機動學

問題詳解

G. H. 马丁 原著

曉園出版社
世界圖書出版公司

内 容 简 介

本书收录机构学 22 个方面的习题及详解 227 例。

机动学问题详解

G. H. 马丁　原著

黄维富　译著

晓园出版社出版

北京世界图书出版公司重印

北京朝阳门内大街 137 号

通州印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行　　各地新华书店经售

*

1992 年 10 月第一版　　开本:711×12451/24

1992 年 10 月第一次印刷　　印张:11.5

印数:0001－1450

ISBN·7－5062－1331－1/TK·2

定价:10.80 元(W_B9201/30)

前　　言

研習理工的同學，都有一種認識，那就是：一本書的習題往往是該書的精華所在，藉着習題的印證，才能對書中的原理原則澈底的吸收與瞭解。

有鑒於此，曉園出版社特地聘請了許多在本科上具有相當研究與成就的人士，精心出版了一系列的題解叢書，為各該科目的研習，作一番介紹與舖路的工作。

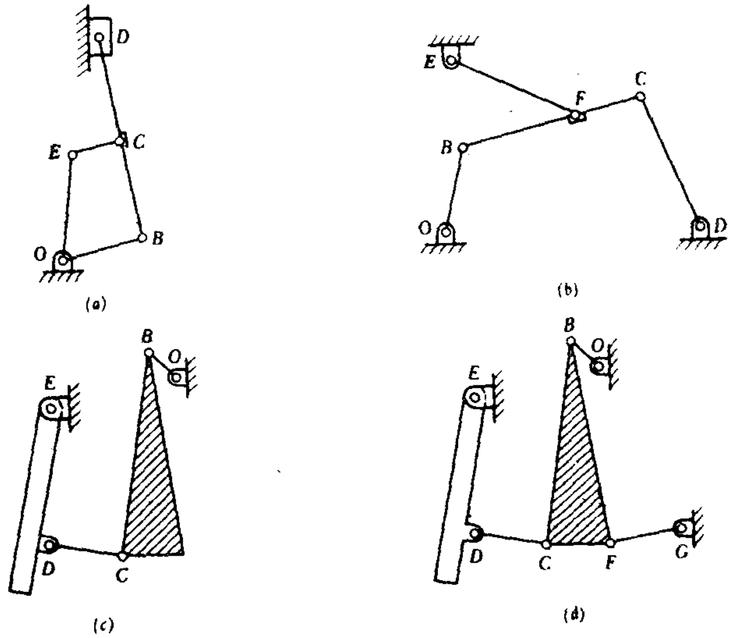
一個問題的解答方法，常因思惟的角度而異。曉園題解叢書，毫無疑問的都是經過一番精微的思考與分析而得。其目的在提供對各該科目研讀時的參考與比較；而對於一般的自修者，則有啓發與提示的作用。希望讀者能藉着這一系列題解叢書的幫助，而在本身的學問進程上有更上層樓的成就。

Martin機動學問題詳解

（目　錄）

第一章　基本概念

1-1　於圖P1-1(a)中，C點上的矩形符號用來表示BC與CD爲一連續桿件，而非樞接於C點的個別元件，並且沿用於全書各章節內。試述下列圖形，何者相當於機構，非拘束運動鏈，或是結構體。



圖P1-1

解：(a)若決定其中任一桿（如OB桿）的新位置，則其餘桿件（OE，EC.，及BD桿）均可確定，並預測新位置，故爲一機構（拘束運動鏈）。

(b)若決定其中任一桿件（如OB桿）的新位置，其餘桿件（BC，CD及EF桿）無法產生相對運動，故爲一結構體或稱呆鏈。

(c)若決定BC或DC桿的新位置，則其餘桿（OB，DC，DE或OB，BC，DE桿）均可確定並預測出新位置，但是決定OB或DE的新位置，則其餘桿（BC，DE，DC或者DC，BC，OB）均無從確定並預測出新位置，故爲一無拘束運動鏈。

