高等学校试用教材

仪表可靠性基础

华中理工大学　唐月英　樊鑫瑞　编著

机械工业出版社

高等学校试用教材

仪表可靠性基础

华中理工大学　唐月英　樊鑫瑞　编著

机械工业出版社

(京)新登字054号

本书从仪表可靠性技术指标、失效分布和仪表系统可靠性模型出发，讨论分析了仪表可靠性预计与分配、可靠性设计技术、失效分析、维修性设计、可靠性评定、可靠性试验及可靠性管理等有关仪表可靠性的基本理论和实际应用技术。

全书以基本理论为主干，结合仪表可靠性设计、试验和评定的实际应用，对理论性与实用性、深度与广度等作了适当的安排。主要内容均配有习题，以便读者通过习题的演算。巩固理论知识，开拓实际应用。

本书既可做大专院校自动化仪表、检测技术及仪器和自动控制等类专业教材或教学参考书，也可供从事仪器仪表可靠性技术工作及仪器仪表设计制造的工程技术人员参考。

仪表可靠性基础
华中理工大学 唐月英 樊鑫瑞 编著
*
责任编辑：赖尚元 责任校对：张 佳
封面设计：郭景云 版式设计：霍永明
责任印制：王国光
*
机械工业出版社出版(北京阜成门外百万庄南街一号)
(北京市书刊出版业营业许可证出字第117号)
机械工业出版社京丰印刷厂印刷
新华书店北京发行所发行·新华书店经售
*
开本 787×1092 1/16·印张12 1/2·字数 303 千字
1992年10月北京第1版·1992年10月北京第1次印刷
印数0 001—3 400·定价：3.70元
*
ISBN 7-111-03230-6/TH·356(课)

仪表可靠性基础

社

前　言

近半个世纪以来，有关产品可靠性的理论研究与工程实践都得到了飞速的发展，已经渗透到各种工程技术领域，取得了许多令人触目的重大技术、经济成果。为了适应科学技术与经济发展形势的需要，全国高等工业学校自动化仪表（检测技术及仪器）专业教学指导委员会决定对仪器仪表专业增设“仪表可靠性基础”课程，并组织编写了本教材。

可靠性是一门涉及面很广的交叉学科，考虑到教材的特点与学时的限制，必须精选内容，并注意好课程间的相互配合。本书在仪表类专业学生具备概率论与数理统计及仪器仪表专业基础知识的前提下，以可靠性基本理论为主干，结合在仪器仪表中的实际应用，从仪表的可靠性技术指标和失效分布出发，逐步深入地讨论分析了仪表系统的可靠性模型、可靠性预计与分配、可靠性设计技术、失效分析、维修性设计、可靠性评定、可靠性试验及可靠性管理等主要内容。本书在内容选材、深度广度以及理论性与实践性等方面，结合作者近年来从事仪表可靠性的教学与科研工作作了适当的安排，力求循序渐进、深入浅出、巩固基础、开拓应用。本书主要章节都配有例题与习题，以便读者通过习题演算更好地掌握基础理论、基本概念和实际应用的基本技能。

本书由华中理工大学唐月英、樊鑫瑞共同编写。全书由上海机械学院秦永烈教授主审，他详细地审阅了本书全部书稿，所提出的许多宝贵意见，对于提高本书质量是极为有益的，作者在此表示衷心感谢。

本书可作为自动化仪表、检测技术及仪器与自动控制等专业教材或教学参考书，课内学时为30学时左右。本书也可供从事仪表可靠性技术工作及仪器仪表设计制造的工程技术人员参考。

由于本课程系新开设的专业课程，有关可靠性的理论与工程技术应用的发展又极为迅速，加之作者水平有限，定稿时间短促，书中错误和缺点在所难免，恳请读者批评指正，不胜感谢。

作　者

1990年6月于华中理工大学

目　录

绪　论

一、产品可靠性的概念

衡量产品（包括仪器仪表）的质量通常应当有两类性质的指标：一类是反映产品完成规定功能所需要的技术性能指标；另一类是反映产品保持技术性能指标能力的可靠性指标；也就是说，具有良好的技术性能又经久耐用的产品才算得是质量好的产品。产品“可靠性”是指产品处于使用状态时，在所规定的时间内是否处于“完好状态”。“可靠性”更精确的定义，是指产品在规定的条件下和规定的时间内完成规定功能的能力。从这个定义可知，与可靠性有关的因素有四个：①规定的条件。②规定的时间。③规定的功能。④完成规定功能的能力。

规定的条件主要指的是环境条件（包括气候环境、生物化学环境、电磁及机械环境等）、使用条件、维护条件和操作条件等，这些条件对产品的可靠性都会有直接的影响。

规定的时间是指产品能完成规定功能的时间（有时可定为使用次数、运行距离等），而规定时间的长短又随产品种类、使用目的和费用允许条件的不同而不同。

规定的功能是泛指产品应具有的技术性能指标。这是在产品设计时就已确定了的，正常工作时，均应得到保证。例如仪器仪表应当具有的准确度及其它静态、动态性能指标等。

完成规定功能的能力，就是产品可靠性的直接反映。当然这只是定性的概念。然而仅有定性的理解是远远不够的，应当有能够定量描述产品可靠性的具体指标，才能进一步进行深入的研究，以便不断提高产品的可靠性。产品的可靠性可以用不同的指标表示，以适应不同产品和不同场合的要求。例如“可靠度”、“平均寿命”、“失效率”、“维修度”、“修复率”等等。

