

922060

理论力学 教程

(下 册)

李树焕 戴泽墩 编著

 北京理工大学出版社



理论力学教程 (下册)

李树焕 戴泽墩 编著

北京理工大学出版社

内 容 简 介

本书是根据国家教委审订的教学基本要求，吸取了十年来课程改革的经验而编写的高等工科多学时类理论力学教材。内容体系新颖、层次台阶分明，重点突出、文字精练，例题、习题数量充足，因此有较好的教学适应性。

全书分上、下两册。上册为运动学和静力学，下册为动力学。可作为高等工科院校机械、建筑、航空、船舶等专业的教材，或其它有关专业的教学参考书，并可供工程技术人员参考。

理 论 力 学 教 程

(下册)

李树焕 戴泽墩 编著

*

北京理工大学出版社出版

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

北京通县建新印刷厂印刷

*

787×1092毫米 32开本 15.875印张 378千字

1990年10月第一版 1990年10月第一次印刷

ISBN 7-81013-355-1/O·69

印数：1—5000册 定价：4.45元

鸣 谢

衷心感谢褚亦清教授对本书编写的指导和
审阅。

作者 1990年9月

目 录

第三篇 动力学

第十二章 质点动力学基本方程	2
§ 12-1 动力学基本定律	2
§ 12-2 质点的运动微分方程	6
§ 12-3 质点动力学的两类基本问题	8
§ 12-4 质点相对运动动力学的基本方程	26
第十三章 质量中心和转动惯量	35
§ 13-1 质点系的质量中心	35
§ 13-2 刚体的转动惯量和惯性积	37
§ 13-3 刚体对任意轴的转动惯量·惯性椭球	46
第十四章 动能定理	52
§ 14-1 动力学普遍定理概述	52
§ 14-2 质点和质点系的动能	53
§ 14-3 力的功	59
§ 14-4 几种常见力的功的计算公式	62
§ 14-5 作用于刚体上的力系的功	66
§ 14-6 约束反力的功等于零的情形	70
§ 14-7 质点和质点系的动能定理	73
§ 14-8 动能定理的应用举例	76
* § 14-9 质点系相对质心的动能定理和随质心平动的动能定理	87
* § 14-10 动能定理的其它应用	95

§ 14-11	功率·功率方程·机械效率·····	99
§ 14-12	势力场·势能·机械能守恒定律·····	103
第十五章	动量定理 ·····	111
§ 15-1	质点和质点系的动量·····	111
§ 15-2	力和力系的冲量·····	114
§ 15-3	质点和质点系动量定理·····	116
§ 15-4	质心运动定理·····	121
§ 15-5	动量定理的其它应用·····	129
第十六章	动量矩定理 ·····	140
§ 16-1	质点和质点系的动量矩·····	140
§ 16-2	质点和质点系动量矩定理·····	154
§ 16-3	质点系相对质心动量矩定理·····	164
* § 16-4	稳定流流体对管道的附加动压力的主矩·····	168
§ 16-5	基本定理的综合应用·····	171
第十七章	刚体动力学 ·····	180
§ 17-1	平动刚体的动力学·····	180
§ 17-2	刚体定轴转动微分方程·····	184
§ 17-3	刚体的平面运动微分方程·····	189
* § 17-4	刚体绕定点转动的欧拉动力学方程·····	198
* § 17-5	对称刚体作规则进动的回转力矩·····	204
* § 17-6	高速自转陀螺的陀螺力矩和陀螺效应·····	208
* § 17-7	自由刚体的一般运动微分方程·····	211
第十八章	碰撞 ·····	214
§ 18-1	碰撞的基本特征·····	214
§ 18-2	两物体的对心正碰撞·恢复系数·····	215
§ 18-3	两物体的对心斜碰撞·····	226
§ 18-4	碰撞冲量对定轴转动刚体的作用·撞击中心·····	229
§ 18-5	碰撞冲量对平面运动刚体的作用·····	235
第十九章	达朗伯原理和动静法 ·····	239

