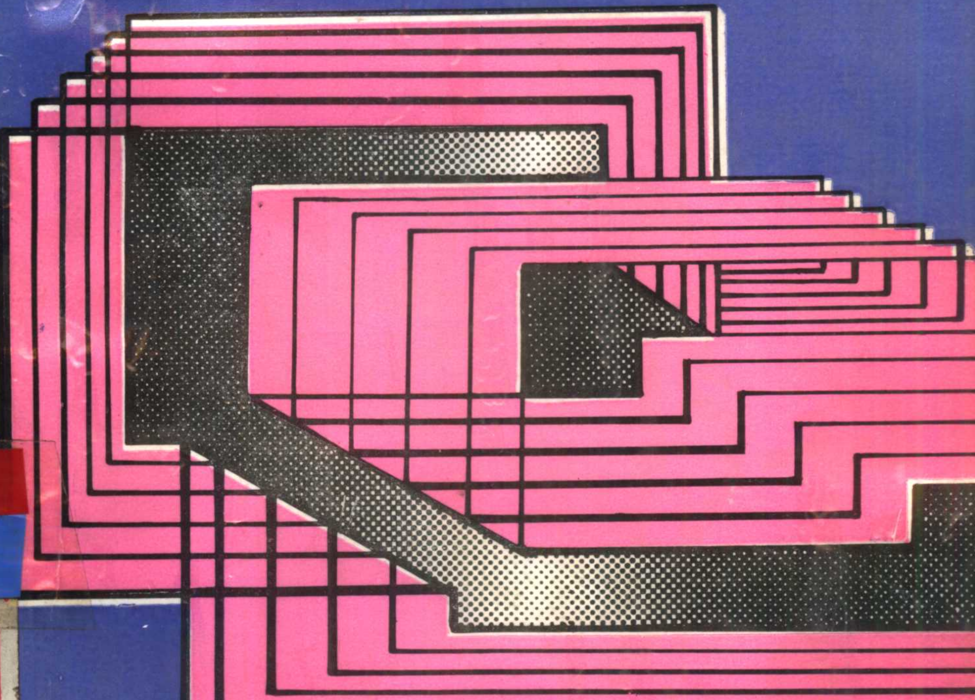
现代控制理论及其应用丛书

线性控制系统理论引论

XIANXING KONGZHI XITONG LILUN YINLUN

王恩平 秦化淑 王世林编著



广东科技出版社

《控制理论及其应用》丛书

线性控制系统理论引论

王恩平　秦化淑　王世林编著

广东科技出版社

Xianxing Kongzhi Xitong Lilun Yinlun

线性控制系统理论引论

王恩平　秦化淑　王世林　编著

*

广东科技出版社出版发行
广东省新华书店经销
广东第二新华印刷厂印刷
850×1068毫米 32开本 13印张 260,000字
1991年8月第1版 1991年8月第1次印刷
印数1－1,000册
ISBN 7－5359－0421－1
TP·11　定价：5.50

《现代控制理论及其应用》
丛书编委会

出 版 说 明

现代控制理论是一门应用性很强的基础学科，它是现代工业生产自动化和国防科学技术现代化不可缺少的理论基础之一。随着工业生产的发展和科学技术的进步，在大量工程实践的基础上，自动控制理论由古典调节原理发展成现代控制理论。尤其是数字电子计算机的广泛应用，为自动控制理论的应用开辟了广阔的途径，而大量的工程实践又为这种理论的发展提出了许多新的问题，有待于广大工程技术人员和科研工作者进一步研究和探讨。为了向我国的工程技术人员、科研工作者和高等院校教师、高年级学生和研究生介绍已经成熟的并在实际中能够应用的自动控制理论，我们出版这套《现代控制理论及其应用》丛书，以便能使这门基础学科为我国的四个现代化服务。

这套丛书既包括自动控制中的基本理论，又包括这些理论的应用，力求做到为广大工程技术人员易于接受。在理论与应用之间，我们更侧重于新理论的应用。因此，在丛书的选题上不是追求理论的完备性，而是着重介绍那些学了之后能直接应用的内容。

丛书的主要内容包括，线性系统理论、计算机控制系统、估计理论、系统辨识、最优化方法、自适应控制系统、最优控制等等。

这套丛书是由关肇直教授生前主编的，参加编写的单位有华南理工大学、中国科学院系统科学研究所和南开大学。关肇直教授是我国著名的数学家和控制论学者，自1962年至1981年，他以极大的热忱，投身于控制理论的研究、传播与应用。他不仅自己做了大量卓有成效的工作，而且在20年间培养了一大批从事控制理论研究及其应用的中青年科学家。丛书的作者大都得益于他的帮

