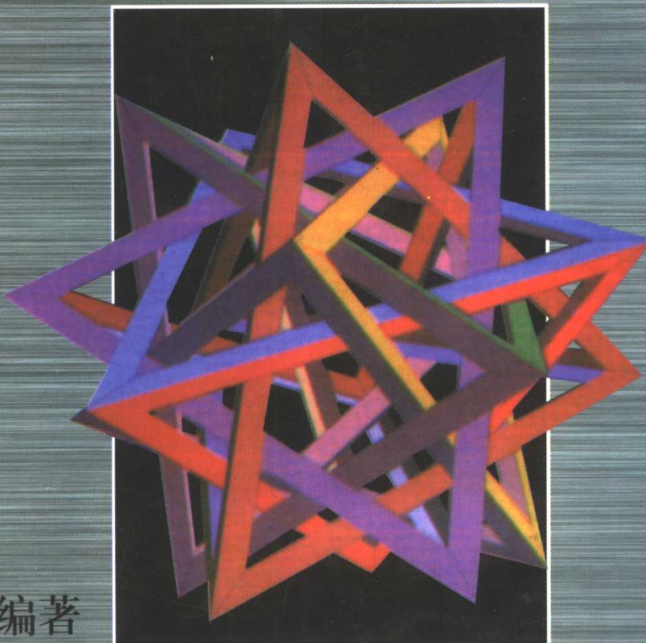
浙江省高等教育重点建设教材



水乃翔 秦禹春 编著

WEI JI FEN

微积分

浙江大學出版社

浙江省高等教育重点建设教材

微　积　分

编著　水乃翔 秦禹春

浙江大學出版社

书　　名　微积分
编　　著　水乃翔　秦禹春
出版发行　浙江大学出版社
　　　　　（杭州浙大路38号　邮政编码310027）
　　　　　（E-mail:zupress@mail.hz.zj.cn）
　　　　　（网址:http://www.zjupress.com）
责任编辑　杨晓鸣　徐素君
排　　版　浙江大学出版社电脑排版中心
印　　刷　余杭市人民印刷有限公司
开　　本　850mm×1168mm　1/32
印　　张　19.5
字　　数　510千字
版　　次　1998年8月第1版　2001年8月第3次印刷
印　　数　4001－6000
书　　号　ISBN 7-308-02439-3/O·250
定　　价　25.00元

前　言

人们常说,21 世纪是信息时代,是知识经济的时代,因此需要造就一大批掌握现代经济理论和科学管理知识的人才.经济、管理现代化的一个重要标志是强化定量分析,这就要求高素质的经济、管理人才应具有宽厚的数学基础,应在数学的抽象性、逻辑性和严谨性方面受到薰陶和训练,提高学习现代数学的能力,以及适应终生学习,更新知识的时代需要.微积分既是高等数学的一个主要部分,也是学习近代数学的起点和基础,故其重要性对于每一个经济、管理专业的大学生,都是不言而喻的. 本书是浙江省首批重点建设教材之一,面向重点高校的经济、管理类专业,作者在编著过程中对以下几方面作了探索.

1. 强调教材有新意. 现行教材以删繁就简居多. 本书试图以现代观点审视、选择传统内容,以新的处理方式构架微积分. 例如微分中值及其应用,第二类换元积分法,定积分定义的引出等传统内容以新的面貌出现. 又如二阶常系数线性非齐次方程以给出通解的形式打破传统的求解格局以及开展原函数不存在性的讨论等立意新颖.对教材的新的处理几乎在各章中都有不同程度的体现,使得内容简明扼要,有利于培养学生的创新意识.