§ 19-1	惯性力及达朗伯原理	239
§ 19-2	刚体惯性力系的简化	241
§ 19-3	动静法及其应用举例	247
§ 19-4	动静法与动量原理的关系	261
§ 19-5	定轴转动刚体的轴承附加动反力·动平衡概念	263
第二十章	虚位移原理	272
§ 20-1	约束·自由度和广义坐标	272
§ 20-2	虚位移的概念	276
§ 20-3	约束力和理想约束	282
§ 20-4	虚位移原理	283
§ 20-5	应用虚位移原理求约束反力	288
§ 20-6	以广义坐标表示质点系的平衡条件	291
第二十一章	动力学普遍方程和拉格朗日方程	300
§ 21-1	定常约束和非定常约束	300
§ 21-2	动力学普遍方程	304
§ 21-3	拉格朗日方程	308
* § 21-4	动能的广义速度的齐次结构及拉格朗日方程的第一积分	326
第二十二章	单自由度系统的机械振动	335
§ 22-1	振动系统的力学模型	335
§ 22-2	单自由度系统的自由振动	339
§ 22-3	单自由度系统的受迫振动	355
§ 22-4	隔振的概念	366
* 第二十三章	二自由度系统的机械振动	373
§ 23-1	二自由度系统无阻尼的自由振动	373
§ 23-2	影响系数法	389
§ 23-3	二自由度系统的受迫振动·动力减振器	395
动力学习题		401

附录 I	常见均质物体的转动惯量.....	504
附录 II	习题答案.....	508

第三篇 动力学

动力学研究物体的机械运动与物体受力之间的关系，从而建立物体机械运动的最一般规律。它要求我们在掌握物体的运动分析和受力分析方法的基础上进一步建立物体的运动和受力之间的数量关系。

动力学的形成和发展是与社会生产力的发展水平密切相关的。随着现代工农业和科学技术的发展，近代工程技术仍在不断地给动力学提出各种新课题。例如，高速旋转机械的动平衡、振动和运动的稳定性；结构在冲击力作用下和各种振动条件下的动态响应；控制系统中动态特性分析以及各种飞行器的运动轨道，飞行姿态等都为动力学理论的应用和发展开辟了极为广阔的前景。

动力学研究的对象（也称为力学模型）是质点和质点系。

质点是指具有一定质量而无大小的几何点，质点系则是指一群具有某种联系的质点的集合。

当忽略物体的大小并不影响所研究问题的结果时，即可把物体抽象为质点。我们将证明，当只研究物体的质量中心——质心的运动规律时，就可视物体为一质点，该质点集中着整个物体的质量。例如，研究行星的质心绕太阳运行的轨道时，就可以视行星为质点；同样，研究任何平动刚体的

运动规律时，均可将刚体视之为质点。实际上，由运动学知，平动刚体上各点的运动规律完全相同，因此，把它视为质点，弄清其质心运动规律后，即等于弄清了整个刚体的运动规律。

凡是不能抽象为一个质点的物体或物体系，均可视为质点系。质点系是力学中最普遍、最一般的力学模型。如果质点中任意两质点之间的距离始终保持不变，则该质点系称为**刚体**。刚体就是不变形的质点系。

本篇将讨论对任意质点、质点系都普遍适用的基本原理和定理。但是，考虑到工程实际中常遇到的物体多半可视为刚体，我们将把诸原理和定理的应用重点放在解决刚体系动力学问题上。

