SHUXUE

初中数学复习

CHUZHONG
FU XI

甘肃人民出版社

封面设计：陆惟宁

初中复习丛书

初中语文复习
初中数学复习
初中物理复习
初中化学复习（修订本）
初中英语复习

甘肃人民出版社出版
甘肃省新华书店发行

书号：7096·96
定价：1.65元

初中复习丛书

初中数学复习

西北师院附中编

甘肃人民出版社

初中复习丛书

初中数学复习

西北师院附中编

甘肃人民出版社出版

（兰州第一新村51号）

甘肃省新华书店发行　兰州八一印刷厂印刷

开本787×1092毫米　1/32　印张14 875　字数315,000

1981年10月第1版　1985年4月第5次印刷

印数：302,421—362,420

书号：7096·96　　定价：1.65元

前　　言

本书依据教育部中学数学教学大纲（草案）的基本精神，根据编者多年教学的实际体会，通过归纳类比及分析综合，将初中代数、几何等知识作了全面系统的阐述，可供初中毕业生升学复习及待业青年自学时参考。

全书主要分为代数、平面几何、三角及解析几何等四大部分，叙述力求浅显易懂、突出重点和难点。在各章中，简明扼要地阐述了基本概念、定律和公式，并精选了不同类型的例题，同时概括了每类问题的一般解题思路和方法，对其中的一些典型题还给出了多种解法，对解题中容易疏忽或出错的地方，书中又特别在“注”中作了说明。

书中有些内容比“大纲”要求稍有扩充，以利读者开阔思路，提高分析和解答问题的能力；为了巩固基础知识，每章后均选有一定数量的习题，可作为学生练习或供教师选择试题时参考。

为了便于读者查阅，在书后附录中附有初中数学主要公式、常用单位换算表、常数表及全书大部分习题的答案和提示。

本书由西北师院附中编写，主编：董学恕；执笔者，代数部分：董学恕、刘世平；平面几何部分：陈燕肃；三角与解析几何部分：刘承儒；绘图：张博等同志。

由于编写时间仓促，又限于我们的编写水平，书中的不足和错误之处，恳切希望读者指正。

编　者

一九八一年一月于兰州

目　　录

代 数 部 分

平面几何部分

代 数 部 分

第一章　实　数

本章主要复习正整数（自然数）、有理数和实数的有关概念、性质和运算．其中数的概念尤为重要，必须深刻理解；对于集合的知识，也应掌握．

一、集　合

(一)集合的概念

具有某一共同特征的一些对象组成的一个整体，叫做集合．其中，"对象"叫做集合的元素．集合通常用大写拉丁字母A，B，C，……表示，元素用小写字母a，b，c，……表示．

特别，自然数集专用N表示

整数集专用J表示

实数集专用R表示

复数集专用C表示

全　集专用I表示

空　集专用ϕ表示

集合元素和表示元素的特征及表示元素多少的范围，构成集合三要素．

集合三要素，都是确定的，因而集合是确定的。依照集合的确定性，可以判断一些对象能否构成集合，也可以判断一个对象是不是某个集合的元素；任何一个集合都和它的元素的排列顺序无关，而且元素都是互不相同的。

(二)集合的两种不同的表示方法

把集合的元素一一列举出来，写在大括号内用来表示集合，这种方法叫做**列举法**。例如由自然数1、2、4、6组成的集合，可以表示为

$$\{1,2,4,6\}$$

列举法一般适用于有限集（即元素的个数是有限个的集合），但是，像数列一类的特殊的无限集（即元素的个数是无限的集合），也可以用列举法表示。例如，自然数集（即全体自然数组成的集合），就可以表示为

$$\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ \cdots\cdots\}$$

但是，不能写成$\{1,\ 5,\ 4,\ 2,\ 3,\ \cdots\cdots\}$，这完全是数列的要求，绝非集合的要求。

把集合的元素具有的共同特征用语言描述出来或用解析式表达出来，写在大括号内用来表示集合，这种方法叫做**描述法**。例如，由不等式 $x-3>2$ 的所有的解组成的集合，可以表示为