(d)同(a)題的討論，知其爲一機構。

1-2　如圖P1-2的已知向量，按1英寸＝10單位的比例，求下列向量。

(a) $H = A \leftrightarrow B$

(b) $I = A \rightarrow B$

(c) $J = A \rightarrow C \leftrightarrow B \leftrightarrow E$

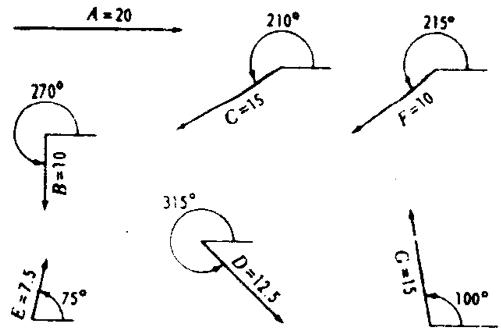


圖 P1-2

(d) $K = G \rightarrow F \leftrightarrow D \rightarrow C \leftrightarrow B$

(e) $L = -D \leftrightarrow E \rightarrow F \rightarrow G$

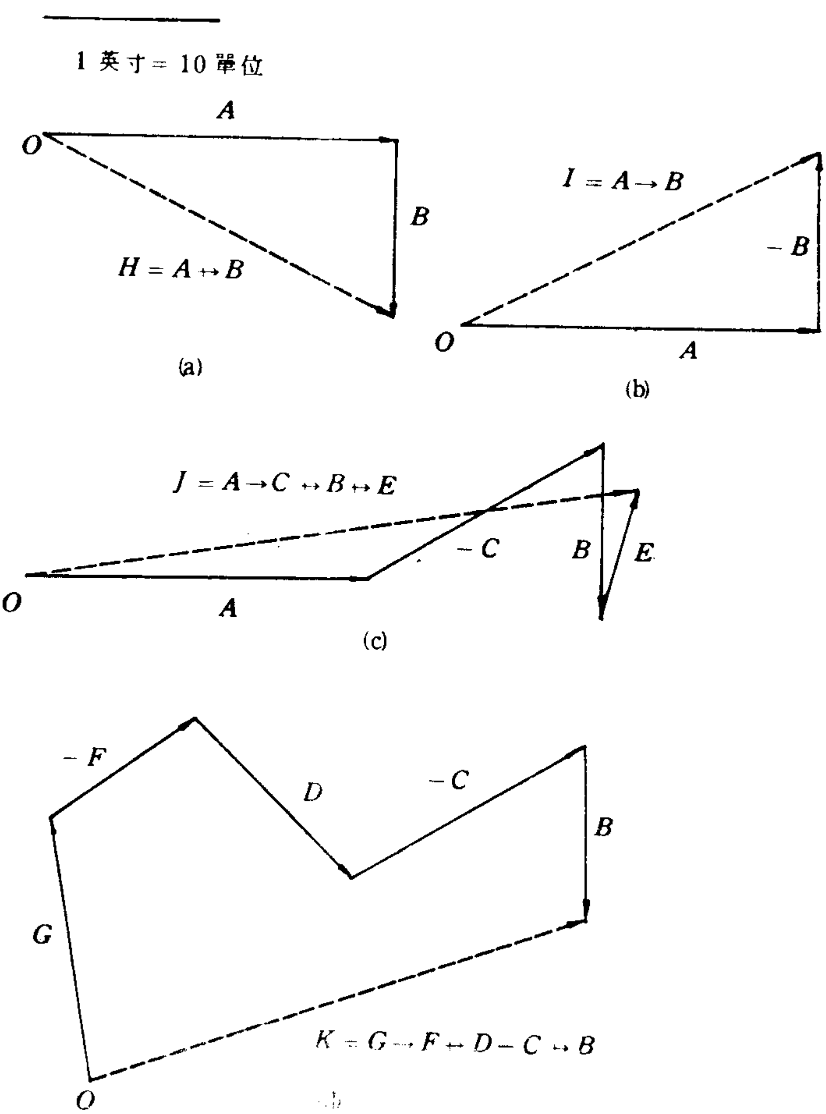
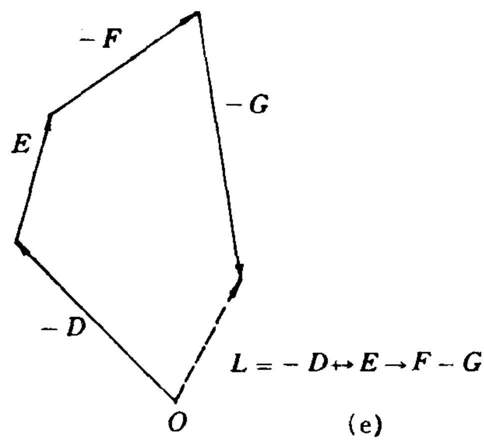


圖 1-1

解：圖解原則



(e)

