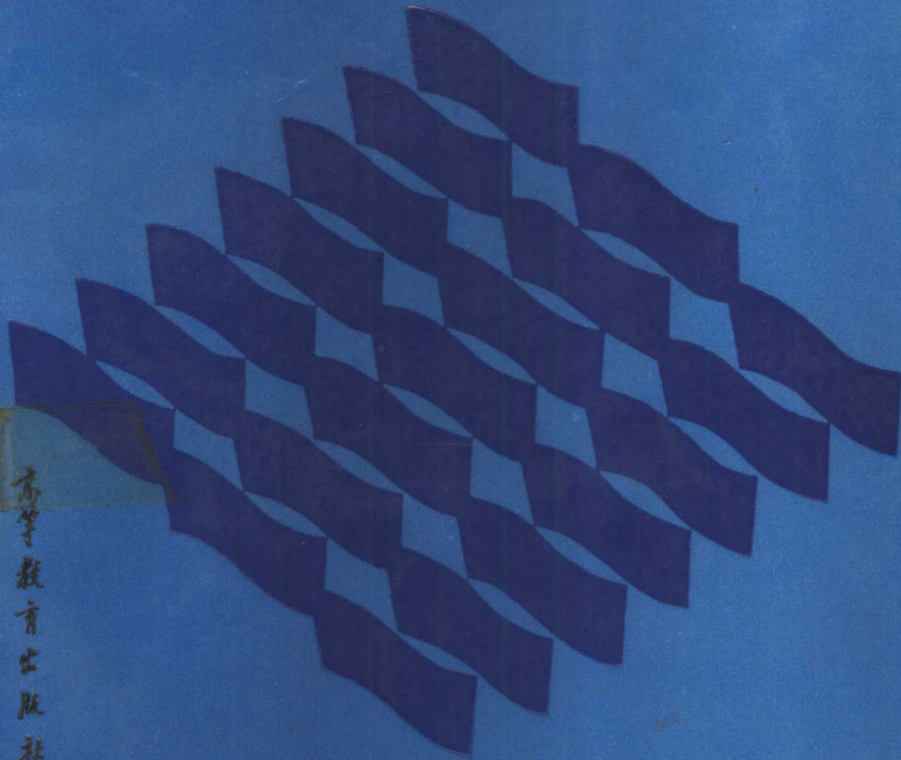


高等学校教材

流体力学

李士豪 主编



高等教育出版社

内 容 提 要

本书包括三部分：理想流体力学，粘性流体力学和计算流体力学。

第一部分包括流体运动学，流体动力学，势运动理论，涡运动理论和波浪理论。第二部分包括粘性流体动力学，边界层理论和紊流输运理论。第三部分包括：流体力学数值解法。

本书主要作为土木、水利工程类专业高年级学生或研究生的教材，也可供土木、水利工程界有关技术人员参考。

高等学校教材

流 体 力 学

大连理工大学

李士豪 申震亚 李鉴初 合编

李士豪 主编

*

高等教育出版社出版

新华书店北京发行所发行

祝桥新华印刷厂印装

*

开本 850×1168 1/32 印张 16.625 字数 398,000

1990年4月第1版 1990年4月第1次印刷

印数 0001—1,130

ISBN 7-04-00 823-9/TB·156

定价 4.20 元

前 言

本书具有流体力学引论的性质。全书内容分为理想流体力学、粘性流体力学和计算流体力学三部分，并注意到了这三部分内容的衔接与配合。书末附有习题、参考文献及关于向量和张量的附录。

本书主要供土建、水利类专业研究生的《流体力学》课程教学之用。在取材、例题和习题上，注意到了土建、水利类专业应用的需要。亦可供土建、水利类工程技术人员参考。

课程讲授时数约需50学时左右；可安排在一个学期内进行。

本书的理想流体力学部分和附录由申震亚编写，粘性流体力学部分和绪论由李士豪编写，流体力学的数值解法由李鉴初编写。全书主编为李士豪。

本书承夏震寰教授审阅了初稿，提出了不少宝贵意见，对编者很有帮助，在此深表谢忱。书中谬误不当之处，欢迎读者批评指正。

编者

一九八九·四。

7-9503/59

目 录

第一章 绪论

§ 1	引言	1
§ 2	连续介质	1
§ 3	流体的输运现象	4
§ 4	流体的流动现象	9
§ 5	相似原理与量纲分析	13

第二章 流体运动学

§ 1	引言	21
§ 2	描述运动的两种方法: 欧拉法和拉格朗日法	21
§ 3	场、控制体和输运定理	24
§ 4	柯西—海姆霍兹关于运动分解的定理	36
§ 5	流体运动的分类及一些有关概念	39
§ 6	连续性方程	41
§ 7	球坐标系及柱坐标系中的加速度	45
§ 8	旋转坐标系中的加速度	47
§ 9	流函数和势函数	49
§ 10	边界面方程	55
§ 11	几种简单的势运动	57

