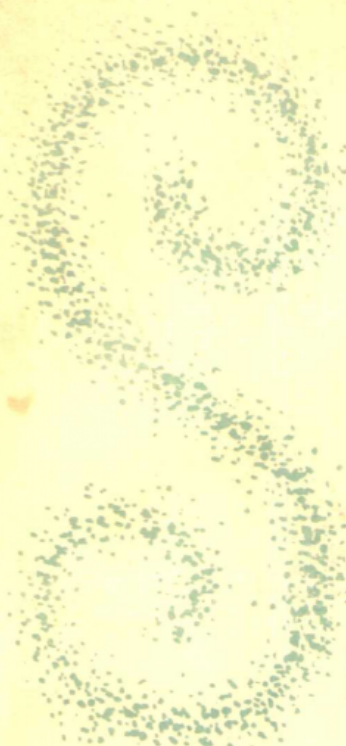




HUXUE



# 初中数学复习

甘肃人民出版社

CHUZHONG  
FU XI

封面设计：陆惟宁

G633.6

06024

初中复习丛书

初中语文复习

初中数学复习

初中物理复习

初中化学复习(修订本)

初中英语复习

甘肃人民出版社出版  
甘肃省新华书店发行

书号:7096·96  
定价:1.65 元

初中复习丛书

# 初中数学复习

西北师院附中编

甘肃人民出版社

初中复习丛书

**初中数学复习**

西北师院附中编

甘肃人民出版社出版

(兰州第一新村51号)

甘肃省新华书店发行 兰州八一印刷厂印刷

开本787×1092毫米 1/32 印张14 875 字数315,000

1981年10月第1版 1985年4月第5次印刷

印数: 302,421—362,420

书号: 7096·96 定价: 1.65元

## 前 言

本书依据教育部中学数学教学大纲(草案)的基本精神,根据编者多年教学的实际体会,通过归纳类比及分析综合,将初中代数、几何等知识作了全面系统的阐述,可供初中毕业生升学复习及待业青年自学时参考。

全书主要分为代数、平面几何、三角及解析几何等四大部分,叙述力求浅显易懂、突出重点和难点。在各章中,简明扼要地阐述了基本概念、定律和公式,并精选了不同类型的例题,同时概括了每类问题的一般解题思路和方法,对其中的一些典型题还给出了多种解法,对解题中容易疏忽或出错的地方,书中又特别在“注”中作了说明。

书中有些内容比“大纲”要求稍有扩充,以利读者开阔思路,提高分析和解答问题的能力;为了巩固基础知识,每章后均选有一定数量的习题,可作为学生练习或供教师选择试题时参考。

为了便于读者查阅,在书后附录中附有初中数学主要公式、常用单位换算表、常数表及全书大部分习题的答案和提示。

本书由西北师院附中编写,主编:董学恕;执笔者,代数部分:董学恕、刘世平;平面几何部分:陈燕肃;三角与解析几何部分:刘承儒;绘图:张博等同志。

由于编写时间仓促,又限于我们的编写水平,书中的不足和错误之处,恳切希望读者指正。

编 者

一九八一年一月于兰州

# 目 录

## 代 数 部 分

### 第一章 实数

|        |        |
|--------|--------|
| 一、集合   | ( 1 )  |
| 二、自然数  | ( 6 )  |
| 三、有理数  | ( 11 ) |
| 四、实数   | ( 17 ) |
| 五、典型例题 | ( 21 ) |
| 习题1.1  | ( 33 ) |

### 第二章 代数式

|          |        |
|----------|--------|
| 一、代数式的概念 | ( 38 ) |
| 二、整式     | ( 41 ) |
| 三、分式     | ( 51 ) |
| 四、根式     | ( 56 ) |
| 五、典型例题   | ( 60 ) |
| 习题1.2    | ( 74 ) |

### 第三章 代数方程和方程组

|                |         |
|----------------|---------|
| 一、方程           | ( 78 )  |
| 二、方程组          | ( 89 )  |
| 三、布列方程或方程组解应用题 | ( 98 )  |
| 四、典型例题         | ( 103 ) |
| 习题1.3          | ( 136 ) |

### 第四章 不等式

|             |         |
|-------------|---------|
| 一、不等式的概念及性质 | ( 142 ) |
|-------------|---------|

|          |       |
|----------|-------|
| 二、解不等式   | (145) |
| 三、不等式的证明 | (148) |
| 四、典型例题   | (149) |
| 习题1.4    | (167) |

## 第五章 指数和对数

|        |       |
|--------|-------|
| 一、指数   | (170) |
| 二、对数   | (172) |
| 三、常用对数 | (174) |
| 四、典型例题 | (175) |
| 习题1.5  | (186) |