产品的技术性能与可靠性的关系是极为密切的，无数事例说明，如果产品不可靠，它的技术性能再好，也难以发挥。譬如一台仪表，尽管其测量准确度、灵敏度等都很高，但若常出故障(即产品容易丧失规定的功能)，那么其测量值也就不可信了，甚至不能被实际使用。因此，可以说产品的可靠性是产品质量的基础，没有可靠性这个基础，理论上再先进、技术指标再高的产品也是没有多少使用价值的。

二、可靠性工程的发展

可靠性问题真正受到重视是在第二次世界大战期间。那时德国就对V-1及V-2火箭做过可靠性分析，建立了关于可靠性的一些基本概念。1943～1950年间，美国人发现他们的性能先进、结构复杂的通信、雷达设备使用时故障频繁，以致排除故障所需的时间竟占有效使用时间的84%；美军运往远东的武器中，有60%的飞机不能立即使用；武器的电子设备有50%在库存中就发生了故障；海军电子设备则有70%出现故障。这些严重的情况迫使美国大力开展可靠性研究。1952年美国国防部成立了电子设备可靠性顾问团，简称AGREE，1957年出版了他们的研究报告，为可靠性工程发展奠定了基础。在此同时，世界其它国家也相继开始了可靠性研究工作。我国于50年代开始进行电子设备可靠性研究，60年代开始了航天设备的可靠性研究，直到70年代，我国的可靠性工程应用才在电子、航天、电力、机械、仪表等部

门取得不同程度的进展。

近10年来，可靠性的研究得到了国内外的普遍重视并取得迅速发展。其主要原因归纳起来有四个：一是随着现代科学技术的发展，要求产品（或系统）精密化、复杂化，并具有高性能参数，目的是使产品具有优良的性能，而产品越复杂，往往越容易出故障(不可靠)；二是当今科学技术日新月异地发展，产品、设备、系统的研制过程，是一场抢时间、争速度的竞赛，因而需要一整套科学的方法保证可靠性的措施贯串于研制、设计、生产、使用和维修的全过程，以避免或减少重大反复；三是许多产品应用的范围日益广泛，使用环境也越来越严酷，而产品故障造成的损失与危害又往往十分巨大和严重，甚至危及人身生命安全；四是产品市场激烈竞争的需要，要想占领市场，必须推出高性能、高可靠性的产品。例如日本彩电等民用电子产品所以能占领国际市场，靠的就是高可靠性和相对低的价格，而不是靠电、光、声性能的特殊优异。总之，由于上述种种原因就使可靠性工作成为严重而又迫切需要解决的课题，促使可靠性这门新兴学科以惊人的速度迅速发展。

可靠性工程是为了保证产品能够可靠地完成规定任务所作的各项工作的总体。其基本内容概括起来可以分为可靠性技术工作与可靠性管理工作两大方面。可靠性技术工作是在可靠性数学、可靠性物理及各专业技术的基础上，对产品进行可靠性系统分析、可靠性设计、可靠性生产、可靠性维护、可靠性试验以及失效分析、可靠性数据收集、处理和交换等。而可靠性管理则是一项涉及范围很广的工作，它包括国家领导机关制订可靠性规划、为实施该规划调度所必需的人力物力、制订可靠性标准、开展可靠性教育等。对于企业，可靠性管理则应贯串于产品的研制、设计、生产、检验和销售等各个环节，以保证产品的可靠性。

我国近年来十分重视产品的可靠性工作，已经明文规定产品的可靠性是一项必须考核的质量指标，同时注意培养可靠性管理与可靠性技术人员，从产品的设计、制造、试验、使用等各个环节和企业管理等全面开展可靠性工作，以保证我国产品可靠性水平不断提高，逐步赶上发达国家的先进水平。

随着科学技术的发展和自动化水平的提高，仪器仪表的应用范围愈来愈广，从实验室到工厂，到野外；从地面到高空，到海洋；从热带到寒带，到极地，可以说到处可见。这就使得仪器仪表的使用环境日趋复杂化、恶劣化。譬如需要在高温、辐射、腐蚀、振动等环境中工作，环境恶劣会使仪表的故障增多。同时，随着科学技术的发展，不仅要求仪表有优良的性能，还要求仪表的功能增多，实现小型密集化等。尤其是由于自动控制系统的大型化、高速化，一个自动控制系统使用的仪表就数以千计，即使每台仪表平均每年出现一次故障，则每天系统也将发生数十次故障，这对连续高速生产过程来说，是不能允许的。因此，仪表可靠性问题就显得更为尖锐突出了。

然而，目前国产仪表由于在设计、制造和使用过程中缺乏可靠性技术理论的指导，仪表的故障率高，可靠性水平低。例如根据1980年某化工厂的粗略统计，所使用的国产仪表中，指示记录仪每1000h平均故障率竟高达50%以上，变送器及调节器的为3%。显然，如此高的故障率是无法很好适应工业生产的要求的。但国外一些工业发达国家，由于近二三十年抓了可靠性技术与可靠性管理工作，都取得了明显的成就。例如日本的电子工业仪表的使用寿命已达10～20年，平均为15年。日本横河电机制作所1979年统计I系列仪表的故障率每1000h只有0.03%。与先进国家相比，我国元器件的失效率水平相差2～3个数量级，大型复杂电子设备的平均无故障工作时间则低1～2个数量级。面对如此大的差距，要使我国仪表在国内、