助和教导。生前他曾任中国自动化学会副理事长、中国系统工程学会理事长、国际自动控制联合会控制理论专业委员会委员、中国科学院数学研究所副所长、系统研究所所长等职。丛书的现任主编为华南理工大学副校长李伯天教授。

丛书的作者们既具备一定的理论修养，又都在不同的领域从事过各种实际问题的研究设计工作，具有一定的实践经验。

丛书可供从事自动控制、计算技术、自动化仪表、系统工程等专业的大专院校师生、工程技术人员作为参考书，也可作为有关专业研讨班的培训教材。

绪　　言

线性系统理论是现代控制理论中发展最成熟、应用最广泛的部分。它既与古典调节理论有紧密的联系，又为现代控制理论的其它分支奠定了基础。

就总的情况来看，线性系统理论着重研究系统的结构性质，以及依据这些结构性质给出的系统设计方法。在线性系统理论中，三个主要的基础概念是：系统的能控性、能观测性和稳定性，它们都刻画了系统的结构性质。其中能控性和能观测性刻画了系统的开环结构性质，稳定性刻画了系统的闭环结构性质。在反馈控制系统设计中，稳定性是我们首先关心的问题。所谓反馈系统设计，就是要寻找反馈控制规律，以便保证闭环系统的稳定性。这样的反馈控制规律在什么条件下存在呢？这个条件就是开环系统必须是完全能控和完全能观测的。一般来说，对一个不完全能控或不完全能观测的系统，是不可能设计出比较满意的能稳定工作的闭环系统来的，当然也就很难保证系统其它性能指标的要求了。因此，可以说系统的能控性和能观测性是线性系统理论中两个最基本的概念。希望读者在学习线性系统理论时，必须抓住这两个概念，了解它们的工程意义，掌握它们在现代控制理论中的地位和作用。

关于系统设计，主要内容是动态补偿器的设计，最基本的方法是由极点配置和观测器理论提供的。读者必须熟练地掌握这部分的内容。

在线性系统理论中，除了稳定性之外，还有一个重要内容就是系统的抗干扰能力。设计系统时，也必须注意到这一点。干扰补偿设计以及多变量系统的内模原理，都是为提高

系统的抗干扰能力而给出的系统设计准则。请读者也要给予重视。

为了介绍线性系统理论中的主要内容，本书共分八章：第一章讲线性控制系统的数学描述；第二章介绍线性控制系统的能控性和能观测性；第三章讨论线性控制系统的稳定性；第四章介绍定常线性控制系统的标准形与实现；第五章讨论极点配置与观测器理论；第六章介绍一般线性调节理论，着重讨论系统设计方法；第七章介绍线性最优调节理论，它作为系统设计的一种特殊方法，我们对此进行了专门的研究，其内容是线性系统理论中的一个重要组成部分，但由于篇幅所限，不能更详尽地讨论；为了帮助读者阅读，第 0 章简单介绍了必要的数学基础知识——线性代数。

本书第 0 章由王世林同志执笔，第三、七两章由秦化淑同志执笔，第一、二、四、五、六章由王恩平同志执笔，全书由刘永青同志审校。由于作者水平有限，从材料组织到写作等方面不可避免地会有许多不足之处，甚至个别地方还会有错误，请读者批评指正。

作者

1990年12月于北京

内 容 简 介

《现代控制理论及其应用》丛书之一。

本书从状态空间的观点出发，系统地介绍线性控制系统的基本理论，着重论述线性控制系统的结构性质，重点突出调节器的设计理论和计算方法的介绍。在写法上具有自己独特的风格和特点。