2. 加强基础,突出分层次安排教学内容. 我们在内容的取舍上持相当慎重的态度,特别强调基础理论不能削弱,部分内容反而要有所加强,当然对数学知识的应用也必须高度重视,这些都是正文的核心素材. 其次,本书与现行的同类教材相比,另一不同之处

为，几乎对所有的定理均加以严格证明，有些还给出了新的证明方法，这样做的目的在于有利于培养学生的逻辑推理能力和有利于学生掌握学习数学的思维方式．为了处理好与教学时数限定的矛盾，除必要的证明纳入正文外，其余均以排成小号字的形式出现．此外，部分进一步展开的内容也排成小号字，从而既能在教学时数的安排上赢得主动，又为培养学生的自学能力留有空间．第三，为了拓宽知识面，扩大读者视野，更多地体现经济管理现象中对数学的要求，我们展示了凸及拟凸函数应用于经济理论的内容，介绍了市场经济中的蛛网模型等，此外还列入颇有用处但难度较大的数学知识，例如一致连续、一致收敛以及二重积分的补充知识等．这些内容均冠以“*”号，供学时充裕或学有余力的学生选用．这样以正文，小号字，“*”号三种层次组织教学内容，对因材施教，激发读者自学的积极性无疑是有益的．

习题是教学的有机组成部分，本书配置了较多的练习供选用．其中除作为基本要求的练习外，还配备了一些综合题和论证题，以及提供一些针对报考研究生的习题．且书末附有习题解答，对于难度较大的以及论证题还给了提示，以供自我检测及作比较之用，希望能为学生学好微积分及进一步深造铺路搭桥．

3．加强微积分的应用能力的培养．本书在传授数学知识的同时，注意融入在解决实际问题中一些有重要应用的数学思想方法．例如，微分中的局部线性化思想，极值问题中的最优化思想，积分应用中的微元法，以及贯穿全书的变换思想和方法．另外，列举了不少从建立模型到问题解决的典型例题，如优选法，灰色系统GM(1,1)预测模型，库存问题的研究等等，不仅注意应用问题的趣味性，以增强对读者的吸引力；同时力求使读者受到解决问题的全过程的初步训练，以增强应用与创新意识及注重能力的培养．

在这次修订中，大连大学王丽燕副教授、长春大学敬石心副教授、沈阳工学院沙萍老师，与我们一起重新审查了本书的内容和习

题，并进行了调整与补充，以便更符合教学的需要.

本书的出版得到了浙江省教委重点教材建设基金的资助，还得到浙江大学教务处和出版社的关怀和资助. 借此机会向有关方面和这些同志一并表示衷心感谢.

教学改革、教材建设任重道远，限于作者的水平，不当之处在所难免，敬请数学界同仁和广大读者不吝批评指出.

编　者

2000年5月于浙江大学数学系

目　录

第一章　函　数

函数是高等数学的重要基本概念之一，是微积分的研究对象，也是学习高等数学的基础. 本章将讨论函数的概念、基本性质以及初等函数.

§1.1　实　数

1.1.1　实数

人们对数的认识是随着生产力的发展而发展的，首先是自然数，继而为分数及个别无理数；有了负数后，零、正负分数称为有理数，再进展到无理数等. 详细地说，有理数是指能表示为$\frac{q}{p}$（这里p、q均为整数且$p \neq 0$）形式的数，即它是具有有限小数或无限循环小数的数；而无理数则是可表示为具有无限不循环小数的数. 有理数与无理数统称为实数. 今后若不加说明，所提到的数都是实数.

以下我们来列举有关实数的两个重要性质：

1. 每一个实数必是数轴上某一点的坐标，反之，数轴上每一个点的坐标必为一个实数，并且不同的实数是数轴上不同的点的坐标，这样，就建立了全体实数与数轴上全体点之间的一一对应关系. 换句话说，实数能布满整个实轴，这种性质，又称实数的连续性或实数的完备性，这只是一种直观的描述.

今后，我们经常利用数轴上的点来表示实数，即将实数和数轴上与之对应的点不加区别，而用相同的符号表示. 例如点 a 和实数 a 完全等同. 这样，沟通了形与数，做到数形结合，为我们的论述带来了很大的方便，并提供了几何（直观）背景.