国际市场具有竞争力，提高仪表的可靠性，就成为当前及今后相当长时间仪表行业的最紧迫的任务之一了。

仪表可靠性技术的基本工作，首先应从设计抓起，使可靠性指标在仪表设计时就得到落实，这就要预计和分配仪表的可靠性指标，论证方案的可靠性及可行性，具体实施降额设计、热设计、冗余设计、机械隔离设计、漂移设计等。其次还应对设计制造过程进行全面的可靠性控制，如对元器件、零部件进行可靠性筛选，对仪表进行环境试验和可靠性试验，再通过失效分析，找出防止和减少故障的方法，进而提高仪表的可靠性。最后还要通过使用、维护阶段的可靠性活动来保证可靠性指标的实现，因此又需研究仪表可靠性与维修性的最佳配合。

三、产品的可靠性与经济性

从经济效果来说，虽然为提高产品的可靠性要在材料、元器件、工艺、设计、使用维修、管理等各方面采取相应措施，导致产品的生产费用和成本增加，但使用和维修费用却随着可靠性的提高而降低。例如，美国西渥公司为提高其某一种产品的可靠性，曾对该产品作了一次设计审查。结果证明，所得效益是提高可靠性所需费用的百倍以上。反之，产品不可靠将增加使用、维修费，造成更大的经济损失，有的还会造成政治、军事上的重大损失。例如，1976年澳大利亚因产品质量低劣、可靠性水平低而损失8～10亿美元，数以万计小型企业濒于破产。

当然，并不是对任何产品的可靠性都是提得越高越好，可靠性与费用之间有如图0-1所示的曲线关系。在进行可靠性设计时，必须从成本、可靠性、维修性及生产等各方面全面权衡，使生产的总费用最低，有的甚至还要看该产品在军事、政治等方面所起的作用适当地加以考虑。

四、课程的主要内容

可靠性是一门涉及面很广、又具有相当深度的学科。本教材根据仪表类专业的学习内容和学时控制的要求，着重讲述有关可靠性基础及其在仪表可靠性设计、分析、试验过程中的应用。从可靠性技术指标入手，逐步深入到仪表的可靠性预计、可靠性分配和可靠性设计技术、可靠性试验等主要内容。以基本概念和基本理论及其应用为主，适当介绍最新发展，并选用一些综合实例，以总结并深化基本理论的应用。本课程的重点是掌握基本概念及其实际应用，在主要章节的后面均配有习题，以便于读者通过习题演算对可靠性技术打下一个殷实的基础。

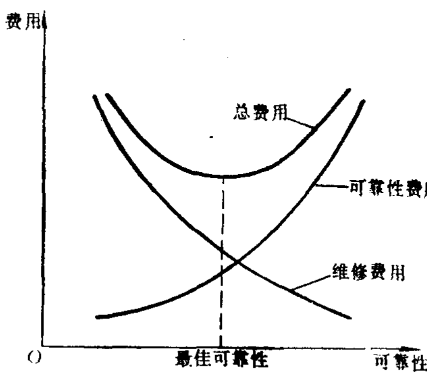

图0-1 可靠性与费用的关系

第一章 仪表可靠性的理论基础

可靠性理论是一门通用性技术学科，它必须与各专业技术密切结合才能有效地解决实际工程问题。本章介绍以概率统计为基础的仪表可靠性数学基础，诸如仪表可靠性的主要指标、特征寿命、常用的失效分布等，为进一步学习仪表可靠性设计、可靠性试验以及仪表维修性等奠定基础。

§1-1 仪表可靠性的主要指标

可靠性是衡量产品（包括仪器仪表）质量的重要指标之一。但产品发生失效或故障又是难以预测和无法完全避免的，这就需要运用可靠性技术来预防和减少失效或故障的发生，降低故障造成的损失。对质量管理部门来说，还要能实施可靠性质量控制，使产品达到所要求的质量与可靠性。这些不仅需要理解产品可靠性的定性的含义，更需要有定量的概念，即评价产品可靠性高低的可靠性技术指标。

在讨论产品的可靠性时，通常可以将产品分为可修复与不可修复两大类型。所谓不可修复产品是指产品投入使用后，一旦损坏（称为失效）在技术上就无法修复，或者即使修复也是极不经济的，因而不予修复。例如常用的晶体管、集成电路及阻容元件等，都是属于这一类产品。可修复产品，是指产品投入使用后，如果损坏(称故障)，仍然能够修复到具有原有的功能再投入使用的产品，如汽车、电视机等，一般的仪器仪表也都属于可修复产品。

对于不可修复和可修复产品，可靠性指标的侧重点与计算均有所差别，但其基本原理仍然是一致的。关于可修复产品的维修性指标，将在第六章讨论。

一、可靠度

产品在正常工作条件和规定的时间内工作，由于种种原因有可能失效(或故障)，例如性能指标下降到超出许可范围，或者不能完成预定的功能等。显然，如果产品可靠性高，则可能不失效(或不出现故障)。所以，产品在规定时间内完成规定功能实际上是一随机事件，需要用概率来定量描述它完成规定功能的能力，即产品的可靠程度。