{大于 5 的数}

或者，表示为

$$\{x:x-3>2\}$$

意思是满足不等式$x-3>2$的x组成的集合。其中，冒号前面的x，叫做集合的代表元素。冒号后面的部分是用来描述代表元素特征的。

或者，表示为

$\{x:x>5\}$，

$(5,+\infty)$。

描述法一般适用于无限集或者元素较多的有限集。

(三)集合的基本运算（交、并、补）

1. 子集、真子集

两个集合A与B，如果A的任何一个元素都是B的元素，那末集合A就叫做集合B的子集，表示为

$$A\subseteq B \quad 或 B\supseteq A.$$

特别，对任何一个集合A来说，A的元素一定都属于A. 所以集合A一定是集合A的子集，即

$$A\subseteq A.$$

也就是说，任何一个集合都是它本身的子集。

与此同时，规定空集是任何集合A的子集. 即

$$\phi\subseteq A.$$

由子集定义，易得

(1)两个集合A与B，$A\subseteq B$同时$B\subseteq A \Longleftrightarrow A=B$。

(2)三个集合A、B、C，如果$A\subseteq B$，$B\subseteq C$，那末$A\subseteq C$。

两个集合A与B，如果$A\subseteq B$，并且B中至少有一个元素不属于A，那末集合A就叫做集合B的真子集. 表示为

$$A\subset B 或 B\supset A.$$

2.交、并、补

(1)交集　由同时属于A和B的一切元素组成的集合，叫做集合A与B的交集（又叫交或积），表示为

$$A\cap B \quad 或 \quad AB.$$

显然，$A\cap B=\{x:x\in A$ 且$x\in B\}$.因此$A\cap B\subseteq A$,或$A\cap B\subseteq B$.

特别　　$A\cap A=A$

$A\cap\phi=\phi$

（2）并集　由属于A或者属于B的一切元素组成的集合，叫做集合A与B的并集（又叫并或和），表示为

$A\cup B$或$A+B$.

显然，$A\cup B=\{x:\ x\in A$或$x\in B\}$. 因此，$A\subseteq A\cup B$或$B\subseteq A\cup B$.

特别　　$A\cup A=A$.

$A\cup\phi=A$.