第三章 流体动力学

§ 1	引言	63
§ 2	欧拉运动微分方程式, 拉格朗日运动微分方程式	63
§ 3	兰姆—柯罗米柯方程式	68
§ 4	拉格朗日积分	70
§ 5	伯诺里积分	72
§ 6	旋转坐标系中的运动方程	75
§ 7	旋转坐标系中的伯诺里方程	75

§ 8	动量定律和动量矩定律	78
§ 9	能量方程	81
§ 10	静止流体	83
第四章 流体的势运动		
§ 1	势运动的意义及控制方程	86
§ 2	势运动的动能表示式及有关势运动的一些定理	87
§ 3	平面势运动、复势	92
§ 4	镜像法	99
§ 5	圆柱绕流	101
§ 6	保角变换方法及其应用	105
§ 7	儒阔夫斯基变换	110
§ 8	狄利克雷问题的解——泊松积分	117
§ 9	定常流动中作用于物体上的力和力矩——布拉休斯公式	123
§ 10	三维势运动问题	128
§ 11	物体在流体中的非定常运动	135
第五章 涡运动		
§ 1	引言	146
§ 2	涡的运动学性质	147
§ 3	环量	148
§ 4	汤姆逊定理	149
§ 5	海姆霍兹关于涡的定理	150
§ 6	海姆霍兹方程	152
§ 7	关于涡的生成	153
§ 8	二维或轴对称的定常运动	155
§ 9	涡量不变的二维定常流动的伯诺里方程	155
§ 10	涡所引起的运动	156
§ 11	卡门涡街	160
§ 12	卡门涡街与尾流阻力	165
第六章 波浪理论		
§ 1	引言	173
§ 2	基本方程、边界条件、初始条件及其线性化形式	173
§ 3	微幅波理论：推进波及立波	176

§ 4	两种界面上的波	190
§ 5	非线性波	191
§ 6	孤立波	198
§ 7	椭圆波(enoidal wave)	202
第七章 粘性流体运动		
§ 1	粘性流体运动的基本方程式	207
§ 2	N-S方程的解析解	223
§ 3	层流到紊流的过渡	229
§ 4	紊流(湍流)运动的基本方程式	235
§ 5	紊流计算中的基本假设	245
§ 6	普朗特流速分布律	249
§ 7	紊流的紊动尺度	250
§ 8	紊流的有序结构(coherent structure)	255
第八章 边界层理论		
§ 1	基本概念	259
§ 2	二维流动	264
§ 3	近似积分	281
§ 4	边界层层流向紊流的过渡	287
§ 5	紊流边界层	291
§ 6	紊流边界层——考虑壁面曲率的影响	300
§ 7	紊流分离边界层	305
§ 8	绕流阻力	308
§ 9	自由边界层——射流	312
第九章 紊流输运		
§ 1	引言	318
§ 2	紊流中的迁移——扩散理论	320
§ 3	无量纲数	324
§ 4	点源	326
§ 5	紊流弥散系数 D_0 值的估计	335
§ 6	弯曲河道的紊流输运	343
第十章 流体力学的数值解法(一)		

§ 1	有限差分法基本原理	350
§ 2	相容性、稳定性、收敛性	355
§ 3	典型偏微分方程的有限差分式	362
§ 4	变分原理	370
§ 5	基于变分原理的有限单元法	390
§ 6	加权余量法及相应有限单元法	404
§ 7	局部坐标系和等参单元	417
§ 8	边界元法	430
第十一章 流体力学数值解法(二)		
§ 1	一般性场问题	438
§ 2	粘性流	456
§ 3	边界层流动	470
习题		479
附录		
(A) 向量		495
§ 1	向量定义	495
§ 2	向量代数	496
§ 3	向量微分算子(哈密顿算子)	499
§ 4	几个重要的公式	502
§ 5	几个积分定理	508
§ 6	一般正交曲线坐标	505
§ 7	柱坐标及球坐标系中的一些微分算式	510
(B) 张量		511
§ 1	引言	511
§ 2	张量定义	513
§ 3	张量运算	515
§ 4	二阶张量	516
参考书		520