产品在规定的条件下和规定的时间 t 内，完成规定功能的概率称为该产品的可靠度，记为$R(t)$。因为它是时间 t 的函数，故亦称可靠度函数，可用如下公式表示

$$R(t)=P(T>t),\quad t\geqslant 0 \tag{1-1}$$

其中 T 表示产品的寿命，通常它是一个非负随机变量，对不可修复产品，它是指产品从使用开始到失效前的工作时间(或次数)；对可修复产品，它是指两次相邻故障之间的工作时间(或次数)，也称无故障工作时间。“$T>t$”为一随机事件，表示产品寿命超过规定时间 t，即在 t 时间内能够完成规定的功能。

显然，$R(t)$表示产品可靠程度的大小，为一非增函数，从理论上讲有

$$R(0)=1,\quad R(+\infty)=0$$

即产品在初始时完全可靠，但寿命不可能无限长。应当指出，可修复产品的可靠度是指

首次故障时间超过规定时间 t 的概率。

上述定义的可靠度既可表示一批产品的可靠性，也可表示单个使用的产品的可靠性。$R(t)$的估计值可按如下方法计算：

例如，N个产品从开始($t=0$)工作，到规定的 t 时刻的失效数为$r(t)$，则当N足够大时，产品在该时刻的可靠度可用它的不失效频率来估计，即

$$\hat{R}(t)=\frac{N-r(t)}{N} \tag{1-2}$$

按照我国国家标准"可靠性基本名词术语及定义"规定，将估计值称作"观测值"。因为实际上的可靠度等技术指标，都是由试验或现场观测计算而得。可靠度观测值$\hat{R}(t)$定义为：

(1) 对于不可修复产品是指直到规定的时间区间(0, t]终了为止，能够完成规定功能的产品数$n_s(t)$与在该时间开始投入工作的产品数N之比。

(2) 对于可修复产品是指一个或多个产品的无故障工作时间达到或超过规定时间 t 的次数$n_s(t)$与观察时间内无故障工作总次数N之比。在计算N时，每个产品的最后一次无故障工作时间，若不超过规定时间 t，则不予计入。