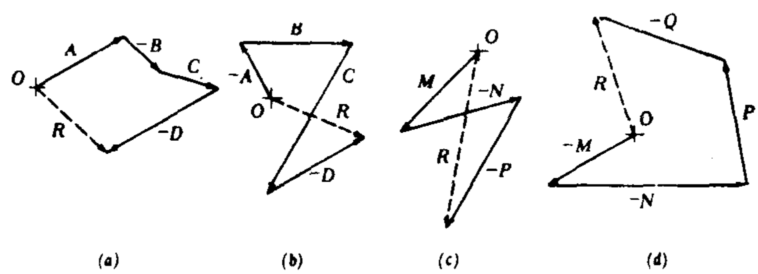
(1) $A \rightarrow B$ 即 $A \leftrightarrow (-B)$ 之意。

(2)向量相加，次序不影響其結果。

(3)合成向量爲第一個向量的起點，畫至最後一個向量的尾。

圖解結果如圖 1-1 所示。

1-3　如圖P1-3所示，試寫出每一向量和多邊形R的向量方程式。



圖P1-3

解：(a) $R = A \rightarrow B \leftrightarrow C \rightarrow D$

(b) $R = -A \leftrightarrow B \leftrightarrow C \rightarrow D$

(c) $R = M \rightarrow N \rightarrow P$

(d) $R = -M \rightarrow N \leftrightarrow P \rightarrow Q$

1-4　向量A大小 20 單位，方向 135°，分解成B及C二分量，B向量及C向量的方向各爲 80° 及 210°，按 1 英寸等於 10 單位的比例，求出B，C向量的大小。

解：因B，C向量的方向已知

故經由向量A的起點與終點畫B，C向量方向的平行線，得圖 1-2 中的兩種狀況，但由向量相等性質知實際上爲一種狀況而已，故由交點處可量取B，C的大小。量得結果，$B = 25.5$ 單位，$C = 21.6$ 單位。

