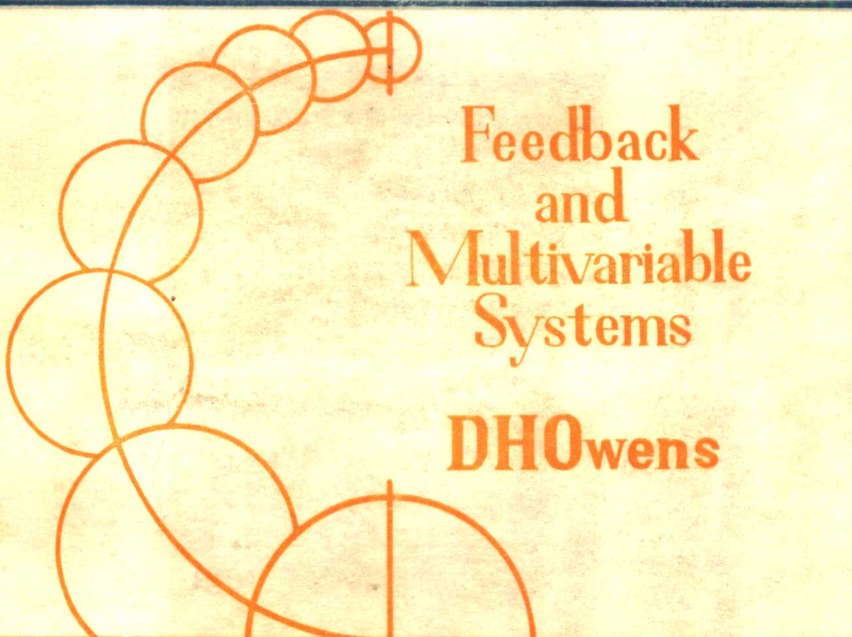
反馈和多变量系统

〔英〕D.H.欧文斯 著



Feedback and Multivariable Systems

DHOwens

安徽科学技术出版社

反馈和多变量系统

反馈和多变量系统

〔英〕D.H.欧文斯 著

庞国仲 白方周 李嗣福 译

顾绳谷 校

安徽科学技术出版社

责任编辑：张晓红
封面设计：庄　羽

反馈和多变量系统

〔英〕D.H.欧文斯　著
庞国仲　白方周　李嗣福　译
顾绳谷　校

*
安徽科学技术出版社出版发行
（合肥市跃进路1号）
新华书店经销　安徽新华印刷厂印刷
*
开本：850×1168　1/32　印张：11.625　字数：307,000
1986年9月第1版　　1986年9月第1次印刷
印数：1—1,600
统一书号：15200·38　　定价：3.30元

译 者 的 话

五十年代末、六十年代初发展起来的状态空间法，被人们誉为控制系统理论中的一场“革命”。以状态空间法为特征、解析计算为主要手段的现代控制理论以及基于这一理论的综合设计方法的出现，使得旨在用于单变量系统的古典频域法大有被淘汰的趋势，甚至古典方法的倡导者也曾怀疑频域法有无存在的必要。六十年代以来，先进的时域方法在宇航领域(诸如卫星和飞船的发射、制导、控制、跟踪等)获得了卓有成效的应用，似乎也给从事地面上一大类复杂工业过程控制的工程师带来了福音。然而一经实践，发现效果并不象人们所期望的那样理想，其主要原因是：(1)难以得到精确的受控对象的数学模型；(2)规定受控对象行为的性能指标远不象宇航问题那样能明显地表达出来；(3)直接采用最优控制、最优滤波综合技术得到的控制器，结构过于复杂，甚至在物理上是不可实现的，因此，很难为控制工程师所接受。

于是，还在状态空间法蓬勃发展的时候，一些控制理论学者恢复了对频域法的兴趣。六十年代中期，卡尔曼探讨并提出了最优控制问题的频域描述，迈开了填补时域法和古典频域法之间缝隙的第一步。然而，最值得提出的是英国的罗森布洛克，他系统地、开创性地研究了如何将频率响应法推广到多变量系统的设计中来。他的著名论文《应用逆乃奎斯特阵列法设计多变量系统》，利用矩阵对角优势概念，把一个多变量系统的设计转化为人们熟知的古典频域法的单变量系统的设计，从而为多变量控制系统开辟了一条崭新的设计路线。