因此，不论对于不可修复产品或可修复产品，可靠度的观测值都有形式相同的计算公式

$$\hat{R}(t)=\frac{n_s(t)}{N} \tag{1-3}$$

这里$n_s(t)$称为残存数，即为时刻 t 仍然保持完好的产品数，$n_s(t)=N-r(t)$。

在图1-1所表示的可修复与不可修复产品的试验示意图中，它们的可靠度观测值是相同的，均为

$$\hat{R}(t)=\frac{n_s(t)}{N}=\frac{5}{12}\approx 0.42$$

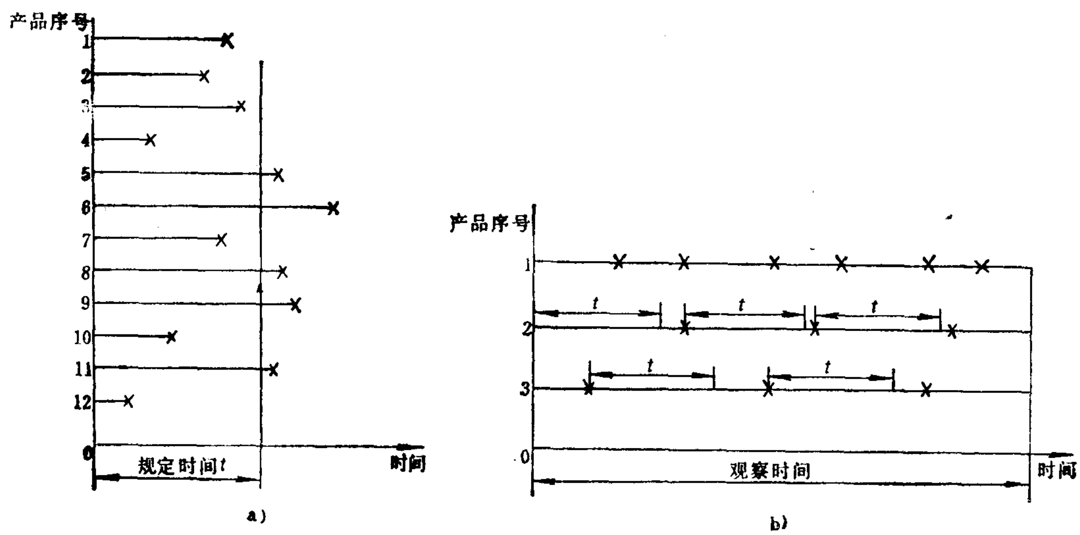

图1-1 可修复与不可修复产品试验示意图

a) 不可修复产品 b) 三台可修复产品

$N=12$，$n_s(t)=5$ $N=12$，$n_s(t)=5$

这里只是不计入可修复产品的修复时间，即故障一旦发生便更换一台新的同型产品继续进行试验。

二、失效分布（累积失效概率）

产品在规定的条件下和规定的时间 t 内，丧失规定功能（即失效）的概率，称为失效分布或寿命分布；亦称累积失效概率或不可靠度，可用如下公式表示

$$F(t)=P(T\leqslant t),\quad t\geqslant 0 \tag{1-4}$$

显然

$$F(0)=0,\ F(+\infty)=1$$

由定义可知$R(t)$与$F(t)$有如下关系

$$R(t)+F(t)=1$$

如图1-2所示。

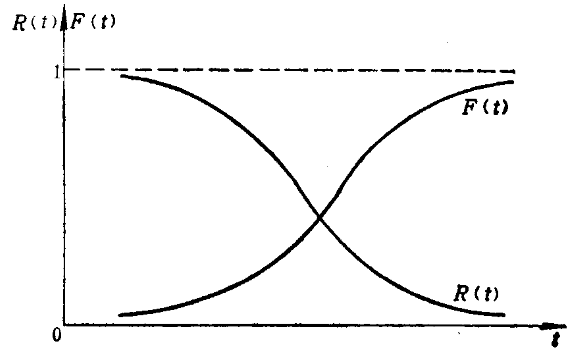

图1-2　$R(t)$与$F(t)$曲线

累积失效概率的观测值为

$$\hat{F}(t)=\frac{r(t)}{N} \tag{1-5}$$

例1-1　有110只晶体管，工作到5000h有10只失效，工作到10000h总共有53只失效，试求此产品在5000h与10000h时可靠度与累积失效概率的观测值。

解　因为 $t=5000$h 时，$r(5000)=10$，

所以

$$\hat{R}(5000)=\frac{N-r(5000)}{N}=\frac{110-10}{110}\approx 90.91\%$$

$$\hat{F}(5000)=\frac{10}{110}\approx 9.09\%$$

又因为　$t=10000$h时，$r(10000)=53$

所以

$$\hat{R}(10000)=\frac{110-53}{110}\approx 51.82\%$$

$$\hat{F}(10000)=\frac{53}{110}\approx 48.18\%$$

三、失效密度

失效密度是产品失效分布函数$F(t)$的导函数，亦称产品寿命的概率密度函数。记作

$$f(t)=\frac{dF(t)}{dt}=F'(t) \tag{1-6}$$

由此还可得到

$$F(t)=\int_0^t f(u)du,\quad t\geqslant 0 \tag{1-7}$$

对于失效密度的观测值，由关系式(1-6)及$F(t)$的观测值式(1-5)，可得

$$\hat{f}(t)=\frac{r(t+\Delta t)-r(t)}{N\Delta t}=\frac{\Delta r(t)}{N\Delta t} \tag{1-8}$$

即失效密度的观测值$\hat{f}(t)$表示在规定的时间区间(0, t]内的终了时刻 t 开始的单位时间内的失效数$\Delta r(t)/\Delta t$与该区间开始投试的产品数N之比。其中$\Delta r(t)$是在$(t, t+\Delta t)$时间内的失效产品数。

对可修复产品，式(1-8)表示一个或多个产品的无故障工作时间达到规定时间 t，但不超过从 t 起的单位时间的次数 $\Delta r(t)/\Delta t$ 与观测时间内无故障工作总次数 N 之比。而此时 $\Delta r(t)$ 是在 $(t, t+\Delta t]$ 时间内的故障次数。

所以不论产品是否可修复，失效密度的观测值都可用式(1-8)计算。

四、失效率

对于产品的实际使用者，十分关心的是目前正常工作的产品到 t 时刻后单位时间内产生失效的可能性。正如用发病率来描述发病的程度一样，可靠性技术中通常采用“失效率”来表征产品到 t 时刻后有可能发生失效的程度，失效率是研究可靠性的一个极为重要的指标。

所谓产品在 t 时刻的失效率，是指产品工作到 t 时刻尚未失效的条件下，在 t 时刻后的单位时间内发生失效的概率，简称“失效率”，记为 $\lambda(t)$。

假定 N 个产品的累积失效概率为 $F(t)$，则 $NF(t)$ 为到 t 时刻已失效的产品数，$N-NF(t)$ 为 t 时刻仍在正常工作的产品数。$NF(t+\Delta t)-NF(t)$ 则为 t 到 $t+\Delta t$ 之间的失效数。因此，由失效率的定义可得

$$\lambda(t)=\frac{NF(t+\Delta t)-NF(t)}{[N-NF(t)]\Delta t} \tag{1-9}$$

当 N 充分大，而时间间隔 Δt 趋于零时，式(1-9)可化为

$$\lambda(t)=\frac{F'(t)}{R(t)}=\frac{f(t)}{R(t)} \tag{1-10}$$

式(1-10)为 t 时刻的瞬时失效率，即上述的失效率。

而且将 $\hat{F}(t)=r(t)/N$ 代入式(1-9)即可得到失效率的观测值 $\hat{\lambda}(t)$ 的计算式为

$$\hat{\lambda}(t)=\frac{r(t+\Delta t)-r(t)}{[N-r(t)]\Delta t}=\frac{\Delta r(t)}{n_s(t)\Delta t} \tag{1-11}$$

此算式对不可修复产品是指时刻 t 后的单位时间内失效的产品数 $[r(t+\Delta t)-r(t)]/\Delta t$ 与 t 时刻尚未失效的产品数 $N-r(t)$ 之比；对可修复产品则是指 t 时刻后的单位时间内的故障次数 $[r(t+\Delta t)-r(t)]/\Delta t$ 与观测产品的无故障工作时间达到或超过规定时间 t 的次数 $n_s(t)$[即 $N-r(t)$]之比。

从失效率的观测值计算式，可以定出失效率的单位可表示为“%/h”。失效率通常采用“1/h”或“%/h”作单位。对于高可靠性产品，则通常采用“10^{-9}/h”作单位，称作一个“菲特”，简记“Fit”。