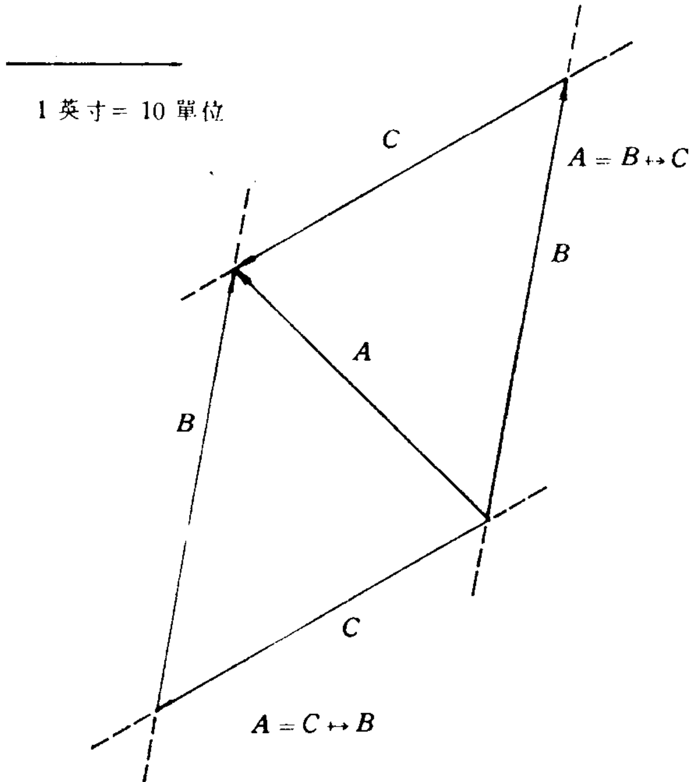


圖 1-2

1-5 向量T大小 50 單位，方向$120°$，分解成R及S二分量，R，S向量的長度各爲 30 單位、66 單位，按 1 公厘等於 1 單位的比例圖解之。

解：

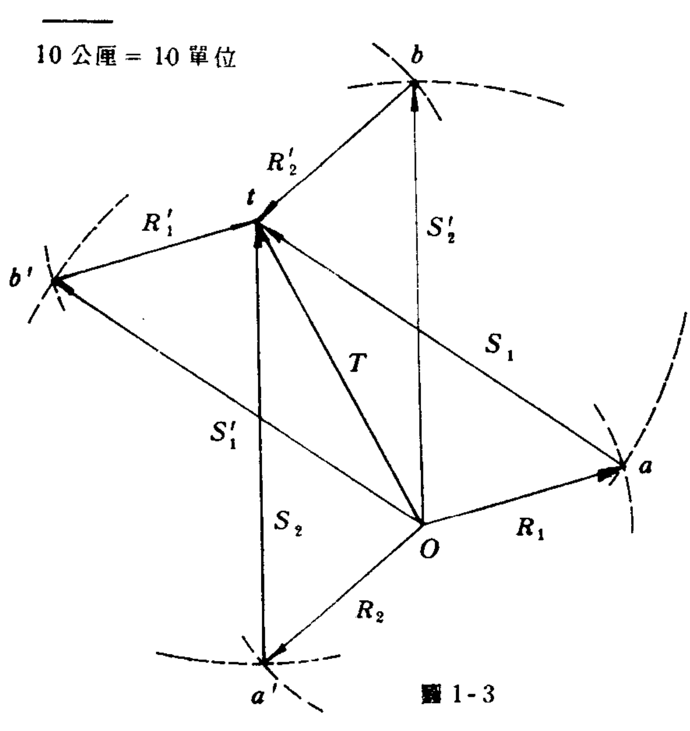


圖 1-3

(1)先繪出向量T。

(2)以向量T的起點O爲圓心，R爲半徑，作弧。

再以向量T的終點t爲圓心，S爲半徑，作弧。

交於點a，a'兩點，作Oa，Oa'及ta，ta'線段。

(3)同理，將起點O以S爲半徑，終點t以R爲半徑作弧，可得Ob，Ob'及tb，tb'線段。

(4)若向量R，S所取的方向如圖1-3所示，故得四組解。

1-6　向量A大小50單位，方向210°，分解爲B及C二分量，C向量大小37.5單位，方向75°，試按1公厘等於1單位，求出B向量的大小及方向。

解：(1)先將A向量繪出。

(2)將C向量的起點與A向量重疊繪出向量和多邊形，或將尾點重疊，得另一狀況，但由向量相等性質可知，其結果B及B'向量祇是同一向量，如圖1-4所示。

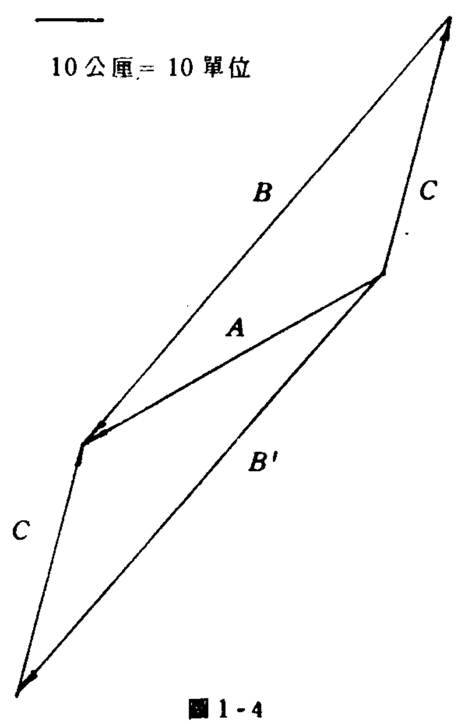


圖1-4

(3)量取向量B的長度爲81.6單位，方向爲229度。

1-7　向量T大小60單位，方向345°，分解爲R及S二分量，R向量大小爲32.5單位，S向量的方向爲315°，按一公厘等於一單位，試在圖形上指出S的大小。

解：(1)先將T向量繪出。

(2)過T向量起點O，繪315°的直線。

以 R 向量的大小為半徑畫弧，交直線於兩點 a ，b ，作線段 Oa ，Ob ，及 aT ，bT 。

(3)過 T 向量尾點，繪 $315°$ 的直線，以 R 向量的大小為半徑畫弧，亦交直線於兩點 a' ，b' ，作線段 Oa' ，Ob' ，及 $a'T$ ，$b'T$ 。