（3）常用的交、并运算定律

交换律　　$A\cap B=B\cap A$

$A\cup B=B\cup A$

结合律　　$(A\cap B)\cap C=A\cap(B\cap C)$

$(A\cup B)\cup C=A\cup(B\cup C)$

分配律　　$A\cap(B\cup C)=(A\cap B)\cup(A\cap C)$

$A\cup(B\cap C)=(A\cup B)\cap(A\cup C)$

最后一条定律，利用韦恩图是很容易验证的(如图1.1—1)：

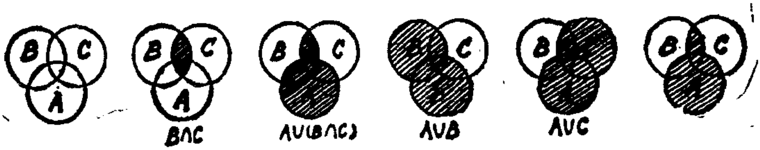

图1.1—1

证明：先证$A\cup(B\cap C)$的所有元素都是$(A\cup B)\cap(A$

$\cup C)$的元素。

设x是$A\cup(B\cap C)$的任一元素。

则$x\in A\cup(B\cap C)$

$\therefore$　$x\in A$或$x\in(B\cap C)$

若　$x\in A$，

则　$x\in A\cup B$，$x\in A\cup C$

$\therefore$　$x\in(A\cup B)\cap(A\cup C)$

若　$x\in(B\cap C)$

则　$x\in B$，同时$x\in C$

$\therefore$　$x\in A\cup B$，同时$x\in A\cup C$

$\therefore$　$x\in(A\cup B)\cap(A\cup C)$。

再证　$(A\cup B)\cap(A\cup C)$的所有元素都是$A\cup(B\cap C)$的元素。

设　x是$(A\cup B)\cap(A\cup C)$的任一元素

则　$x\in(A\cup B)\cap(A\cup C)$

$\therefore$　$x\in(A\cup B)$同时$x\in(A\cup C)$

$\therefore$　$x\in A$或$x\in B$同时$x\in C$

若　$x\in A$，

则　$x\in A\cup(B\cap C)$

若　$x\in B$，同时$x\in C$

则　$x\in(B\cap C)$

$\therefore$　$x\in A\cup(B\cap C)$

因此，$A\cup(B\cap C)=(A\cup B)\cap(A\cup C)$。

（4）补集

已知全集I，$A\subseteq I$。由I中所有不属于A的元素组成的集合，叫做集合A的补集，表示为$\overline{A}$。

显然 $A\cup\overline{A}=I$。

$A\cap\overline{A}=\phi$

$\overline{\phi}=I$

$\overline{I}=\phi$

若A、$B\subseteq I$，且$A\subseteq B$，则$\overline{A}\supseteq\overline{B}$。

若A、$B\subseteq I$，则$\overline{A\cup B}=\overline{A}\cap\overline{B}$，

$\overline{A\cap B}=\overline{A}\cup\overline{B}$。

二、自 然 数

（一）自然数的概念

表示物体的个数或事物的次序的数叫做自然数，例如1、2、3……。一般地说，零不是自然数。如果把零放在自然数中1的前面，所得到的数列

0，1，2，3……

叫做扩大的自然数列。

（二）自然数的性质

1.有序性　任何两个自然数可以比较大小；

2.“1”是最小的自然数，没有最大的自然数；

3.在自然数范围内，永远可以施行加法和乘法两种运算。

（三）偶数和奇数

1. 整除　如果自然数a除以自然数b，得到的商是自然数，且无余数，那么就说a能被b整除，或者说b能整除a。这时，a叫做b的倍数，b叫做a的约数或因数。约数和倍数是互相依存的，不可能单独存在。

2. 偶数　一切能被2整除的自然数叫做偶数，记作$2k$（$k\in N$，N表示自然数的集合）。如

2、4、6、8……

3. 奇数　一切不能被2整除的自然数叫做奇数，记作$2k-1$（$k\in N$）或$2k+1$（k为扩大的自然数）。如

1，3，5，7……

因此，任何一个自然数，或者是奇数，或者是偶数，二者必居其一，且仅居其一。

（四）质数和合数

1. 质数（也叫素数）　除1外，只能被1和它本身整除的自然数叫做质数，如2、3、5、7……质数的个数是无限的。

显然，质数不一定都是奇数，如2；奇数也不一定都是质数，如1、9、15……但是，除2之外的质数都是奇数。

2.合数　除1和它本身外，还能被其它自然数整除的自然数，叫做复合数，简称合数，如4、6、8、9……合数的个数也是无限的。

显然，合数不一定是偶数，如9，15……；偶数也不一定是合数，如2。但是，除2之外的偶数必然是合数。

自然数1既不是质数，也不是合数，而是实数的单位。

（五）合数的质因数分解

1. 质因数　在乘法运算中，被乘数和乘数都叫做积的因数，而一个自然数的因数同时又是质数时，则称它为这个自然数的质因数。如2和3都是12的质因数；但是1、4、6、12就不是12的质因数，而仅仅是因数。

显然，只有合数才能写成仅仅含有质因数的连乘积的形

式。

2．质因数分解　把一个合数表示成几个质因数连乘积的形式，叫做这个合数的质因数分解．如

$$12=2\times2\times3=2^2\times3.$$

注意：相同的质因数应写成幂的形式．这样，一个合数分解质因数后，在形式上也是唯一的．

分解质因数的方法，一般采用短除法，如

$$\begin{array}{r|l}
2 & 180 \\ \hline
2 & 90 \\ \hline
3 & 45 \\ \hline
3 & 15 \\ \hline
 & 5
\end{array}$$

$\therefore\quad 180=2^2\times3^2\times5.$

（六）最大公约数和最小公倍数

1．最大公约数　一个数同时是几个数的约数时，这个数就叫做这几个数的公约数．几个数的公约数个数是有限的．其中最大的一个叫做这几个数的最大公约数．如

36的约数为1、2、3、4、6、9、12、18、36；

24的约数为1、2、3、4、6、8、12、24．

所以36和24的公约数为1、2、3、4、6、12，其中最大的是12．因此36和24的最大公约数是12．记作

$$(36,24)=12.$$

最大公约数的具体求法

（1）短除法