罗森布洛克的逆乃氏阵列法的成功，带来了频域法的复兴，

如相继出现的梅奈的序列回差法、麦克法兰的特征轨迹法和欧文斯的并矢展开法。这些方法的共同特点是把多输入-多输出、回路间严重关联的多变量系统的设计，化为一系列单变量系统的设计，进而可以选用某一种古典方法(乃氏图、波德图、根轨迹)去完成系统的设计。从这个意义上说，这些方法保留和继承了古典图形法的优点，不要求精确的数学模型，容易满足工程上的要求。特别在有图形终端的计算机上采用人-机交互式的程序来设计控制器时，可以充分发挥设计者的技能，设计出既满足品质要求，又是物理上可实现的、结构简单的控制器。因而，对许多熟悉古典方法的人来说，它具有很大的吸引力。目前国外(特别是英国)已成功地将它用于化工、造纸、飞机发动机、飞机自动驾驶仪等多变量控制系统的设计。

整个七十年代被认为是频域法大有生机的十年。在这期间，英国学者们在多变量频域法的理论和实践方面做了大量的工作，获得了很多有意义的结果，形成了现代控制理论中的英国学派。

本书作者欧文斯是英国学派的代表人物之一。他在线性多变量控制系统的分析和设计领域、原子反应堆动力学及其控制方面，均著有大量的论文，《反馈和多变量系统》一书是他的代表作。作者曾于1982年9月应邀来中国科技大学进行了为期10天的讲学，其内容以本书为基本材料，引起来自国内许多院校和研究机构的70多位同行的广泛兴趣。据悉，国内不少单位和个人也正在开展多变量频域法的研究和应用。为此我们决定译出此书，给国内从事控制理论教育、科学研究特别是从事控制工程实践的广大科技工作者进行这方面的学习和应用提供一些方便，以期这一方法尽快地应用于我国的工程实践，为“四化”建设服务。

全书共六章，其中第二、四章由庞国仲同志翻译，第一、五、六章由白方周同志翻译，第三章由李嗣福同志翻译。对原著中的公式、文字等方面的错误，我们尽可能作了订正。由于译者水平有限，加之时间仓促，译文错误在所难免，欢迎读者指正。在翻译过程中，龚维博同志做了不少工作，在此表示感谢。

前　　言

本书讨论的对象，是具有动态输出反馈网络的单位负反馈多输入-多输出系统。它的目的是为分析和设计这类系统奠定坚实的基础。我们认为，研究线性多变量反馈系统设计的理论基础，应从以下几个实际问题着手：

(a)反映已知的动态特性；

(b)提供对达到设计目标有用而直观的指南；

(c)根据系统的性质来辨别设计难度；

(d)在古典技术与1969—1977年间提出的各种计算机辅助设计技术之间架起桥梁。

这些任务似乎与本书的理论很不一致，但作者认为这样的出发点是唯一正确的。这可以从古典力学理论的普遍意义中得到证实。

由于篇幅所限，本书不可能讨论反馈理论的许多重要课题。但我们力图较为完整地论述线性时不变系统动态输出反馈的主要特征。我们将最大限度地减少为理解本书所需要的数学知识，任何熟悉基本矩阵代数和传递函数方法的读者都能掌握本书的内容(第一章概述了矩阵理论中若干基本结果)。因此，本书亦可作为大学高年级学生及研究生的教材。本书并不列出控制设计的简明“处方”，而是研究模态动力学的基础课题和揭示多变量设计问题本质结构的近似方法，让读者锻炼自己系统地考虑实际问题的本领。

本书内容是按逻辑顺序(而不是按年代顺序)安排的。第二章从数学和概念上建立一个轮廓，以利后续章节的叙述。因篇幅的限制，我们不能详细研究许多重要的系统理论课题(例如可控性、

可观性和极点配置），另一些论题则不得不遗憾地放弃（例如实现理论、观察器、系统矩阵方法和几何方法）。与此相反，我们较为详细地讨论了极点、零点、反馈及稳定性判据。具有一定基础的读者尽管注意到若干用直观论证代替严谨数学推导的地方，但本书的处理方式大体上还是严谨的。

第三章可看作多变量反馈设计中遇到的基本问题和特性的导引性论述。其目的是使读者通过对特殊类型的、与低阶古典传递函数有紧密直观联系的多变量结构的详细分析，了解控制的可能性和它的困难。这样使他们较容易进入多变量的研究，并为后续章节中的概念提供物理实例。