## 第六章 函数

|               |       |
|---------------|-------|
| 一、函数的概念       | (191) |
| 二、正比例函数和反比例函数 | (193) |
| 三、一次函数        | (195) |
| 四、二次函数        | (196) |
| 五、典型例题        | (199) |
| 习题1.6         | (209) |

## 第七章 数列

|         |       |
|---------|-------|
| 一、数列的概念 | (214) |
| 二、等差数列  | (216) |
| 三、等比数列  | (217) |
| 四、典型例题  | (218) |
| 习题1.7   | (229) |

## 平面几何部分

### 第一章 直线、相交线和平行线

|            |       |
|------------|-------|
| 一、线段、射线、直线 | (231) |
| 二、相交线      | (234) |

|                           |       |
|---------------------------|-------|
| 三、平行线.....                | (237) |
| 四、定义、公理和定理.....           | (238) |
| 五、基本作图.....               | (241) |
| 六、典型例题.....               | (242) |
| 习题2.1 .....               | (246) |
| <b>第二章 三角形</b>            |       |
| 一、三角形的基本知识.....           | (248) |
| 二、全等三角形.....              | (253) |
| 三、相似三角形.....              | (254) |
| 四、典型例题.....               | (255) |
| 习题2.2 .....               | (273) |
| <b>第三章 四边形</b>            |       |
| 一、四边形的分类.....             | (277) |
| 二、四边形的定义、性质及判定.....       | (277) |
| 三、典型例题.....               | (279) |
| 习题2.3 .....               | (290) |
| <b>第四章 圆</b>              |       |
| 一、圆的概念.....               | (292) |
| 二、点与圆、直线与圆、圆与圆的位置关系.....  | (293) |
| 三、与圆有关的角.....             | (296) |
| 四、圆与多边形.....              | (297) |
| 五、圆的周长、弧长及圆、扇形、弓形的面积..... | (303) |
| 六、点的轨迹.....               | (304) |
| 七、典型例题.....               | (305) |
| 习题2.4 .....               | (330) |

## 三角与解析几何部分

### 第一章 平面直角坐标系



|                    |       |
|--------------------|-------|
| 一、平面直角坐标系.....     | (336) |
| 二、距离公式与定比分点公式..... | (339) |
| 三、典型例题.....        | (340) |
| 习题3.1 .....        | (352) |
| <b>第二章 解三角形</b>    |       |
| 一、三角函数的定义与性质.....  | (355) |
| 二、直角三角形的解法.....    | (359) |
| 三、斜三角形的解法.....     | (360) |
| 四、典型例题.....        | (363) |
| 习题3.2 .....        | (382) |
| <b>第三章 直线和圆的方程</b> |       |
| 一、直线方程.....        | (385) |
| 二、两直线的位置关系.....    | (386) |
| 三、点到直线的距离.....     | (387) |
| 四、圆的方程.....        | (388) |
| 五、典型例题.....        | (389) |
| 习题3.3 .....        | (398) |
| 综合练习题解.....        | (399) |
| 习题答案与提示.....       | (418) |

## 附录部分

|               |       |
|---------------|-------|
| 常用数表及公式 ..... | (456) |
|---------------|-------|

# 代数部分

## 第一章 实数

本章主要复习正整数（自然数）、有理数和实数的有关概念、性质和运算。其中数的概念尤为重要，必须深刻理解，对于集合的知识，也应掌握。

### 一、集合

#### （一）集合的概念

具有某一共同特征的一些对象组成的一个整体，叫做集合。其中，“对象”叫做集合的元素。集合通常用大写拉丁字母  $A, B, C, \dots$  表示，元素用小写字母  $a, b, c, \dots$  表示。

特别，自然数集专用  $N$  表示

整数集专用  $I$  表示

实数集专用  $R$  表示

复数集专用  $C$  表示

全集专用  $I$  表示

空集专用  $\phi$  表示

集合元素和表示元素的特征及表示元素多少的范围，构成集合三要素。

集合三要素，都是确定的，因而集合是确定的。依照集合的确定性，可以判断一些对象能否构成集合，也可以判断一个对象是不是某个集合的元素；任何一个集合都和它的元素的排列顺序无关，而且元素都是互不相同的。