还需要注意的是失效密度与失效率，虽然它们都是反映产品失效的变化速度，但它们是两个不同的概念。失效密度是在全部试验产品中考虑(不论它们是否失效)，所以观测值计算式中的分母为 $N\Delta t$；而失效率则是在尚未失效的产品中考虑，所以它的计算式中的分母为 $n_s(t)\Delta t$，即 $[N-r(t)]\Delta t$。一般地说，在反映失效变化速率上失效率要比失效密度灵敏。

许多产品的失效率函数曲线呈两头高、中间低图形，典型的失效率曲线 $\lambda(t)$ 如图1-3所示，呈浴盆形状，故通常称“浴盆曲线”。

由图可见，产品的失效率曲线，随着工作时间的推移，可以分为早期失效期、偶然失效期、耗损失效期等三个时期。早期失效期，$\lambda(t)$ 较高且呈下降趋势。主要是由于设计错误、工艺缺陷、装配问题、管理不当等原因引起的。由于这个阶段产品的失效率很高，所以工厂常采用筛选、老练等办法来剔除一些不合格产品，以减少出厂产品的早期失效。偶然失效期

是产品的正常使用期，这个阶段失效率较低并且基本保持常数，是产品的最佳工作阶段。这期间产品发生故障大多是由于偶然因素引起的。在耗损失效期，$\lambda(t)$又呈上升趋势，这是由于元器件老化、疲劳和磨损等原因使产品性能恶化的缘故，因此应采取维修或更换等手段来维持产品的正常工作，推迟耗损失效期的到来，延长产品的寿命。

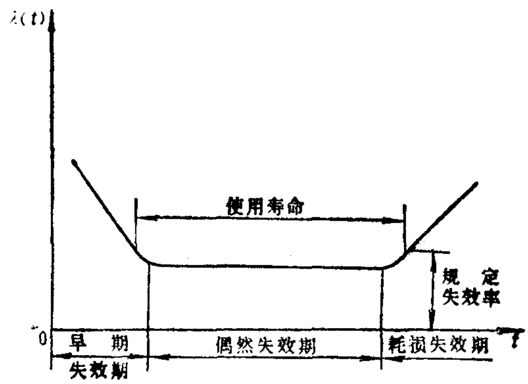

图1-3 典型的失效率曲线

我国国家标准规定，电子元器件失效率共分为七级，如表1-1所示。

例1-2 设有100个产品，从 $t=0$ 开始运行，在50h内无产品失效，在50～51h内有一个产品失效；在51～52h内有3个产品失效，求该批产品在50h及51h时的失效率各为多少？

解 $r(50)=0$，$r(50+1)=1$，$N=100$，$\Delta t=1$

所以

$$\lambda(50)=\frac{r(50+1)-r(50)}{[100-r(50)]\times 1}=\frac{1-0}{[100-0]\times 1}=1\%/\text{h}$$

同理

$$\lambda(51)=\frac{r(51+1)-r(51)}{[100-r(51)]\times 1}=\frac{4-1}{[100-1]\times 1}\approx 3.03\%/\text{h}$$

表1-1 电子元器件失效率分级

名称	符号	最大失效率(1/h或1/10次)	名称	符号	最大失效率(1/h或1/10次)
亚五级	Y	3×10^{-5}	八级	B	1×10^{-8}
五级	W	1×10^{-5}	九级	J	1×10^{-9}
六级	L	1×10^{-6}	十级	S	1×10^{-10}
七级	Q	1×10^{-7}			

失效率是研究可靠性的一个极为重要的指标，它不仅可以反映产品可靠性的瞬态特性，还可由它导出其它可靠性指标。

例如：由

$$\lambda(t)=\frac{f(t)}{R(t)}=-\frac{R'(t)}{R(t)}$$

即

$$\lambda(t)\mathrm{d}t=-\frac{1}{R(t)}\mathrm{d}R(t)$$

等式两边从0到 t 积分，并根据初始条件 $R(0)=1$，即可解得

$$R(t)=e^{-\int_0^t \lambda(u)\mathrm{d}u} \tag{1-12}$$

从而还可得到

$$F(t)=1-e^{-\int_0^t \lambda(u)\mathrm{d}u} \tag{1-13}$$

$$f(t)=F'(t)=\lambda(t)e^{-\int_0^t \lambda(u)\mathrm{d}u} \tag{1-14}$$

由此可知，$R(t)$、$f(t)$、$F(t)$均可由$\lambda(t)$唯一确定。

例1-3 设已知某元件的失效率为

$$\lambda(t)=\begin{cases}\lambda, & 当\ t\geqslant 0\\ 0, & 当\ t<0\end{cases}$$

试求此元件的可靠度和失效密度。

解 由式(1-12)与式(1-14)得

$$R(t)=e^{-\int_0^t \lambda(u)\mathrm{d}u}=\begin{cases}e^{-\int_0^t \lambda(u)\mathrm{d}u}=e^{-\lambda t}, & 当\ t\geqslant 0\\ 1, & 当\ t<0\end{cases}$$

$$f(t)=-\frac{\mathrm{d}R(t)}{\mathrm{d}t}=\begin{cases}\lambda e^{-\lambda t}, & 当\ t\geqslant 0\\ 0, & 当\ t<0\end{cases}$$