(4)由向量相等性質得兩組解，即 S_1 ，R_1 ，或 S_2 ，R_2 即如圖 1-5 所示，Oa ，at 線段或 Ob ，bt 線段。

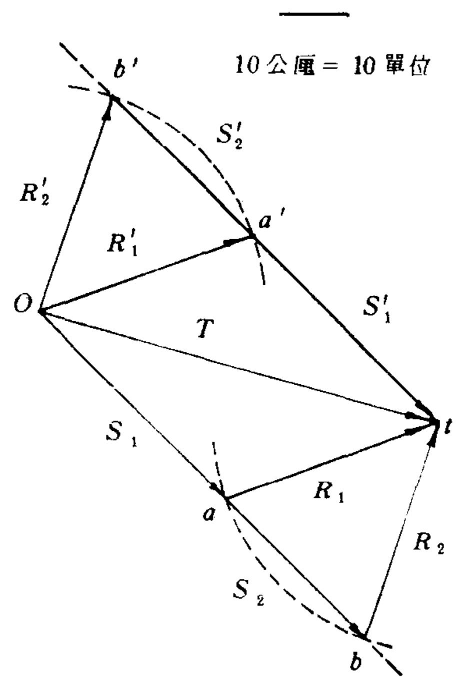


圖 1-5

第二章　運動的性質，相對運動，運動傳遞的方法

2-1　裝置於車床上加工的6英寸直徑鋼圓柱，切削速率爲100呎/分，試以每分鐘所轉週數表示。

解：$v=100$ 呎/分　$2R=6$ 英寸 $=0.5$ 呎　$\therefore R=\frac{1}{4}$ 呎

由 $v=n2\pi R$ 及一週 $=2\pi$ 弳度

得 $n=\dfrac{v}{2\pi R}=\dfrac{100\text{ 呎/分}}{\dfrac{2\pi}{\text{週}}\left(\dfrac{1}{4}\text{呎}\right)}=63.66$ 週/分

2-2　旋轉盤中，徑線上兩點 B，C 相距2英寸、$V_B=700$ 呎/分，$V_C=880$ 呎/分，試求出 B，C 的旋轉半徑。

解：$\because v=2\pi nR$

$\therefore \dfrac{V_B}{V_C}=\dfrac{2\pi nR_B}{2\pi nR_C}=\dfrac{R_B}{R_C}=\dfrac{700}{880}$ ……………①

又由題意知 $R_C-R_B=2$ 英寸 $=\frac{1}{6}$ 呎 ……………②

解方程式①及②

得 $R_C=0.8148$ 呎 $=9.78$ 英寸

$R_B=0.6481$ 呎 $=7.78$ 英寸

2-3　汽車輪胎外直徑686公厘，如果輪子轉速爲每分鐘700轉，試求(a)汽車速率每小時公里數，(b)汽車速率每秒公尺數，及(c)輪子角速度每秒弳度量。

解：(a) $V=2\pi nR=\dfrac{2\pi}{\text{週}}\times 700\dfrac{\text{週}}{\text{分}}\times\dfrac{60\text{ 分}}{\text{時}}\times 343\text{ 公厘}\times\dfrac{\text{公里}}{10^6\text{ 公厘}}$

$=90.52$ 公里/時

(b) $V=2\pi nR=\dfrac{2\pi}{\text{週}}\times 700\dfrac{\text{週}}{\text{分}}\times\dfrac{\text{分}}{60\text{ 秒}}\times 343\text{ 公厘}\times\dfrac{\text{公尺}}{10^3\text{ 公厘}}$

$=25.14$ 公尺/秒

(c) $\omega=2\pi n=2\pi\dfrac{\text{弳}}{\text{週}}\times 700\dfrac{\text{週}}{\text{分}}\times\dfrac{\text{分}}{60\text{ 秒}}$

$=73.30$ 弳/秒

2-4　汽車引擎內徑（汽缸直徑）爲95.3公厘，衝程（活塞由一極端位置至另一極端位置所行的距離）爲88.9公厘，汽車以每小時96.5公里行駛，且其輪

胎外徑為 686 公厘，如果引擎每分鐘轉速為輪子的 4 倍，試求(a)輪子每分鐘轉速，(b)引擎每分鐘轉速，(c)曲柄梢速度（每秒公尺數），(d)曲柄角速度（每分鐘弳度量），(e)平均活塞速度（每秒公尺數），及(f)汽車行駛一公里時，活塞行駛的距離。

解：(a) $V = 2\pi nR$

$$\therefore n = \frac{V}{2\pi R} = \frac{96.5\dfrac{公里}{時}}{\dfrac{2\pi}{週}\cdot 343\,公厘} \times \frac{\dfrac{時}{60\,分}}{\dfrac{公里}{10^6\,公厘}} = 746.3\,週/分$$

