图书在版编目(CIP)数据

线性代数:考研必读 /刘九兰,张乃一,曲文萍编.天津:天津大学出版社,2000.5
(硕士研究生入学考试强化辅导丛书)
ISBN 7-5618-1289-2

Ⅰ.线...　Ⅱ.①刘...②张...③曲...　Ⅲ.线性代数-研究生-入学考试-自学参考资料　Ⅳ.0151.2

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2000)第 22838 号

出　版　天津大学出版社
出版人　杨风和
地　址　天津市卫津路 92 号天津大学内(邮编:300072)
电　话　发行部:022-27403647　邮购部:022-27402742
印　刷　天津市宝坻县第二印刷厂
发　行　新华书店天津发行所
开　本　850mm×1168mm　1/32
印　张　9.625
字　数　251 千
版　次　2000 年 5 月第 1 版
印　次　2000 年 5 月第 1 次
印　数　1—5 000
定　价　12.00 元

前　言

线性代数是高等学校理工科一门重要的基础课,也是工学、经济学硕士研究生入学考试的一门主要课程.按考试的基本要求,考生要系统地理解线性代数的基本概念和基本理论,掌握线性代数的基本方法.要求考生具有抽象思维能力,逻辑推理能力,运算能力和综合分析问题、解决问题的能力.

本书是依据全国高校工科数学课程教学指导委员会制订的线性代数教学基本要求以及教育部制订的《1999年全国硕士研究生入学统一考试数学考试大纲》(简称《数学考试大纲》)编写的.目的在于帮助读者系统复习总结归纳线性代数的重要概念、基本理论和基本方法,通过大量的例题分析帮助读者掌握综合分析问题与解决问题的方法及技巧.例题中介绍了一些往届研究生的入学试题,以便读者能了解和熟悉试题的题型和特点.

本书按教育部制订的《数学考试大纲》中有关线性代数的要求顺序按章编写.包括:n阶行列式,矩阵及其运算,n维向量,线性方程组,矩阵的特征值和特征向量,二次型共六章.每一章都按以下内容编写:

一　考试内容及要求

二　基本内容

三　例题分析

四　练习题

五　答案与提示

本书各章中考试内容及要求是《数学考试大纲》中要求的.各章里的例题分析不局限于本章的内容,目的在于使读者对所学的线性代数内容有一个综合的理解和更灵活的运用.

为了让读者了解硕士研究生入学考试数学试题中线性代数所

占的比例及线性代数的试题类型、深度与广度、重点与难点，本书在附录中汇编了1987年～2000年硕士研究生入学考试各类数学试卷中线性代数试题，以便读者能更全面、更有针对性地复习和准备.

本书的第一、二章及附录部分由刘九兰编写，第三、四章由曲文萍编写，第五、六章由张乃一编写.

本书在编写过程中得到天津大学数学系和天津大学出版社的大力支持和帮助，编者对此表示衷心的感谢.

本书除作为准备参加硕士研究生入学考试者的复习参考书外，还可以作为理工科院校线性代数课教学参考书和学习指导书.

本书在编写过程中可能出现缺点和错误，恳请读者给予指正.

编者

2000.02

目　　录

第一章　n 阶行列式

一　考试内容及要求

(1)了解 n 阶行列式的定义和性质.

(2)掌握 3 阶与 4 阶行列式的计算方法,会计算简单的 n 阶行列式.

二　基本内容

1　n 阶行列式定义

$$D_n = |a_{ij}| = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \cdots\cdots & & & \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix}$$

$$= \sum_{j_1 j_2 \cdots j_n} (-1)^{\tau(j_1 j_2 \cdots j_n)} a_{1j_1} a_{2j_2} \cdots a_{nj_n}.$$

n 阶行列式 D_n 的值是一个数,它是 $n!$ 项代数和;每一项上都是 n 个元素的乘积,且这 n 个元素要取自于行列式的不同行与不同列;其中正负项各有$\dfrac{n!}{2}$个.当该项的这 n 个元素的行指标为标准排列时,它们的列指标 $j_1 j_2 \cdots j_n$ 为奇(偶)排列,则该项前取负(正)号.

规定一阶行列式 $|a| = a$,如一阶行列式 $|-2| = -2$.

2　n 阶行列式的性质

①行列式 D 与它的转置行列式 D' 相等.

②交换行列式的任意两行(列),行列式变号.

③用一个数乘行列式,等于用这个数乘行列式的某一行(列)上每一个元素.