本书可供自动控制、自动化仪表、系统工程等专业的师生和工程技术人员作为参考书。

目　录

绪言

第0章　数学基础知识 …… 1

§1　集合的概念 …… 1

§2　线性空间 …… 4

§3　欧氏空间 …… 7

§4　线性变换 …… 8

§5　有穷维线性空间的基和维数 …… 10

§6　不变子空间和循环子空间 …… 12

§7　矩阵代数 …… 13

§8　矩阵函数 …… 41

§9　线性方程组的解 …… 42

第一章　线性控制系统的数学描述 …… 46

§1　传递函数方法 …… 46

§2　状态空间方法 …… 55

§3　关于豫解矩阵的算法 …… 71

§4　两种描述方法的比较 …… 76

§5　线性系统的等价性 …… 78

§6　复合系统的数学模型 …… 85

第二章　线性控制系统的能控性和能观测性 …… 91

§1　引言 …… 91

§2　能控性的定义 …… 92

§3　能控性的判别 …… 98

§4　能观测性的定义 …… 118

§5　能观测性的判别 …… 123

§6　复合系统的能控性和能观测性 …… 138

§7　定常线性系统的标准结构 …… 141

第三章　线性控制系统的稳定性……156
§1　引言……156
§2　李雅普诺夫稳定性……158
§3　李雅普诺夫第二方法……168
§4　时变线性系统的稳定性……177
第四章　定常线性控制系统的标准形与实现……190
§1　单输入-单输出系统的标准形……190
§2　隆贝格标准形……198
§3　三角形标准形……210
§4　定常线性系统的实现……214
第五章　极点配置与观测理论……231
§1　状态反馈……231
§2　极点配置和系统镇定……235
§3　输出反馈……243
§4　用动态输出反馈做极点配置……247
§5　状态观测器……259
§6　极小阶观测器……271
第六章　一般线性调节理论……279
§1　问题的叙述……279
§2　动态补偿器的一般设计方法……284
§3　带有干扰补偿的动态补偿器……297
§4　线性系统的内模原理……313
第七章　线性最优调节理论……353
§1　引言……353
§2　线性最优调节问题的解……354
§3　代数黎卡提方程的解……359
§4　具有指定衰减度的最优节问题……389
§5　时变线性系统的最优调节问题……392

第 0 章　数学基础知识

§1　集合的概念

将可以互相区别的事物汇集在一起，称为集合，简称"集"。例如：

①将自然数全体放在一起称为自然数集合；

②有理数全体称为有理数集合；

③次数不超过 n 的实系数多项式的全体称为 n 次实系数多项式的集合。

通常用大写英文字母 $A,B,C,\cdots$，Z 表示集合，集合里的"事物"叫做元，用英文小写字母 $a,b,c,\cdots$，x,y,z 表示。

若 S 是一集，a 是 S 中的一元，则记

$$a\in S$$

称 a 属于 S。

若 S 是一集，A 是其中一"部分"，则称 A 为 S 的"子集合"(或简称子集)，记为

$$A\subset S$$

例如，设 S 为实数集合，A 为有理数集合，则 $A\subset S$。

若两个集合 A 和 B，有如下关系：

$$A\subset B \qquad B\subset A$$

则称 A 集合等于 B 集合，记为 $A=B$。

没有任何东西的集合称为空集，记为 Φ，因此空集是任何集

合的子集。

注意：$\Phi \neq \{0\}$——由零构成的集合。

1．集合的运算

①并：集合 C 是集合 A 和集合 B 的并是指 $a \in C$ 当且仅当 $a \in A$ 或 $a \in B$，记为

$$C = A \cup B$$

例如：集合 A,B 分别为有理数集和无理数集，则集合 C 就是实数的全体。

②交：集合 D 是集合 A 和集合 B 的交是指：
$a \in D$ 当且仅当 $a \in A$ 且 $a \in B$，记为

$$D = A \cap B$$

例如：设集合 A,B 分别为 $[0,\infty)$，$(-\infty,0]$，则集合 $D=\{0\}$。

③差：集合 E 是集合 A 和集合 B 的差是指：$a \in E$ 当且仅当 $a \in A$ 但 $a \notin B$，记为

$$E = A - B$$

当 $B \subset A$ 时，$E=A-B$ 叫做 A 中 B 的余集或 B 的补集。

④映像：设有两个集合 A,B，若有一对应关系存在，使得对 A 中任意元 a，都有 B 中唯一元 b 与之对应，则称 A 到 B 有一个映像 f。记为

$$f:\ A \rightarrow B$$

这时 b 称为 a 的像，a 称为 b 的原像。A 称为映像 f 的定义域，而像的全体所成的集合称为 f 的值域。记为

$$\mathrm{Im} f = \{b \mid f:\ a \rightarrow b, \forall a \in A\}$$

2. 群、环、域

若 S 为一个非空集合，在其元 $a,b,c,\cdots$ 之间按一定规则定义为 S 的加法运算，记为 $\oplus$，也就是说 $w=a \oplus b$，$w \in S$ 且满足