(b)由題意知 $n_{引擎} = 4n_{輪子} = 4 \times 746.3\,週/分$

$$= 2985.2\,週/分$$

(c)由於曲柄長為衝程的一半

故曲柄長 $= \dfrac{88.9}{2}$ 公厘

$$V_{曲柄梢} = 2\pi R_{曲柄長} N_{引擎}$$

$$= \frac{2\pi}{週} \times \frac{88.9}{2}\,公厘 \times \frac{公尺}{10^3\,公厘} \times 2985.2\,\frac{週}{分}\,\frac{分}{60\,秒}$$

$$= 13.9\,公尺/秒$$

(d) $\omega_{曲柄} = 2\pi n_{引擎}$

$$= 2\pi\,\frac{弳}{週} \times 2985.2\,\frac{週}{分} = 18756.6\,弳/分$$

(e)曲柄轉半圈，活塞移動一個衝程 88.9 公厘

所費時間為角速度倒數的一半即 $\dfrac{1}{2} \times \dfrac{1}{2985.2}$ 分

$$故\ V_{活塞平均速度} = \frac{88.9\,公厘}{\dfrac{1}{2} \times \dfrac{1}{2985.2}\,分} \times \frac{\dfrac{公尺}{10^3\,公厘}}{\dfrac{10\,秒}{分}}$$

$$= 8.85\,公尺/秒$$

(f)汽車每行駛一公里所費時間為 $\dfrac{1}{96.5} \times 小時 \times \dfrac{3600\,秒}{小時}$

故由(e)所得數據代入 $d = V_{活塞平均速度} \times t$

得 $d = 8.85\,公尺/秒 \times \dfrac{1}{96.5} \times 3600\,秒 = 330.2\,公尺$

2-5 一物體以定速度每秒 1.22 公尺移動 457 公厘，(a)求出所需時間，(b)若物體

在 0.2 秒內以變速度移動 457 公厘，試求出每秒公尺的平均速度。

解：(a) $d = Vt \quad \therefore t = \dfrac{d}{V} = \dfrac{457\text{ 公厘}}{1.22\text{ 公尺/秒}} \times \dfrac{10^{-3}\text{ 公尺}}{\text{公厘}} = 0.375\text{ 秒}$

(b) $V_{\text{平均}} = \dfrac{S}{t} = \dfrac{457\text{ 公厘}}{0.2\text{ 秒}} \times \dfrac{\text{公尺}}{10^3\text{ 公厘}} = 2.285\text{ 公尺/秒}$

2-6　汽車在 5 秒內，由速度 32.2 每小時公里加速到 96.6 每小時公里，共行 89.3 公尺，(a)若加速度爲常數，求其每秒平方公尺數，(b)若非等加速度，求其平均加速度。

解：(a)由等加速度公式　$V_f^2 = V_0^2 + 2aS$

$$a = \frac{V_f^2 - V_0^2}{2s} = \frac{(96.6^2 - 32.2^2)\left(\dfrac{\text{公里}}{\text{小時}} \times \dfrac{10^3\text{ 公尺}}{\text{公里}} \times \dfrac{\text{時}}{3600\text{ 秒}}\right)^2}{2 \times 89.3\text{ 公尺}}$$

$= 3.584\text{ 公尺/秒}^2$

(b)由平均加速度定義

$$a_{\text{平均}} = \frac{V_f - V_0}{t} = \frac{(96.6 - 32.2)\dfrac{\text{公里}}{\text{時}} \times \dfrac{10^3\text{ 公尺}}{\text{公里}} \times \dfrac{\text{時}}{3600\text{ 秒}}}{5\text{ 秒}}$$

$= 3.578\text{ 公尺/秒}^2$

2-7　質點由靜止起動，以等變率加速 4 秒，加速終了，以等速度，在 3 秒內移動 5.49 公尺，試求最初 4 秒的加速度及加速終了時的速度。

解：加速終了時的速度 $= \dfrac{d}{t} = \dfrac{5.49\text{ 公尺}}{3\text{ 秒}} = 1.83\text{ 公尺/秒}$

等變率加速度 $= \dfrac{V_f - V_i}{t_f - t_i} = \dfrac{(1.83 - 0)\text{ 公尺/秒}}{4\text{ 秒}} = 0.458\text{ 公尺/秒}^2$

2-8　汽車引擎在 5 秒內，由靜止加速到 2,000 每分鐘轉數，假定角加速度爲常數，試求(a)曲柄的角加速度，以每秒平方弳度表示，(b)曲柄需轉幾圈方能達到此速度。