五、产品的寿命特征量

产品的可靠性除用失效分布、可靠度、失效率描述外，一般还用寿命的特征量，如平均寿命、可靠寿命、特征寿命等描述。

1．平均寿命

产品寿命指标最重要且常用的是平均寿命。对于不可修复产品来说，平均寿命是指产品从开始工作到发生失效前的平均工作时间，记为*MTTF*(Mean Time To Failure)。对于可修复产品来说，平均寿命指的是相邻故障之间的平均工作时间，记为*MTBF*(Mean Time Between Failure)。两者统称为平均寿命，数学上就是寿命T的数学期望$E(T)$。

如果已知寿命T的概率分布为

$$P(T=t_i)=p_i,\quad i=1,\ 2,\ \cdots,\ k,\ \cdots$$

则

$$E(T)=\sum_{i=1}^{\infty} t_i p_i \tag{1-15}$$

如果寿命T具有分布密度$f(t)$

则

$$E(T)=\int_{-\infty}^{+\infty} tf(t)\mathrm{d}t$$

T为取非负值的随机变量时，

则

$$E(T)=\int_0^{\infty} tf(t)\mathrm{d}t \tag{1-16}$$

平均寿命还可以用可靠度$R(t)$来计算，即

$$E(T)=\int_0^{\infty} R(t)\mathrm{d}t \tag{1-17}$$

因为

$$E(T)=\int_0^\infty tf(t)\mathrm{d}t=\int_0^\infty t\mathrm{d}F(t)=\int_0^\infty\int_0^t \mathrm{d}u\mathrm{d}F(t)=\int_0^\infty\int_u^\infty \mathrm{d}F(t)\mathrm{d}u$$

$$=\int_0^\infty[1-F(u)]\mathrm{d}u=\int_0^\infty R(u)\mathrm{d}u$$

即得到式(1-17)，而且式(1-17)常比式(1-16)更便于计算。

平均寿命的观测值$\hat{\theta}$是：

（1）对于不可修复产品，当所有试验样品都观察到寿命终了的实际值时，是指它们的算术平均值；当不是所有试验样品都观察到寿命终了的截尾试验时(例如定时截尾)，则是指受试样品的累积试验时间与失效数 r 之比。

例如有 N 个产品投入试验，都观察到寿命终了期，且寿命为t_i的有n_i个，$i=1, 2, \cdots, k$，则

$$\hat{\theta}=\sum_{i=1}^{k} t_i\cdot\frac{n_i}{N} \tag{1-18}$$

式中　$n_1+n_2+\cdots+n_k=N$

如果试验总时间为 T，而失效数为 r，则

$$\hat{\theta}=\frac{T}{r} \tag{1-19}$$

试验总时间 T 的计算，应根据不同的试验方案采用不同的算式进行计算。例如定时截尾试验(即试验进行到给定的时间终止试验)，试样总数为 n 个，到截尾时间t_0时，若有 r 个失效，失效时间分别为t_1，t_2，…，t_r，则总试验时间为

$$T=\sum_{i=1}^{r} t_i+(n-r)t_0$$

（2）对可修复产品，是指一个或多个产品在它的使用寿命期内的某个观察期间累积工作时间 T 与故障次数 r 之比。

例如一台仪表总工作时间为 T，共出现过 r 次故障，则

$$\hat{\theta}=\frac{T}{r}$$

所以，不论产品是否可修复，平均寿命都有同样的计算式(1-19)。只是具体数据的计算方法有所差别，$\hat{\theta}$为MTTF或MTBF的估计值。

2. 可靠寿命与特征寿命

我们知道可靠度函数$R(t)$是 t 的非增函数，当 $t=0$ 时，$R(0)=1$，随着工作时间 t 的增大，$R(t)$逐渐下降。若已知可靠度函数，就可求得任意时间 t 的可靠度。反之，给定可靠度为一定值 R，也可求得产品可靠度降到 R 时的工作时间。我们称达到给定的可靠度 R 所对应的时间为可靠寿命，记为t_R。即

设产品可靠度为$R(t)$，对于给定的 $0<R<1$，

若有　$R(t_R)=P(T>t_R)=R$

则称t_R为可靠寿命。其中 R 称为可靠水平。

当 $R=0.5$时，$t_{0.368}$称为中位寿命；

当 $R=e^{-1}\approx 0.368$时，$t_{e^{-1}}$称为特征寿命。

由此可知，产品工作到可靠寿命t_R时约有$100(1-R)\%$失效；工作到中位寿命$t_{0.5}$时约有

一半失效；工作到特征寿命时约有63.2%的产品失效。可靠寿命在可靠性设计中是很有用的，尤其是对可靠度有一定要求的产品，产品工作到了一定的可靠寿命t_R时，就应当考虑更换，否则可靠度就不能得到保证。例如许多军用产品、航天、航空产品等便是如此。

3. 更换寿命

如果对产品预先给定允许的失效率值λ_0，则满足方程

$$\lambda_0=\frac{f(t)}{R(t)}$$

的解 $t=t_{\lambda_0}$，我们称此时间t_{λ_0}为相应于失效率为λ_0的更换寿命。这里"更换"的意思即产品用到t_{λ_0}时必须加以更换，否则失效率会高于λ_0。