④如果 D 中某一行(列)上每一个元素都是两个数的和,即 $a_{ij}=b_{ij}+c_{ij}(j=1,2,\cdots,n)$,则 D 等于相应的两个行列式的和.即

$$D=\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ \cdots\cdots & & & \\ b_{i1}+c_{i1} & b_{i2}+c_{i2} & \cdots & b_{in}+c_{in} \\ \cdots\cdots & & & \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix}$$

$$=\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ \cdots\cdots & & & \\ b_{i1} & b_{i2} & \cdots & b_{in} \\ \cdots\cdots & & & \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix}+\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ \cdots\cdots & & & \\ c_{i1} & c_{i2} & \cdots & c_{in} \\ \cdots\cdots & & & \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix}.$$

⑤把 D 的某一行(列)上每一个元素的 k 倍加到另一行(列)的对应元素上去,则行列式值不变.

$$D=\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ \cdots\cdots & & & \\ a_{i1} & a_{i2} & \cdots & a_{in} \\ \cdots\cdots & & & \\ a_{j1} & a_{j2} & \cdots & a_{jn} \\ \cdots\cdots & & & \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix}$$

$$
=\begin{vmatrix}
a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\
\cdots\cdots & & & \\
a_{i1}+ka_{j1} & a_{i2}+ka_{j2} & \cdots & a_{in}+ka_{jn} \\
\cdots\cdots & & & \\
a_{j1} & a_{j2} & \cdots & a_{jn} \\
\cdots\cdots & & & \\
a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn}
\end{vmatrix}.
$$

3　n 阶行列式的计算方法

2 阶与 3 阶行列式可用对角线法去计算，而对于 n 阶行列式 $D_n(n\geqslant 4)$ 对角线法就不适用了．一般地说，n 阶行列式的基本计算方法有以下几种．

(1)用 n 阶行列式定义计算行列式

显然上三角形行列式

$$
\begin{vmatrix}
a_{11} & a_{12} & a_{13} & \cdots & a_{1n} \\
0 & a_{22} & a_{23} & \cdots & a_{2n} \\
0 & 0 & a_{33} & \cdots & a_{3n} \\
\cdots\cdots & & & & \\
0 & 0 & 0 & \cdots & a_{nn}
\end{vmatrix}=a_{11}a_{22}a_{33}\cdots a_{nn}.
$$

下三角形行列式
$$
\begin{vmatrix}
a_{11} & 0 & 0 & \cdots & 0 \\
a_{21} & a_{22} & 0 & \cdots & 0 \\
a_{31} & a_{32} & a_{33} & \cdots & 0 \\
\cdots\cdots & & & & \\
a_{n1} & a_{n2} & a_{n3} & \cdots & a_{nn}
\end{vmatrix}=a_{11}a_{22}a_{33}\cdots a_{nn}.
$$

对角形行列式
$$
\begin{vmatrix}
a_{11} & 0 & 0 & \cdots & 0 \\
0 & a_{22} & 0 & \cdots & 0 \\
0 & 0 & a_{33} & \cdots & 0 \\
\cdots\cdots & & & & \\
0 & 0 & 0 & \cdots & a_{nn}
\end{vmatrix}=a_{11}a_{22}a_{33}\cdots a_{nn}.
$$

而且 $D_n = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n-1} & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n-1} & 0 \\ \cdots\cdots \\ a_{n-11} & a_{n-12} & \cdots & 0 & 0 \\ a_{n1} & 0 & \cdots & 0 & 0 \end{vmatrix}$

$$= (-1)^{\frac{n(n-1)}{2}} a_{1n} a_{2n-1} \cdots a_{n-12} a_{n1}.$$

(2)化三角形法计算 n 阶行列式

用化三角形法计算 n 阶行列式的一般思路为

$$D_n = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \cdots\cdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix} \xlongequal{\text{由性质化简}} \cdots$$

$$= \begin{vmatrix} b_{11} & b_{12} & \cdots & b_{1n} \\ 0 & b_{22} & \cdots & b_{2n} \\ \cdots\cdots \\ 0 & 0 & \cdots & b_{nn} \end{vmatrix}$$

$$= b_{11} b_{22} \cdots b_{nn}.$$

(3)按某一行(列)展开计算 n 阶行列式

$$D_n = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots\cdots\cdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix} \xlongequal{\text{按第 } i \text{ 行展开}} a_{i1}A_{i1} + a_{i2}A_{i2} + \cdots + a_{in}A_{in}$$

$$\xlongequal{\text{按第 } j \text{ 列展开}} a_{1j}A_{1j} + a_{2j}A_{2j} + \cdots + a_{nj}A_{nj},$$

$$(i = 1,2,\cdots,n),(j = 1,2,\cdots,n).$$

其中 A_{ij} 是 D_n 中第 i 行第 j 列上元素 a_{ij} 的代数余子式.