## (二)集合的两种不同的表示方法

把集合的元素一一列举出来，写在大括号内用来表示集合，这种方法叫做**列举法**。例如由自然数1、2、4、6组成的集合，可以表示为

$$\{1, 2, 4, 6\}$$

列举法一般适用于有限集（即元素的个数是有限个的集合），但是，像数列一类的特殊的无限集（即元素的个数是无限的集合），也可以用列举法表示。例如，自然数集（即全体自然数组成的集合），就可以表示为

$$\{1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$$

但是，不能写成 $\{1, 5, 4, 2, 3, \dots\}$ ，这完全是数列的要求，绝非集合的要求。

把集合的元素具有的共同特征用语言描述出来或用解析式表达出来，写在大括号内用来表示集合，这种方法叫做**描述法**。例如，由不等式 $x - 3 > 2$ 的所有的解组成的集合，可以表示为

$$\{\text{大于5的数}\}$$

或者，表示为

$$\{x: x - 3 > 2\}$$

意思是满足不等式 $x - 3 > 2$ 的 $x$ 组成的集合。其中，冒号前面的 $x$ ，叫做集合的代表元素。冒号后面的部分是用来描述代表元素特征的。

或者, 表示为

$$\{x: x > 5\},$$

$$(5, +\infty).$$

描述法一般适用于无限集或者元素较多的有限集。

(三)集合的基本运算(交、并、补)

### 1. 子集、真子集

两个集合  $A$  与  $B$ , 如果  $A$  的任何一个元素都是  $B$  的元素, 那末集合  $A$  就叫做集合  $B$  的子集, 表示为

$$A \subseteq B \text{ 或 } B \supseteq A.$$

特别, 对任何一个集合  $A$  来说,  $A$  的元素一定都属于  $A$ . 所以集合  $A$  一定是集合  $A$  的子集, 即

$$A \subseteq A.$$

也就是说, 任何一个集合都是它本身的子集。

与此同时, 规定空集是任何集合  $A$  的子集。即

$$\phi \subseteq A.$$

由子集定义, 易得

(1) 两个集合  $A$  与  $B$ ,  $A \subseteq B$  同时  $B \subseteq A \iff A = B$ .

(2) 三个集合  $A$ 、 $B$ 、 $C$ , 如果  $A \subseteq B$ ,  $B \subseteq C$ , 那末  $A \subseteq C$ .

两个集合  $A$  与  $B$ , 如果  $A \subseteq B$ , 并且  $B$  中至少有一个元素不属于  $A$ , 那末集合  $A$  就叫做集合  $B$  的真子集。表示为

$$A \subset B \text{ 或 } B \supset A.$$

### 2. 交、并、补

(1) 交集 由同时属于  $A$  和  $B$  的一切元素组成的集合, 叫做集合  $A$  与  $B$  的交集(又叫交或积), 表示为

$$A \cap B \text{ 或 } AB.$$

显然,  $A \cap B = \{x: x \in A \text{ 且 } x \in B\}$ . 因此  $A \cap B \subseteq A$ .  
或  $A \cap B \subseteq B$ .

特别  $A \cap A = A$

$$A \cap \phi = \phi$$

(2) 并集 由属于  $A$  或者属于  $B$  的一切元素组成的集合, 叫做集合  $A$  与  $B$  的并集 (又叫并或和), 表示为

$$A \cup B \text{ 或 } A + B.$$

显然,  $A \cup B = \{x: x \in A \text{ 或 } x \in B\}$ . 因此,  $A \subseteq A \cup B$   
或  $B \subseteq A \cup B$ .

特别  $A \cup A = A$ .

$$A \cup \phi = A.$$

(3) 常用的交、并运算定律

交换律  $A \cap B = B \cap A$

$$A \cup B = B \cup A$$

结合律  $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$

$$(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$$

分配律  $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$

$$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$$

最后一条定律, 利用韦恩图是很容易验证的 (如图1.1—1):

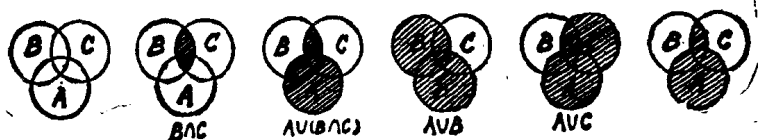


图1.1—1

证明: 先证  $A \cup (B \cap C)$  的所有元素都是  $(A \cup B) \cap (A \cup C)$

$U \setminus C$ ) 的元素。

设  $x$  是  $A \cup (B \cap C)$  的任一元素。

则  $x \in A \cup (B \cap C)$

$\therefore x \in A$  或  $x \in (B \cap C)$

若  $x \in A$ ,

则  $x \in A \cup B, x \in A \cup C$

$\therefore x \in (A \cup B) \cap (A \cup C)$

若  $x \in (B \cap C)$

则  $x \in B$ , 同时  $x \in C$

$\therefore x \in A \cup B$ , 同时  $x \in A \cup C$

$\therefore x \in (A \cup B) \cap (A \cup C)$ 。

再证  $(A \cup B) \cap (A \cup C)$  的所有元素都是  $A \cup (B \cap C)$

的元素。

设  $x$  是  $(A \cup B) \cap (A \cup C)$  的任一元素

则  $x \in (A \cup B) \cap (A \cup C)$

$\therefore x \in (A \cup B)$  同时  $x \in (A \cup C)$

$\therefore x \in A$  或  $x \in B$  同时  $x \in C$

若  $x \in A$ ,

则  $x \in A \cup (B \cap C)$

若  $x \in B$ , 同时  $x \in C$

则  $x \in (B \cap C)$

$\therefore x \in A \cup (B \cap C)$

因此,  $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$ 。

#### (4) 补集

已知全集  $I$ ,  $A \subseteq I$ 。由  $I$  中所有不属于  $A$  的元素组成的集合, 叫做集合  $A$  的补集, 表示为  $\overline{A}$ 。