更换寿命是对失效率函数是随时间而递增的函数来讲的。如果失效率是递减函数，则只要在t_{λ_0}以前进行更换或筛选，而在t_{λ_0}之后就不必更换了。

根据上述可靠度$R(t)$、失效分布$F(t)$、失效密度$f(t)$以及失效率$\lambda(t)$等定义，可归纳出它们之间的函数关系，见表1-2所示。

表1-2 可靠性指标间的函数关系

	$F(t)$	$f(t)$	$R(t)$	$\lambda(t)$
$F(t)=$	—	$\int_0^t f(u)\mathrm{d}u$	$1-R(t)$	$1-e^{-\int_0^t \lambda(u)\mathrm{d}u}$
$f(t)=$	$\frac{\mathrm{d}F(t)}{\mathrm{d}t}$	—	$-\frac{\mathrm{d}R(t)}{\mathrm{d}t}$	$\lambda(t)e^{-\int_0^t \lambda(u)\mathrm{d}u}$
$R(t)=$	$1-F(t)$	$\int_t^\infty f(u)\mathrm{d}u$	—	$e^{-\int_0^t \lambda(u)\mathrm{d}u}$
$\lambda(t)=$	$\frac{\frac{\mathrm{d}F(t)}{\mathrm{d}t}}{1-F(t)}$	$\frac{f(t)}{\int_t^\infty f(u)\mathrm{d}u}$	$-\frac{\mathrm{d}\ln R(t)}{\mathrm{d}t}$	—
$MTTF=$	—	$\int_0^\infty tf(t)\mathrm{d}t$	$\int_0^\infty R(t)\mathrm{d}t$	—

§1-2 几种常见的失效分布

从前一节的讨论可知，产品的可靠性指标与该产品的失效分布有密切的关系。已知失效分布便可求出可靠度、失效率及其它表示寿命的指标。即使不知道具体的分布函数，但如果知道失效分布的类型，也可采用参数估计的方法求出某些可靠性指标的估计值。而且不同的失效分布类型，常常在处理方法上也不相同。因此，在研究可靠性问题时，确定产品失效分布的类型是十分重要的基础性工作。仪表可靠性工程中常见的产品失效分布有：二项分布、泊松(Poisson)分布、指数分布、威布尔分布、正态分布以及对数正态分布等。

一、二项分布

在讨论诸如n次独立重复抽样时，问抽得k($k\leqslant n$)个产品为合格品的概率为多少？n台运行的仪表中有k台工作正常的概率有多大的问题时，常用二项分布描述和计算，即

设X表示从n个产品中取得的合格品数（或n台运行的仪表中工作正常的台数），则

$$P(X=k)=C_n^k p^k q^{n-k},\quad k=0,\ 1,\ 2,\ \cdots,\ n \tag{1-20}$$

式中　p——每次抽得合格品（或每台仪表工作正常）的概率，且 $p+q=1$

式(1-20)的概率分布称为二项分布，其数学期望、方差、可靠度分别为

$$E(X)=\sum_{k=0}^{n} kC_n^k p^k q^{n-k}=np$$

$$D(X)=E(X^2)-(EX)^2=npq$$

$$R(x)=P(X>x)=\sum_{k=x}^{n} C_n^k p^k q^{n-k}$$

二、泊松(Poisson)分布

二项分布在抽样数 n 很大而 p 较小时，可趋近于泊松分布，这时只要np为一有限数，再令 n 充分地大，即可得

$$\lim_{n\to\infty} C_n^k p^k q^{n-k}=\frac{\lambda^k}{k!}e^{-\lambda},\quad \lambda=np>0$$

且称概率分布

$$P(X=k)=\frac{\lambda^k}{k!}e^{-\lambda},\quad \lambda>0,\quad k=0,\ 1,\ 2,\ \cdots \tag{1-21}$$

为泊松分布。其数学期望、方差、可靠度分别为

$$E(X)=\lambda,\quad D(X)=\lambda,\quad R(x)=\sum_{k=x}^{\infty}\frac{\lambda^k}{k!}e^{-\lambda}$$

在可靠性分析中，若要考虑依时间的演变过程，此时式(1-21)就成为

$$P[X(t)=k]=\frac{(\lambda t)^k}{k!}e^{-\lambda t},\quad k=0,\ 1,\ 2,\ \cdots \tag{1-22}$$

而且同样可得

$$E[X(t)]=\lambda t,\quad D[X(t)]=\lambda t,\quad R(x)=\sum_{k=x}^{\infty}\frac{(\lambda t)^k}{k!}e^{-\lambda t}$$

这里式(1-21)中的X称泊松随机变量，而式(1-22)中的$X(t)$称泊松随机过程。

二项分布、泊松分布均为离散型分布。离散型分布可用于描述周期地检查产品才发现失效的情况，此时产品的寿命可认为是周期长度的非负整数倍。

三、指数分布

指数分布常用于描述由于偶然冲击引起产品失效的失效规律。通常认为在很短的时间间隔内几乎不会发生多于一次冲击，而且在这些短的时间间隔内是否发生冲击是彼此独立的，这样的冲击施加于产品时，可以证明在$(0,\ t)$内发生的冲击次数$N(t)$是服从以λt为参数的泊松分布，也即$N(t)$为泊松过程，其概率分布为

$$P[N(t)=k]=\frac{(\lambda t)^k}{k!}e^{-\lambda t},\quad k=0,\ 1,\ 2,\ \cdots \tag{1-23}$$

如果在$(0,\ t)$内无冲击，即冲击次数 k 为零时的概率也就是产品的可靠度为

$$R(t)=P[N(t)=0]=e^{-\lambda t},\quad t\geqslant 0$$

从而可得失效分布为

$$F(t)=1-e^{-\lambda t},\quad t\geqslant 0 \tag{1-24}$$

失效密度为