解：(a)由等加速度公式

$\omega_f = \omega_i + \alpha t = 0 + \alpha \cdot 5 = 2{,}000$

$\therefore \alpha = \dfrac{2000\text{ 週/分}}{5\text{ 秒}} = 400\dfrac{\text{週}}{\text{秒}\cdot\text{分}} \times \dfrac{2\pi\text{ 弳}}{\text{週}} \times \dfrac{\text{分}}{60\text{ 秒}}$

$= 41.89\text{ 弳/秒}^2$

(b)由等加速度公式

$\omega_f^2 = \omega_i^2 + 2\alpha\theta$

$$\therefore\ \theta=\frac{\omega_f^2-\omega_i^2}{2\alpha}=\frac{(2{,}000^2-0^2)\left(\frac{週}{分}\times\frac{分}{60\,秒}\times\frac{2\pi\,弳}{週}\right)^2}{2\times 41.89\,\frac{弳}{秒^2}}$$

$$=523.57\,弳$$

$$故所需轉數=\frac{523.57\,弳}{2\pi\,\frac{弳}{週}}=83.33\,週$$

2-9　一外徑為 254 公厘的圓盤，在 20 秒內，由 1,000 每分轉數等加速度到 2,000 每分轉數，試求(a)以每秒平方弳度量的角加速度，(b)在 20 秒內的轉數。

解：

$$(a)\ \alpha=\frac{\omega_f-\omega_i}{t}=\frac{(2000-1000)\frac{週}{分}\times\frac{分}{60\,秒}\times\frac{2\pi}{週}}{20\,秒}$$

$$=5.236\,弳/秒^2$$

(b)由等加速度公式

$$轉數=\frac{\theta}{2\pi}=\frac{\frac{\omega_f^2-\omega_i^2}{2\alpha}}{2\pi}=\frac{\omega_f^2-\omega_i^2}{4\alpha\pi}$$

$$=\frac{(2000^2-1000^2)\left(\frac{週}{分}\times\frac{2\pi\,弳}{週}\times\frac{分}{60\,秒}\right)^2}{4\times 5.236\times\pi\,\frac{弳}{秒^2}\times\frac{弳}{週}}=500\,轉週$$

2-10　在問題 2-8 中，如果活塞衝程為 3.75 英寸（衝程為曲柄長的兩倍），試求出(a)當達到該速率時，曲柄的切線加速度為多少每秒平方呎，(b)當速率達 2000 每分轉數時的法線加速度為多少每秒平方呎？

解：(a) $a^t=R\alpha=\frac{3.75}{2}\,英寸\times\frac{41.89}{1}\,\frac{弳}{秒^2}\times\frac{呎}{12\,英寸}$

$$=6.545\,呎/秒^2$$

(b) $a^n=\omega^2R=(2{,}000)^2\left(\frac{週}{分}\times\frac{2\pi}{週}\times\frac{分}{60\,秒}\right)^2\times\frac{3.75}{2}\,英寸\times\frac{呎}{12\,英寸}$

$$=6853.9\,呎/秒^2$$

2-11　輪機噴射引擎轉子，以 12,000 每分轉數旋轉，試求直徑 914 公厘的壓縮機轉子週邊點，以每秒公尺及每平方秒公尺為單位的速度及加速度。

解：$V = 2\pi nR = \dfrac{2\pi}{\text{週}} \times 12000 \times \dfrac{\text{週}}{\text{分}} \times \dfrac{\text{分}}{60\text{秒}} \times \dfrac{914}{2}\text{公厘} \times \dfrac{\text{公尺}}{10^3\text{公厘}}$

$= 574.28$ 公尺/秒

因轉數為等速，故 $A^t = 0$

$A^n = \omega^n R = (12{,}000)^2 \left(\dfrac{\text{週}}{\text{分}} \times \dfrac{2\pi}{\text{週}} \times \dfrac{\text{分}}{60\text{秒}}\right)^2 \times \dfrac{914}{2}\text{公厘} \times \dfrac{\text{公尺}}{10^3\text{公厘}}$

$= 721665.47$ 公尺/秒^2

2-12　蘇格蘭軛機構如圖 P2-12 所示，若 $R = 203$ 公厘，$\theta = 60°$，且曲柄速率每分鐘 200 週，試求滑塊以每秒公尺及每平方秒公尺的速度及加速度。