(4)利用拉普拉斯定理计算 n 阶行列式

按行列式的某 k 行(列)展开

$$D_n=\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \cdots\cdots & & & \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix} \xlongequal{\text{按某}k\text{行展开}} N_1A_1+N_2A_2+\cdots+N_tA_t,$$

其中 $N_1,N_2,\cdots,N_t$ 是由 n 阶行列式 D_n 的某 k 行所决定的 k 阶子式,$t=C_n^k$,且 A_i 是 N_i 的代数余子式($i=1,2,\cdots,t$).

(5)拆行(列)法计算 n 阶行列式

利用 n 阶行列式的性质④及其推广来简化行列式,达到计算行列式的目的.

(6)利用递推公式计算 n 阶行列式

(7)利用范德蒙德行列式的结论计算特殊的行列式

(8)利用加边法计算 n 阶行列式

* (9)利用方阵行列式性质计算 n 阶行列式

4 克拉默法则及应用

①如果线性方程组

$$\begin{cases} a_{11}x_1+a_{12}x_2+\cdots+a_{1n}x_n=b_1 \\ a_{21}x_1+a_{22}x_2+\cdots+a_{2n}x_n=b_2 \\ \cdots\cdots \\ a_{n1}x_1+a_{n2}x_2+\cdots+a_{nn}x_n=b_n \end{cases}$$

的系数行列式 $D=\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \cdots\cdots & & & \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix}\neq 0$,则该方程组有惟一解,$x_j=\dfrac{D_j}{D}(j=1,2,\cdots,n)$.其中 D_j 是用 $b_1,b_2,\cdots,b_n$ 代替系数行列式 D 中的第 j 列元素 $a_{1j},a_{2j},\cdots,a_{nj}$ 之后得到的 n 阶行列

式.

②设齐次线性方程组为

$$\begin{cases} a_{11}x_1+a_{12}x_2+\cdots+a_{1n}x_n=0, \\ a_{21}x_1+a_{22}x_2+\cdots+a_{2n}x_n=0, \\ \cdots\cdots \\ a_{n1}x_1+a_{n2}x_2+\cdots+a_{nn}x_n=0. \end{cases}$$

如果齐次线性方程组的系数行列式 $D\neq0$,则它只有惟一零解.如果齐次线性方程组有非零解,则它的系数行列式 $D=0$.

5 与 n 阶行列式有关的重要结论

①对于任意一个 n 阶行列式

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \cdots\cdots & & & \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix}$$

恒有 $\quad a_{i1}A_{j1}+a_{i2}A_{j2}+\cdots+a_{in}A_{jn}=0,$

及 $\quad a_{1i}A_{1j}+a_{2i}A_{2j}+\cdots+a_{ni}A_{nj}=0,$

$$(i\neq j\quad i,j=1,2,\cdots n).$$

②设 $\boldsymbol{A}$ 为一个 n 阶方阵,$\boldsymbol{X}=\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix}$ 为 n 维列向量,$\boldsymbol{\beta}=\begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{pmatrix}$.

$|\boldsymbol{A}|\neq0 \rightleftharpoons \boldsymbol{A}$ 可逆 $\rightleftharpoons r(\boldsymbol{A})=n \rightleftharpoons \boldsymbol{A}$ 满秩 $\rightleftharpoons \boldsymbol{A} \xrightarrow{\text{初等行变换}} \boldsymbol{E} \rightleftharpoons \boldsymbol{A} \xrightarrow[\text{初等列变换}]{} \boldsymbol{E} \rightleftharpoons$ 齐次线性方程组 $\boldsymbol{AX}=\boldsymbol{O}$ 只有惟一零解 $\rightleftharpoons$ 对于任意列向量 $\boldsymbol{\beta}$,线性方程组 $\boldsymbol{AX}=\boldsymbol{\beta}$ 都有解 $\rightleftharpoons \boldsymbol{A}$ 的行(列)向量组线性无关.

三　例题分析

1　用 n 阶行列式定义计算行列式

例 1.1　n 阶行列式 D 中每一个元素 a_{ij} 分别用数 b^{i-j}（$b\neq 0$）去乘得到另一个 n 阶行列式 D_1，试证 $D_1=D$.