第四章扩展了第三章的一般结果，对特征值（模态）概念在稳定性分析和反馈设计中的应用给出一个普遍的理论结构。我们从交互控制器所使用的方法入手，然后予以推广，使之能用于以特征轨迹及特征方向作为基本设计参数的方法。接着我们以盖氏定理的形式在并矢展开法中引入近似特征值的思想，这就与第三章的内容建立了联系，并自然地引向第五章关于逆乃氏阵列和压缩映射定理的讨论。

第六章在方法上可能是最难的一章。近来通过分析系统的马尔可夫参数矩阵，在多变量根轨迹的性质方面得到一些结果，本章试图对这些结果作一些概念性和计算方法上的初步说明。限于篇幅，我们放弃了由麦克法兰和帕斯威特发展起来的方法。不过希望读者能从本章的题材中受到启发，并运用本章的思想解释那些尚未弄清的、有价值的结果。

本书始终用实例说明理论思想的应用。只要可能，我们总是对同一问题用几种方法进行处理，使读者能够弄清这些方法与该系统物理结构的关系。我没有对各种方法的实用性进行比较，而是简单区分一下它们的数学基础和物理侧重点。

…………

D.H.欧文斯

1977年9月

内容提要

《反馈和多变量系统》一书列为英国电气工程学会控制工程丛书的第七卷。作者采用读者熟知的拉普拉斯变换和频域法，通过对与单变量传递函数有密切联系的一些特殊类型的多变量结构的详细分析，揭示了多变量单位反馈控制系统的基本特点；把英国学派提出的方法归并为特征值型和非特征值型法，系统地阐述了有关的设计思想，并给出了具体的设计步骤。本书附有较多的习题，以帮助读者巩固并加深对书中结论的理解。凡具备矩阵代数和古典控制理论知识的读者，都不难掌握本书的内容。

本书可供从事控制理论和控制工程领域的科技人员及高等院校自控专业的教师、研究生、高年级学生阅读。

目　录

第一章　数学基础

一本理论教科书当其内容与实践的关系完全弄清之前，是需要探讨一些最少量的数学技巧。倘能精通更复杂的数学知识，无疑就会减轻技术论述上的负担，从而腾出时间去深入研究那些必需的和有潜在影响的内容。理解本书所需要的数学技巧并不很多，即(i)基本矩阵代数，(ii)初等微分方程，(iii)拉普拉斯(Laplace)变换①和传递函数方法，(iv)少量的关于连续性和无限序列特性方面的知识。有很多极好的教科书([6，9，11，16，30，33，54，56])包含了这些内容。但是，为了帮助读者阅读本书，以下各节将概述一些对于多变量控制理论有紧密联系的基本矩阵方法。这些内容在这里只稍加复习，许多结果的证明在参考文献中均能找到。

§1.1　向量空间R^n

集合 X 是一些事物的全体。如果 x 是集合 X 中的一事物，那么就说 x 是 X 的一个元素，并记作

① 以下称拉氏变换。——译者

$$x \in X$$

实(复)向量空间X是一个集合。在这个集合内定义了"元素间的加法"及"元素和实(复)数相乘"的运算。X中的元素被称作向量。对于任意元素x，y，$z \in X$和实(复)数α，β，满足下列规则

(a)$x+y=y+x$

(b)$(x+y)+z=x+(y+z)$

(c)在X中存在一个元素0(称为零向量或向量空间的原点)，则0与任一元素$x \in X$的乘积等于零向量；

(d)$1 \cdot x=x$；

(e)$\alpha(\beta x)=(\alpha\beta)x$；

(f)$(\alpha+\beta)x=\alpha x+\beta x$；

(g)$\alpha(x+y)=\alpha x+\alpha y$。

(实)向量空间R^n是一些列

$$x=\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ x_n \end{pmatrix}$$

的集合，其中x_1，x_2，…，x_n都是实数。加法定义为

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ x_n \end{pmatrix}+\begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ y_n \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} x_1+y_1 \\ x_2+y_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ x_n+y_n \end{pmatrix} \in R^n$$

列与实数λ的乘法定义为

$$\lambda\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ x_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \lambda x_1 \\ \lambda x_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \lambda x_n \end{pmatrix} \in R^n$$

读者应能证明(a)—(g)各条规则，而且应该注意到，R^n的原点就是满足$x_1=x_2=\cdots=x_n=0$的向量。我们把标量x_1，x_2，$\cdots$，x_n称作坐标。