第十二章 质点动力学基本方程

§12-1 动力学基本定律

牛顿在总结前人，特别是伽利略和惠更斯等人研究成果的基础上，提出了作为动力学基础的牛顿运动三定律。这些定律的内容，可扼要表述为：

第一定律（惯性定律）：质点如果不受力的作用，则将保持其运动状态不变，即保持静止或匀速直线运动。

总是力图保持其原有运动状态是质点固有的属性，这一属性称为质点的**惯性**。因此，质点的静止或匀速直线运动又称为质点的**惯性运动**。

第一定律说明，质点作惯性运动的条件是质点不受力的

作用。实际上，不受力的质点是不存在的。这里所指的不受力，应该理解为质点受一个平衡力系的作用。因此，可以说，质点作惯性运动的条件是质点受到一个平衡力系的作用。这就是静力学中所指出的结论。

第二定律（力与加速度之间的关系的定律）：质点的质量与其加速度的乘积，等于作用于质点的力，即

$$ma = F \quad (12-1)$$

第二定律指出了不平衡力系的作用是质点运动状态发生改变的原因。式（12-1）给出了质点的运动速度的改变率（加速度）与其质量、所受力之间的定量关系。

实践证明，如果质点同时受到几个力的作用，则质点的加速度等于各个力单独作用时所产生的加速度的矢量和。这一结论称为**力的独立作用原理**。根据这一原理，第二定律又可写为

$$ma = \sum_{i=1}^n F_i \quad (12-2)$$

即质点的质量与加速度的乘积等于作用于质点上的各力的矢量和。

作用于质点上的各力为一汇交力系。由静力学知，该汇交力系的矢量和就是它们的合力的矢量。因此，式（12-2）说明，质点的质量与其加速度的乘积等于作用于质点上各力的合力矢量。这就是说，从力改变质点运动状态的效应来看，力系的合力与原力系是等效的。

第二定律还说明，质点的加速度不仅取决于作用在质点上的力，而且还与其质量成反比。对于相同的力，质量大的质点加速度就小，反之，质量小的质点加速度就大。这就是

说，质点的质量越大，其运动状态越不容易改变，即力图保持其原有运动状态的能力越大，或者说它的惯性越大。因此，质量是质点惯性的度量。

设一质点的重量为 P ，由物理学知，它在重力场中作自由落体运动时，其加速度为 g （称为重力加速度）。由第二定律可得

$$mg = P$$

或

$$m = \frac{P}{g} \quad (12-3)$$

如果测得质点的重量和重力加速度的量值，就可根据式(12-3)求得质点的质量。

较精确的实测指出，在地面上各处的重力加速度并不相同，它与当地的纬度和高度有关。例如，在赤道海平面处， $g = 9.78 \text{ m/s}^2$ ；在南北极处， $g = 9.83 \text{ m/s}^2$ 。根据国际计量委员会规定的标准，重力加速度的数值取为 $g = 9.80665 \text{ m/s}^2$ ，一般取为 $g = 9.80 \text{ m/s}^2$ （相当于北京地区的实测值），本书计算时均采用此值。

此外，力学中有三个基本量度单位，其余均属导出单位。在国际单位制中，除时间和长度外，质量也作为基本量度单位。式(12-1)至式(12-3)中，各物理量均采用国际单位制(SI)，即质量单位为千克(kg)，而加速度和力的单位采用导出单位，加速度单位为米/秒²(m/s^2)，力的单位为千克·米/秒²($\text{kg} \cdot \text{m/s}^2$)。力的单位又称为牛顿(N)，即 $1 \text{ N} = 1 \text{ kg} \cdot \text{m/s}^2$ 。