证　证法 1　由 n 阶行列式的定义可知，

$$D_1=\begin{vmatrix} a_{11}b^{1-1} & a_{12}b^{1-2} & \cdots & a_{1n}b^{1-n} \\ a_{21}b^{2-1} & a_{22}b^{2-2} & \cdots & a_{2n}b^{2-n} \\ \cdots\cdots & & & \\ a_{n1}b^{n-1} & a_{n2}b^{n-2} & \cdots & a_{nn}b^{n-n} \end{vmatrix}$$

$$=\sum_{j_1j_2\cdots j_n}(-1)^{\tau(j_1j_2\cdots j_n)}a_{1j_1}b^{1-j_1}a_{2j_2}b^{2-j_2}\cdots a_{nj_n}b^{n-j_n}$$

$$=\sum_{j_1j_2\cdots j_n}(-1)^{\tau(j_1j_2\cdots j_n)}a_{1j_1}a_{2j_2}\cdots a_{nj_n}b^{(1+2+\cdots+n)-(j_1+j_2+\cdots+j_n)}$$

$$=\sum_{j_1j_2\cdots j_n}(-1)^{\tau(j_1j_2\cdots j_n)}a_{1j_1}a_{2j_2}\cdots a_{nj_n}b^{0}$$

$$=\sum_{j_1j_2\cdots j_n}(-1)^{\tau(j_1j_2\cdots j_n)}a_{1j_1}a_{2j_2}\cdots a_{nj_n}$$

$$=\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \cdots\cdots & & & \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix}=D.$$

证法 2　因为 n 阶行列式

$$D_1=\begin{vmatrix} a_{11}b^{1-1} & a_{12}b^{1-2} & \cdots & a_{1n}b^{1-n} \\ a_{21}b^{2-1} & a_{22}b^{2-2} & \cdots & a_{2n}b^{2-n} \\ \cdots\cdots & & & \\ a_{n1}b^{n-1} & a_{n2}b^{n-2} & \cdots & a_{nn}b^{n-n} \end{vmatrix}$$

$$=\begin{vmatrix} a_{11}b^1b^{-1} & a_{12}b^1b^{-2} & \cdots & a_{1n}b^1b^{-n} \\ a_{21}b^2b^{-1} & a_{22}b^2b^{-2} & \cdots & a_{2n}b^2b^{-n} \\ \cdots\cdots & & & \\ a_{n1}b^nb^{-1} & a_{n2}b^nb^{-2} & \cdots & a_{nn}b^nb^{-n} \end{vmatrix}$$

$$=b^1b^2\cdots b^nb^{-1}b^{-2}\cdots b^{-n}\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \cdots\cdots & & & \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix}=D.$$

例 1.2 在一个 n 阶行列式 D 中等于零的元素如果比 (n^2-n) 还多，问 D 的值等于几？

解 $D=0$，因为 n 阶行列式 D 中共有 n^2 个元素，等于零的元素如果比 (n^2-n) 还多，那么其中不等于零的元素比 $n^2-(n^2-n)$ 还少，即在 n 阶行列式中不等于零的元素最多有 $(n-1)$ 个. 由 n 阶行列式定义知，D 的值是个数，它是 $n!$ 项代数和，每一项上都是 n 个元素的乘积，且这 n 个元素取自于行列式的不同行与不同列. 所以这个 n 阶行列式的每一项的 n 个元素中至少有一个元素为零，即每一项都为零，从而得到 n 阶行列式 $D=0$.

注① 用 n 阶行列式的定义直接计算行列式相当麻烦因此只有在特殊情况下才考虑用这种方法.

② 仅当一个 n 阶行列式的每一行(列)上 n 个元素中只有少数元素不为零时，才考虑用定义计算行列式.

2 化三角形法计算 n 阶行列式

由 n 阶行列式定义可知：上(下)三角形行列式、对角形行列式的值都等于主对角线上元素的乘积. 所以要计算一个 n 阶行列式，通常是利用行列式的性质，经过一系列行列式变形，把所给的行列式化简为一个上(下)三角形行列式. 这就是常说的化三角形法.