①$(a \oplus b) \oplus c = a \oplus (b \oplus c)$，　　$a,b,c \in S$， ②S 中有唯一零元0，使 $a\oplus 0=a$，$\forall a\in S$，

③对 S 中每个元 u，总有唯一元素 $-u$，

使 $u\oplus -u=0$

这时称集合 S 为一个加群，简称为群。

若 $a\oplus b=b\oplus a$，则称 S 为交换群。

因此群是只定义了一种代数运算的代数系统。

若 S 为一个集合，在其上可定义两种运算$\oplus$和$\odot$，S 按$\oplus$为一个群，按$\oplus$和$\odot$一起满足(分配律)即

$$(a\oplus b)\odot c=(a\odot c)\oplus(b\odot c),\quad \forall a,b,c\in S$$

$$c\odot(a\oplus b)=(c\odot a)\oplus(c\odot b),$$

按$\odot$满足(结合律)：

$$a\odot(b\odot c)=(a\odot b)\odot c,\quad \forall a,b,c\in S$$

则称 S 为一个环。

若 S 是一个环，S 中的运算$\odot$还有下述性质：

①有单位元素 e，即 $e\in S$ 有

$$a\odot e=e\odot a=a,\quad \forall a\in S,$$

②有逆元，即 S 中任意非0元 a 均有一元 a^{-1}存在，使

$$a\odot a^{-1}=a^{-1}\odot a=e,$$

③$a\odot b=b\odot a$，$a,b\in S$，

则 S 称为域。

不难验证，整数的全体组成的集合，按照普通数的加法，成一个群，且是交换群。有理数的全体组成的集合，按照普通数的乘法和加法运算，成一个环。而实数的全体所成的集合$\mathscr{R}$和复数全体所成的集合$\mathscr{C}$，按照通常数的乘法和加法运算，构成一个域。这就是下面经常要提到的实域$\mathscr{R}$或复域$\mathscr{C}$。

简言之，“群”是对加法和减法运算封闭的集合，环是对加法、减法、乘法运算封闭的集合，而域是对加法、减法、乘法、除法

运算都封闭的集合。

§2 线性空间

在集合上赋予一定的结构或一定的要求，则这个集合就称为一个特定的空间。例如在一个集合 $\mathscr{V}$ 上赋予具有两种代数运算的代数结构，则此集合 $\mathscr{V}$ 可称为实数域 $\mathscr{R}$ 上或复数域 $\mathscr{C}$ 上的线性空间或矢量空间。这里的两种代数运算是指加法与数乘法，$\mathscr{V}$ 按加法为一个交换群。这些运算要满足通常的代数法则：乘法的结合律

$$\alpha\odot(\beta\odot\boldsymbol{u})=(\alpha\cdot\beta)\odot\boldsymbol{u},$$
$$\alpha,\beta\in\mathscr{R},\boldsymbol{u}\in\mathscr{V},$$

及
$$1\odot\boldsymbol{u}=\boldsymbol{u}$$

和加法与乘法的分配律

$$\alpha\odot(\boldsymbol{u}\oplus\boldsymbol{v})=\alpha\odot\boldsymbol{u}+\alpha\odot\boldsymbol{v},$$
$$\alpha,\beta\in R,\ \boldsymbol{u}\ \mathscr{V}\in\mathscr{V}$$
$$(\alpha\oplus\beta)\odot\boldsymbol{u}=\alpha\odot\boldsymbol{u}\oplus\beta\odot\boldsymbol{v},$$

再如在 $\mathscr{V}$ 上赋予距离，此距离满足通常所说的距离之性质，则 $\mathscr{V}$ 称为距离空间。$\mathscr{V}$ 上还可以赋予拓扑结构，则 $\mathscr{V}$ 称为拓扑空间。但这里主要介绍线性空间。

如果用 $\mathfrak{R}^n$ 表示有序的实数组

$$\boldsymbol{x}=\begin{pmatrix}x_1\\x_2\\\vdots\\x_n\end{pmatrix},\qquad x_i\in\mathfrak{R},i=1,2,\cdots,n$$