(复)向量空间C^n可用类似的方式加以定义，此时，把x_1，x_2，$\cdots$，x_n和λ看作复数。

对于空间X中有限个向量x_1，x_2，$\cdots$，x_l，如果存在不全为零的数α_1，α_2，$\cdots$，α_l，使下式成立，则称x_1，x_2，$\cdots$，x_l为线性相关。

$$\alpha_1 x_1 + \alpha_2 x_2 + \dots + \alpha_l x_l = 0$$

如果这一等式不成立，则称向量x_1，x_2，$\cdots$，x_l为线性无关。如果向量x_1，x_2，$\cdots$，x_l线性相关，那么其中任一向量可以表示为其余向量的线性组合。例如，若$\alpha_1\neq 0$，则

$$x_1 = -\frac{\alpha_2}{\alpha_1}x_2 - \dots - \frac{\alpha_l}{\alpha_1}x_l$$

如果在X中有$\dim X$个线性无关向量，而在X中任意$\dim X+1$个向量集合是线性相关的，则称向量空间X为有限维的，并把数$\dim X$称作X的维数。在一个n维向量空间X中，n个线性无关的有序向量组x_1，x_2，$\cdots$，n_n称为空间X的基。由定义可得出，如果$x\in X$，集合x，x_1，x_2，$\cdots$，x_n是线性相关的，则x可表示为

$$x = \alpha_1 x_1 + \alpha_2 x_2 + \dots + \alpha_n x_n$$

其中α_1，α_2，$\cdots$，α_n为n个标量。例如两个向量

$$x_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad x_2 = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

构成二维空间R^2（实际上是C^2）的一个基，通常

$$\dim R^n = \dim C^n = n$$

空间 R^n（以及C^n）的自然基（或标准基）由以下序列构成：

$$e_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad e_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \ldots, \quad e_n = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

§1.2 矩　　阵

我们称下列实（复）数矩形阵列

$$A = \begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} & \ldots & A_{1n} \\ A_{21} & A_{22} & \ldots & A_{2n} \\ \vdots & & & \vdots \\ A_{m1} & & \ldots & A_{mn} \end{pmatrix}$$

为 $m\times n$ 实（复）数矩阵。如果 $m=n$，则称 A 为方阵，并且把 $m=n$叫作矩阵 A 的阶。标量A_{ij}称为 A 的元素，A_{ij}是A的第i行、第j列上的元素。为方便起见，有时将矩阵写为

$$A = [A_{ij}]_{m\times n}$$

现在假定读者熟悉矩阵加法、数乘以及矩阵乘法等基本运算[11]。

应该注意，$m\times n$实（复）矩阵的集合是一个实（复）向量空间。

而且，即使A和B是方阵，一般也有：$AB \neq BA$。这就是说，矩阵乘法通常是不可交换的。

$m \times n$实(复)矩阵A的转置记为A^T，这里

$$A^T = [(A^T)_{ij}]_{n \times m}, \quad (A^T)_{ij} = A_{ji}$$

读者可以验证，对于给定的矩阵A，B，有

$$(AB)^T = B^T A^T$$

与此有关的一个概念是矩阵A的伴随矩阵A^+，它定义为①

$$A^+ = [(A^+)_{ij}]_{n \times m}, \quad (A^+)_{ij} = \overline{}_{ji}$$

这里，字母上的横杠表示取共轭复数。如果A是实阵，则$A^T = A^+$。并且有$(AB)^+ = B^+ A^+$。

n阶方阵A的迹定义为

$$\operatorname{tr} A = A_{11} + A_{22} + \ldots + A_{nn}$$

读者可以验证，如果$A = [A_{ij}]_{n \times m}$，$B = [B_{ij}]_{m \times n}$，则

$$\operatorname{tr}(AB) = \operatorname{tr}(BA)$$

$m \times n$矩阵A中线性无关的列(看作向量)的最大个数定义为A的秩，可以证明

$$\operatorname{rank} A = \operatorname{rank} A^T$$

$$\operatorname{rank}(A + B) \leqslant \operatorname{rank} A + \operatorname{rank} B$$

$$\operatorname{rank} AB \leqslant \min(\operatorname{rank} A, \operatorname{rank} B)$$

特别是当A和B均为n阶方阵时，上式等号成立，且秩等于n。

n阶方阵的逆为A^{-1}，它满足关系式

① A^+就是矩阵A的共轭转置。——译者