例 1.3 计算 4 阶行列式

$$D=\begin{vmatrix}1+a & 1 & 1 & 1\\ 1 & 1-a & 1 & 1\\ 1 & 1 & 1+b & 1\\ 1 & 1 & 1 & 1-b\end{vmatrix},\text{其中 } ab\neq 0.$$

解 利用行列式性质化简

$$D=\begin{vmatrix}1+a & 1 & 1 & 1\\ -a & -a & 0 & 0\\ -a & 0 & 0 & 0\\ -a & 0 & b & 0\\ -a & 0 & 0 & -b\end{vmatrix}$$

$$=a(-a)b(-b)\begin{vmatrix}\dfrac{1+a}{a} & -\dfrac{1}{a} & \dfrac{1}{b} & -\dfrac{1}{b}\\ -1 & 1 & 0 & 0\\ -1 & 0 & 1 & 0\\ -1 & 0 & 0 & 1\end{vmatrix}$$

$$=a^2b^2\begin{vmatrix}1 & -\dfrac{1}{a} & \dfrac{1}{b} & -\dfrac{1}{b}\\ 0 & 1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1\end{vmatrix}=a^2b^2.$$

例 1.4 计算 n 阶行列式

$$D_n=\begin{vmatrix}2 & 1 & 1 & \cdots & 1\\ 1 & 2 & 1 & \cdots & 1\\ 1 & 1 & 2 & \cdots & 1\\ \cdots\cdots & & & & \\ 1 & 1 & 1 & \cdots & 2\end{vmatrix}.$$

解 **解法 1** 因为这个 n 阶行列式 D_n 中每一行上 n 个元素

之和都为 $n+1$,所以将第 $2,3,\cdots n$ 列元素都加到第 1 列上,得

$$D_n=\begin{vmatrix} n+1 & 1 & 1 & \cdots & 1 \\ n+1 & 2 & 1 & \cdots & 1 \\ n+1 & 1 & 2 & \cdots & 1 \\ \cdots\cdots \\ n+1 & 1 & 1 & \cdots & 2 \end{vmatrix}$$

$$=(n+1)\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & \cdots & 1 \\ 1 & 2 & 1 & \cdots & 1 \\ 1 & 1 & 2 & \cdots & 1 \\ \cdots\cdots \\ 1 & 1 & 1 & \cdots & 2 \end{vmatrix}$$

$$=(n+1)\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & \cdots & 1 \\ 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \cdots\cdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \end{vmatrix}=(n+1).$$

解法 2 由 n 阶行列式性质化简

$$D_n=\begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 & \cdots & 1 \\ -1 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ -1 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \cdots\cdots \\ -1 & 0 & 0 & \cdots & 1 \end{vmatrix}=\begin{vmatrix} n+1 & 1 & 1 & \cdots & 1 \\ 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \cdots\cdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \end{vmatrix}$$

$$=(n+1).$$

例 1.5 计算 n 阶行列式

$$D_n=\begin{vmatrix} x & a & a & \cdots & a \\ a & x & a & \cdots & a \\ \cdots\cdots \\ a & a & a & \cdots & x \end{vmatrix},\text{其中 } x\neq a.$$

解　**解法 1**　$D_1 = \begin{vmatrix} x+(n-1)a & a & a & \cdots & a \\ x+(n-1)a & x & a & \cdots & a \\ x+(n-1)a & a & x & \cdots & a \\ \cdots\cdots & & & & \\ x+(n-1)a & a & a & \cdots & x \end{vmatrix}$

$$= [x+(n-1)a] \begin{vmatrix} 1 & a & a & \cdots & a \\ 1 & x & a & \cdots & a \\ 1 & a & x & \cdots & a \\ \cdots\cdots & & & & \\ 1 & a & a & \cdots & x \end{vmatrix}$$

$$= [x+(n-1)a] \begin{vmatrix} 1 & a & a & \cdots & a \\ 0 & x-a & 0 & \cdots & a \\ 0 & 0 & x-a & \cdots & a \\ \cdots\cdots & & & & \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & x-a \end{vmatrix}$$

$= [x+(n-1)a](x-a)^{n-1}$.

解法 2　$D_n = \begin{vmatrix} x & a & a & \cdots & a \\ a-x & x-a & 0 & \cdots & 0 \\ a-x & 0 & x-a & \cdots & 0 \\ \cdots\cdots & & & & \\ a-x & 0 & 0 & \cdots & x-a \end{vmatrix}$

$$= \begin{vmatrix} x+(n-1)a & a & a & \cdots & a \\ 0 & x-a & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & x-a & \cdots & 0 \\ \cdots\cdots & & & & \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & x-a \end{vmatrix}$$

$= [x+(n-1)a](x-a)^{n-1}$.

例 1.6　计算 n 阶行列式