第三定律（作用与反作用定律）：两物体间的作用力与反作用力总是大小相等，方向相反，沿着同一直线并且分别

同时作用在两个物体上。

第三定律是静力学中所提及过的定律。它在动力学中仍然是分析两个物体之间相互作用关系的依据。它在揭示质点动力学和质点系动力学之间的内在联系上起着不可缺少的作用。

牛顿运动三定律是观察大量的力学现象后总结出来的规律。这些规律以及在这些规律的基础上推演出来的诸原理、定理在被用来解释很多更加复杂的力学现象时，又证明了它们的正确性。但是必须指出，无论是第一定律中所说的惯性运动，还是第二定律中所说的加速度运动，都是指相对于一定的参考系而言的。质点的某一运动对于某一参考系而言，是惯性运动，而对于另一参考系而言，就可能不是惯性运动；但是，质点的受力和质量，按其定义则与参考系完全无关，因此牛顿定律实际上只适用于某一些参考系。牛顿定律适用的参考系称为**惯性参考系**，凡与惯性参考系固连的坐标系称为**惯性坐标系**。而牛顿定律不适用的参考系称为**非惯性参考系**，凡与非惯性参考系固连的坐标系称为**非惯性坐标系**。通常把地球视为惯性参考系，与地球固连的坐标系视为惯性坐标系。这是因为，工程中常见的力学现象利用地球作为参考系时，都能利用牛顿定律得到满意的解释。因此，本书中如无特别说明，都把与地球固连的坐标系视为惯性坐标系。

近代物理还证明，以牛顿运动三定律为基础的经典力学应用于宏观物体和速度远低于光速的问题时，均可得到足够精确的结果；如果应用于微观物体或速度接近于光速的物体时，就完全不适用了。这时需要应用量子力学或相对论力学的理论。

§12-2 质点的运动微分方程

牛顿第二定律[式 (12-2)]是解决质点动力学问题的基本方程。如果将质点的加速度用质点矢径 $\mathbf{r}$ 对时间 t 的二阶导数表示, 则

$$m \frac{d^2 \mathbf{r}}{dt^2} = \sum_{i=1}^n \mathbf{F}_i \quad (12-4)$$

式 (12-4) 为包含质点矢径函数的二阶导数的方程, 称为质点的运动微分方程。

由运动学知, 质点的加速度还可以根据不同的坐标系, 写成各种投影式, 因此在实际计算时, 上述矢量式 (12-4) 也常被写成不同的坐标投影形式。

1. 质点运动微分方程的直角坐标形式

设质点相对于惯性直角坐标系 $Oxyz$ 的运动方程为

$$\left. \begin{aligned} x &= x(t) \\ y &= y(t) \\ z &= z(t) \end{aligned} \right\}$$

则将式 (12-4) 两端分别向各坐标轴投影, 可得

$$\left. \begin{aligned} m \frac{d^2 x}{dt^2} &= \sum_{i=1}^n X_i \\ m \frac{d^2 y}{dt^2} &= \sum_{i=1}^n Y_i \\ m \frac{d^2 z}{dt^2} &= \sum_{i=1}^n Z_i \end{aligned} \right\} \quad (12-5)$$

式中 X_i, Y_i, Z_i 分别为力 F_i 在三个坐标轴上的投影。
式 (12-5) 称为质点运动微分方程的直角坐标形式。

2. 质点运动微分方程的自然轴形式

设质点 M 的运动轨迹已知, 由运动学知, 质点的运动方程可由弧坐标 S 表示, 即

$$S=S(t)$$

这时质点的加速度在自然轴系上的投影可表示为

$$\left. \begin{aligned} a_\tau &= \frac{d^2s}{dt^2} \\ a_n &= -\frac{1}{\rho}v^2 = -\frac{1}{\rho}\left(\frac{ds}{dt}\right)^2 \\ a_b &= 0 \end{aligned} \right\}$$

因此, 如将式 (12-4) 两端分别向自然轴系的三正交轴投影即可得

$$\left. \begin{aligned} m \frac{d^2s}{dt^2} &= \sum_{i=1}^n F_{i,\tau} \\ m \frac{1}{\rho} \left(\frac{ds}{dt}\right)^2 &= \sum_{i=1}^n F_{i,n} \\ 0 &= \sum_{i=1}^n F_{i,b} \end{aligned} \right\} \quad (12-6)$$