2. 有理数在实数中是稠密的，也就是说在任何两个不同的实数之间必存在着有理数. 同样，无理数在实数中也是稠密的. 但有理数或无理数均不能布满整个实轴，因此，它们不具有连续性或完备性.

最后，介绍实数的绝对值以及今后常用到的绝对值不等式.

一个实数 x 的绝对值，记为 $|x|$，定义为

$$|x| = \begin{cases} x, & x \geqslant 0 \\ -x, & x < 0 \end{cases}$$

$|x|$ 的几何意义是，它表示数轴的点 x 与原点 O 之间的距离，相仿，$|x-a|$ 的几何意义是数轴上点 x 与点 a 之间的距离.

下述两个绝对值不等式是经常使用的，将它们叙述成两个性质.

性质 1 绝对值不等式 $|x-a| < c(c>0)$ 等价于 $a-c<x<a+c$；$|x-a|>c(c>0)$ 等价于 $x<a-c$ 或 $x>a+c$.

性质 2 $\big||x|-|y|\big| \leqslant |x \pm y| \leqslant |x|+|y|$.

具体地，当 x,y 中有一个为 0 时，上式中均取等号. 当 x,y 同号（异号）时则有

$$\big||x|-|y|\big| = |x-y| < |x+y| = |x|+|y|$$
$$(\big||x|-|y|\big| = |x+y| < |x-y| = |x|+|y|)$$

1.1.2 数集、区间与邻域

全体实数构成的集合，记为 R，也称为 $\boldsymbol{R}$ 域. R 的子集都简称为数集，区间与邻域是最常用的数集. 设有数 a 和 b 且 $a<b$，开区

间(a,b)，半开区间$(a,b]$和$[a,b)$，闭区间$[a,b]$分别定义如下：

$$(a,b)=\{x\mid a<x<b\},(a,b]=\{x\mid a<x\leqslant b\},$$
$$[a,b)=\{x\mid a\leqslant x<b\},[a,b]=\{x\mid a\leqslant x\leqslant b\}.$$

点a和b分别称为这些区间的左端点和右端点. 以上四种区间均称为**有限区间**，且称$b-a$为区间的长度. 它们在数轴上分别如图 1-1 所示：

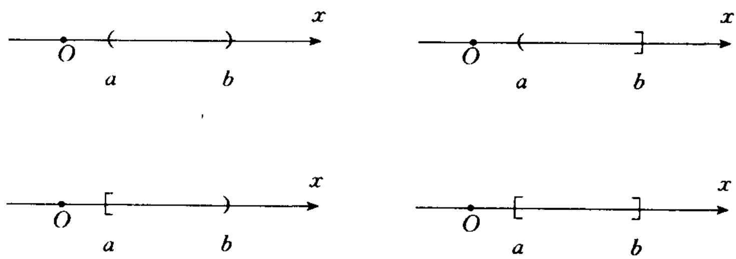


图 1-1

还有五种**无限区间**：

$$(a,+\infty)=\{x\mid a<x\},[a,+\infty)=\{x\mid a\leqslant x\}$$
$$(-\infty,b)=\{x\mid x<b\},(-\infty,b]=\{x\mid x\leqslant b\}$$
$(-\infty,+\infty)=\{x\mid x$ 为实数$\}=R$，也可表成
$$(-\infty,+\infty)=\{x\mid -\infty<x<+\infty\}.$$

相仿，也可在数轴上表示这些区间. 使用区间可表示一些数集，例如

$$\{x\mid |x|<c\}=(-c,c),$$
$$\{x\mid |x|>c\}=(-\infty,-c)\cup(c,+\infty).$$

邻域也是微积分中经常使用的数集，设a与δ是两个实数且$\delta>0$，数集

$$U(a,\delta)=\{x\mid |x-a|<\delta\}=(a-\delta,a+\delta)$$

称为点a的**δ邻域**，点a称为$U(a,\delta)$的**中心**，δ称为**半径**. $U(a,\delta)$在数轴上表示与点a的距离小于δ的点的全体，如图 1-2.