显然  $A \cup \overline{A} = I.$

$$A \cap \overline{A} = \phi$$

$$\overline{\phi} = I$$

$$\overline{I} = \phi$$

若  $A, B \subseteq I$  且  $A \subseteq B$ , 则  $\overline{A} \supseteq \overline{B}.$

若  $A, B \subseteq I$ , 则  $\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B},$

$$\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}.$$

## 二、自然数

### (一)自然数的概念

表示物体的个数或事物的次序的数叫做自然数,例如 1、2、3……。一般地说,零不是自然数。如果把零放在自然数中1的前面,所得到的数列

$$0, 1, 2, 3 \dots$$

叫做扩大的自然数列。

### (二)自然数的性质

1. 有序性 任何两个自然数可以比较大小;
2. “1”是最小的自然数,没有最大的自然数;
3. 在自然数范围内,永远可以施行加法和乘法两种运算。

### (三)偶数和奇数

1. 整除 如果自然数  $a$  除以自然数  $b$ , 得到的商是自然数, 且无余数, 那么就说  $a$  能被  $b$  整除, 或者说  $b$  能整除  $a$ 。这时,  $a$  叫做  $b$  的倍数,  $b$  叫做  $a$  的约数或因数。约数和倍数是互相依存的, 不可能单独存在。

2. 偶数 一切能被2整除的自然数叫做偶数, 记作 $2k$  ( $k \in N, N$ 表示自然数的集合)。如

2、4、6、8……

3. 奇数 一切不能被2整除的自然数叫做奇数, 记作 $2k-1$  ( $k \in N$ ) 或 $2k+1$  ( $k$ 为扩大的自然数)。如

1, 3, 5, 7……

因此, 任何一个自然数, 或者是奇数, 或者是偶数, 二者必居其一, 且仅居其一。

#### (四)质数和合数

1. 质数(也叫素数) 除1外, 只能被1和它本身整除的自然数叫做质数, 如2、3、5、7……质数的个数是无限的。

显然, 质数不一定是奇数, 如2; 奇数也不一定是质数, 如1、9、15……但是, 除2之外的质数都是奇数。

2. 合数 除1和它本身外, 还能被其它自然数整除的自然数, 叫做复合数, 简称合数, 如4、6、8、9……合数的个数也是无限的。

显然, 合数不一定是偶数, 如9, 15……; 偶数也不一定是合数, 如2。但是, 除2之外的偶数必然是合数。

自然数1既不是质数, 也不是合数, 而是实数的单位。

#### (五)合数的质因数分解

1. 质因数 在乘法运算中, 被乘数和乘数都叫做积的因数, 而一个自然数的因数同时又是质数时, 则称它为这个自然数的质因数。如2和3都是12的质因数; 但是1、4、6、12就不是12的质因数, 而仅仅是因数。

显然, 只有合数才能写成仅仅含有质因数的连乘积的形



式。

2. 质因数分解 把一个合数表示成几个质因数连乘积的形式，叫做这个合数的质因数分解。如

$$12 = 2 \times 2 \times 3 = 2^2 \times 3.$$

注意：相同的质因数应写成幂的形式。这样，一个合数分解质因数后，在形式上也是唯一的。

分解质因数的方法，一般采用短除法，如

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 180} \\ 2 \overline{) 90} \\ 3 \overline{) 45} \\ 3 \overline{) 15} \\ 5 \end{array}$$

$$\therefore 180 = 2^2 \times 3^2 \times 5.$$

#### (六) 最大公约数和最小公倍数

1. 最大公约数 一个数同时是几个数的约数时，这个数就叫做这几个数的公约数。几个数的公约数个数是有限的。其中最大的一个叫做这几个数的最大公约数。如

36的约数为1、2、3、4、6、9、12、18、36；

24的约数为1、2、3、4、6、8、12、24。

所以36和24的公约数为1、2、3、4、6、12，其中最大的是12。因此36和24的最大公约数是12。记作

$$(36, 24) = 12.$$

最大公约数的具体求法

##### (1) 短除法