式中 $F_{i,\tau}, F_{i,n}, F_{i,b}$ 分别为力 F_i 在运动轨迹上 M 点处的切线, 主法线和副法线 (τ, n, b) 上的投影。式 (12-6) 称为质点运动微分方程在自然轴系上的投影式。

有时根据不同问题的需要, 我们还可以将式 (12-4) 向不同的轴系投影, 从而使得问题的求解变得更为方便。但值

得注意的是必须正确写出力和加速度在所选轴系上的投影表达式。

§12-3 质点动力学的两类基本问题

应用质点运动微分方程可以求解质点动力学的两类基本问题。

第一类问题是已知质点的运动，求解作用在质点上的未知力。例如已知质点的运动方程，即可利用运动学知识求解质点的加速度，因而利用式(12-4)求解未知力，实质是求解与(12-4)等价的代数方程组(投影式)的问题。

第二类问题是已知作用于质点的力，求质点的运动。如果要求的运动是加速度，那么，这时也归结为求解代数方程的简单问题；如果要求的运动指的是质点的速度或运动方程，那么面临的就求微分方程的解。这时往往需要积分和定积分常数，而积分常数通常又是由已知的运动初始条件，即运动开始时质点所在的位置和速度来确定。在工程实际中，作用力有时比较简单，例如力为常数或只是时间、坐标和速度中某一个变量的函数。对于这样的问题，往往可以得到一个满意的解析解。但是在很多情况下，作用于质点的力同时是时间、坐标和速度的函数，那么，求解质点的运动将会遇到很大的困难，甚至只能得到它们的近似解。

此外，质点动力学的很多实际问题是属于以上两类基本问题的综合问题。这类问题多数属非自由质点的动力学问题。一方面要求质点在主动力的作用下的运动规律，另一方面还要求质点在这种运动情况下所受的未知约束反力。

无论是何种问题，式(12-4)的矢量方程中各矢量(加

速度和力)是共面矢量时,则它仅为我们提供两个代数(投影)方程,因此只能求解两个未知参数;如果式(12-4)的矢量方程中各矢量是空间的(不共面)矢量时,则它为我们提供三个代数方程,因此最多只能求解三个未知参数。

下面举例说明利用质点动力学微分方程求解质点动力学问题的方法和步骤。

例12-1 如图12-1(a)所示,一倾角为 θ 的粗糙斜面,以一水平加速度 a_0 向右运动。如果有一质点放于斜面上,要保持相对静止不动,问质点和斜面之间的静摩擦系数至少应为多少?

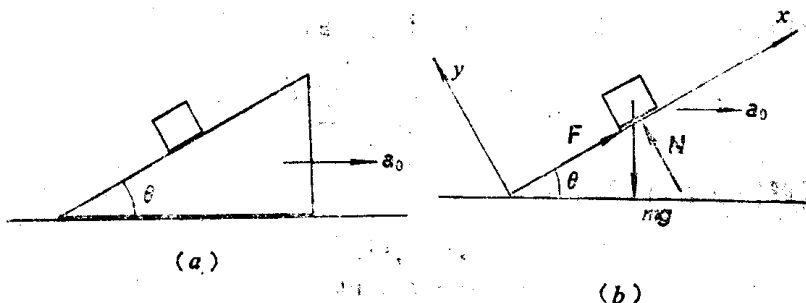


图12-1

[解] 本题要求质点相对于斜面保持静止,即质点与斜面应具有相同的速度和加速度,因此质点的运动为已知。根据静力学知,质点和斜面无相对滑动的条件是 $F \leq fN$, 即 $f \geq F/N$, 其中 F 为摩擦力, N 为法向反力。因此,求摩擦系数 f 的最小值,即是求 F/N 的比值。可见此题是典型的第一类问题。又因质点的加速度和所受力共面,故可求解两个未知数,而质点所受摩擦力和法向反力正好为两个未知数。具体解题步骤如下:

1° 取质点为研究对象,如图12-2(b)所示。