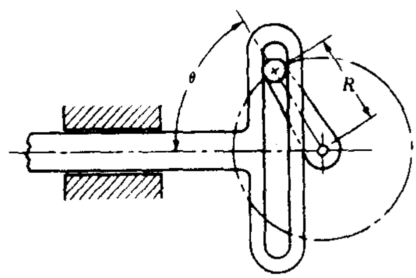


圖 P2-12

解：設曲柄為順時針方向：

則 $V = -R\omega \sin \omega t = -R\omega \sin \theta$

$= -203\text{公厘} \cdot \dfrac{\text{公尺}}{10^3\text{公厘}} \times (-200)\dfrac{\text{週}}{\text{分}} \times \dfrac{2\pi}{\text{週}} \times \dfrac{\text{分}}{60\text{秒}} \times \sin(180°$

$-60°)$

$= 3.68\dfrac{\text{公尺}}{\text{秒}}$　故向右

$a = -\omega^2 R \cos\theta = -\left(\dfrac{V}{R\sin\theta}\right)^2 R\cos\theta = -\left(\dfrac{V^2}{R\sin^2\theta}\right)\cos\theta$

$= -\left[(-200)\dfrac{\text{週}}{\text{分}} \times \dfrac{2\pi}{\text{週}} \times \dfrac{\text{分}}{60\text{秒}}\right]^2 \times 203\text{公厘} \times \dfrac{\text{公尺}}{10^3\text{公厘}}$

$\times \cos(180° - 60°)$

$= 44.52$ 公尺/秒^2　向右

2-13　如果圖 P2-12 的機構滑塊，其衝程為 356 公厘，而完成一衝程所需時間為 0.125 秒，(a)曲柄每分鐘轉數，(b)滑塊以每秒公尺為單位的最大速度，及(c)滑塊以每秒平方公尺為單位的最大加速度。

解：(a)由公式 $\theta = \omega t$

因完成一衝程，曲柄轉 π 弳

故 $\pi = \omega t = \omega(0.125)$

$$\therefore \omega = 25.13\text{ 弳/秒} = 25.13\frac{\text{弳}}{\text{秒}} \times \frac{\text{週}}{2\pi\text{ 弳}} \times \frac{60\text{ 秒}}{\text{分}}$$

$$= 240.0\text{ 週/分}$$

(b) $V_{max} = R\omega \sin 90° = R\omega$

$$= \frac{356}{2}\text{公厘} \times \frac{\text{公尺}}{\text{公厘} \times 10^3} \times 25.13\frac{\text{弳}}{\text{秒}}$$

$$= 4.47\text{ 公尺/秒}$$

(c) $a_{max} = R\omega^2 \cos 0° = R\omega^2$

$$= \frac{356}{2}\text{公厘} \times \frac{\text{公尺}}{10^3\text{ 公厘}} \times \left(25.13\frac{\text{弳}}{\text{秒}}\right)^2$$

$$= 112.4\text{ 公尺/秒}^2$$

2-14 振動測量儀顯示一物以 7 每秒週的頻率做簡諧運動型之振動，其最大加速度爲 0.737 每秒平方公尺，試求(a)振動最大振幅，及(b)最大速度。

解：(a)由公式 $\omega = 2\pi f = 2\pi\left(7\frac{\text{弳}}{\text{秒}}\right) = 14\pi$ 弳/秒

$A_{max} = \omega^2 R = 0.737$ 公尺/秒^2 $= (14\pi$ 弳/秒$)^2 R$

$\therefore R = 3.81 \times 10^{-4}$ 公尺 $= 0.381$ 公厘

(b) $V_{max} = \omega R = 3.81 \times 10^{-4}$ 公尺 $\times 14\pi$ 弳/秒

$= 0.0168$ 公尺/秒 $= 16.8$ 公厘/秒

2-15 A號飛機以時速 644 公里正北飛行，同時 B 號飛機以時速 483 公里正東飛行，試求 A 對 B 的速度及 B 對 A 的速度，在每個狀況中寫出其向量方程式，並以 1 公厘爲時速 8 公里的比例畫出圖形，假定紙的上方爲正北，請標出向量並以圖解法求解。

解：A 對 B 相對速度，即 $V_{A/B} = V_{A-B}$

$= V_A \rightarrow V_B$

B 對 A 相對速度，即 $V_{B/A} = V_{B-A}$

$= V_B \rightarrow V_A$

如圖 2-1 所示

量得

$V_{A/B} = 806$ 公里/小時，方向 127°

$V_{B/A} = 806$ 公里/小時，方向 307°

註：由理論算得爲 805 公里/小時

$V_{A/B}$ 方向爲 126.8°

$V_{B/A}$ 方向爲 306.8°