全体的集合。设 $\boldsymbol{x}$、$\boldsymbol{y}\in\mathscr{R}^n$，在 $\mathscr{R}^n$ 中规定加法和数乘如下：

$$x+y=\begin{pmatrix}x_1+y_1\\x_2+y_2\\\vdots\\x_n+y_n\end{pmatrix}$$

$$\alpha\cdot x=\begin{pmatrix}\alpha x_1\\\alpha x_2\\\vdots\\\alpha x_n\end{pmatrix}$$

显然

$$x+y\in\mathscr{R}^n$$

$$\alpha\cdot x\in\mathscr{R}^n$$

极易验算这种“+”“·”满足通常的代数法则，故$\mathscr{R}^n$是实数域$\mathscr{R}$上的线性空间，也称为矢量空间。

同理，如果用$\mathscr{C}^n$表示有序复数组

$$x=\begin{pmatrix}x_1\\x_2\\\vdots\\x_n\end{pmatrix},\quad x_i\in\mathscr{C}\text{（复数域）}$$

全体的集合，则$\mathscr{C}^n$是复数域$\mathscr{C}$上的线性空间。

将 $n\times m$ 个实数排成如下阵列

$$\begin{pmatrix}x_{11}x_{12}\cdots x_{1m}\\x_{21}x_{22}\cdots x_{2m}\\\vdots\\x_{n1}x_{n2}\cdots x_{nm}\end{pmatrix},\quad x_{ij}\in\mathscr{R}$$

则这个阵列称为 $n\times m$ 阶实矩阵。用 $\mathfrak{R}^{n\times m}$表示 $n\times m$ 阶实矩阵全体的集合。设

$$A=\begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} & \cdots & x_{1m} \\ x_{21} & x_{22} & \cdots & x_{2m} \\ & & \vdots & \\ x_{n1} & x_{n2} & \cdots & x_{nm} \end{pmatrix} \qquad B=\begin{pmatrix} y_{11} & y_{12} & \cdots & y_{1m} \\ y_{21} & y_{22} & \cdots & y_{2m} \\ & & \vdots & \\ y_{n1} & y_{n2} & \cdots & y_{nm} \end{pmatrix}$$

或简记

$$A=(x_{ij}) \qquad B=(y_{ij})$$

规定

$$A+B=(x_{ij}+y_{ij})$$

$$\alpha\cdot A=(\alpha x_{ij}),\alpha\in\Re$$

则 $\Re^{n\times m}$也是实数域 $\Re$ 上的线性空间。

因此不难看出，实域上的线性空间的本质是指它们内部的运算具有线性性。

如果 $\mathcal{V}$ 是实域 $\mathcal{R}$ 上的线性空间，$\mathcal{V}_1$是 $\mathcal{V}$ 的一个子集，在 $\mathcal{V}_1$上的加法和数乘运算同于 $\mathcal{V}$ 上的运算，若$\mathcal{V}_1$也是实域 $\mathcal{R}$ 上的线性空间，则称$\mathcal{V}_1$是 $\mathcal{V}$ 的子空间。

例如: $\mathcal{V}$ 是线性空间，$v\in\mathcal{V}$，则不难验证

$$\mathcal{V}_1=\{v_1 \mid v_1=\alpha v, \forall\alpha\in\mathcal{V}\}$$

是 $\mathcal{V}$ 的子空间。它也称为由 v 生成的子空间。

设$a_1,a_2,\cdots,a_m$是线性空间 $\mathcal{V}$ 中 m 个元，或称为 $\mathcal{V}$ 中的 m 个矢量，则

$$\mathcal{V}_1=\{v_1 \mid v_1=\alpha_1 a_1+\alpha_2 a_2+\cdots+\alpha_m a_m,\alpha_i\in\mathcal{R},i=1,2,\cdots,m\}$$

是 $\mathcal{V}$ 的子空间。也称$\mathcal{V}_1$是由$a_1,a_2,\cdots,a_m$所构成的子空间。

设$\mathcal{V}$ 是线性空间，显然$0\in\mathcal{V}$，那么

$$\mathcal{V}_1=\{0\}$$

是 $\mathcal{V}$ 的子空间，这时$\mathcal{R}_1$称为零子空间。

若 $\mathcal{V}$ 是实域 $\mathcal{R}$ 上的线性空间，$\mathcal{V}_1$，$\mathcal{V}_2$是 $\mathcal{V}$ 的两个子空间，若对$\forall v\in\mathcal{V}$ 都有唯一的 $v_1\in\mathcal{V}_1$和 $v_2\in\mathcal{V}_2$，满足