第一章 绪 论

§1 引 言

流体力学是研究流体宏观运动和平衡规律的一门科学。物质是由分子构成的。按照物质的分子理论,物质的存在具有三种不同的状态,即固体、液体和气体。具有液体和气体状态的物质一般统称为流体。和固体相比,流体的特点在于流体的分子具有易于移动性质。流体分子运动的方式主要是平移运动和旋转运动,而固体分子运动的方式主要是围绕分子的平衡位置的振动。因此,从宏观上来说,固体一般具有固定的形状,而流体则易于变形,除了容器壁面的限制之外,一般不具有固定的形状。

本章还将介绍有关流体运动的基本概念和相似原理及量纲分析。

§2 连续介质

在流体力学中,我们考察和研究对象是这一部分流体和那一部分流体的相互运动(包括平衡)。问题涉及的范围往往是比流体诸分子之间的平均距离大得多的系统。譬如,在正常气温和气压下,1立方毫米的空气含有 2.7×10^{19} 的分子。所以,在大于 10^{-3} mm 的距离上,我们几乎观察不到流体的物理性质或动力性质存在着什么差别。因此,对于流体的宏观运动来说,我们可以把流体看作是连续介质。为了进一步说明问题,让我们考察很小一部分流

体，一个流体微元，它具有体积 δV 和质量 δm （见图 1-1a）， $P(x, y, z)$ 是其中一点，以 δV 的值除 δm 的值， $\frac{\delta m}{\delta V}$ 的值表示体积 δV 内的平均密度 ρ_{av} ，即

$$\rho_{av} = \frac{\delta m}{\delta V}$$

令 δV 绕 P 点不断缩小，我们观察 $\frac{\delta m}{\delta V}$ 值的变化，就会得到图1-1b那样的图形，我们看到：只要 δV 大于某一值 $\delta V'$ ， $\frac{\delta m}{\delta V}$ 值几乎没有什么变化；就是说， $\frac{\delta m}{\delta V}$ 趋于某一个确定的值。可是，当 $\delta V < \delta V'$ 时， $\frac{\delta m}{\delta V}$ 值就出现很不规则的变化。于是我们给流体中 P 点的密度 ρ 下一个定义：

$$\rho \equiv \lim_{\delta V \rightarrow \delta V'} \frac{\delta m}{\delta V} \quad (\delta V > \delta V') \quad (1-1)$$

一般地说， ρ 是 P 点的位置和时间的函数，即

$$\rho = \rho(x, y, z, t) \quad (1-2)$$

通常， $\delta V'$ 的线性尺度仍然远比流体分子间的平均距离大，于是我们可以将以 P 点为代表且符合式(1-1)的流体微元看作是连续介

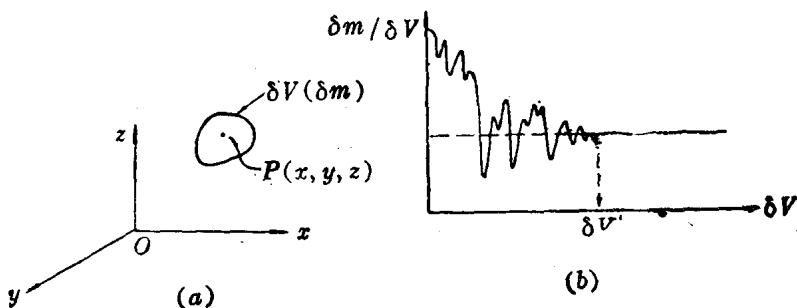


图1-1

质中的一个质点。对于每一个质点,密度 ρ 都是有定义的。式(1-2)所表达的是一个密度场。密度是标量,密度场是标量场。

一个质点实际上包含许多流体分子。质点这个概念是为了便于研究流体宏观运动而设的。

同样地,我们可以对于一个质点的运动速度 $\boldsymbol{v}$ 下定义。这个运动速度不是一个流体分子或几个流体分子的运动速度。一般地说, $\boldsymbol{v}$ 也是质点的位置和时间的函数,即,

$$\boldsymbol{v} = \boldsymbol{v}(x, y, z, t) \quad (1-3)$$

式(1-3)所表示的是一个速度场。速度场是向量场。

同样地,我们也可以给流体中任一个质点上的压强(压力) p 下定义。一般地说, p 也是质点的位置和时间的函数,即

$$p = p(x, y, z, t) \quad (1-4)$$

式(1-4)所表示的是一个压强场,压强是标量,压强场是标量场。

密度 ρ ,速度 $\boldsymbol{v}$ 和压强 p 是描述流体宏观运动的最基本的要素。由于我们引用了连续介质这个概念,又由此导出了流体质点这个概念,于是我们可以将流体的宏观运动看作是流体质点的运动。流体质点和流体分子不同,流体质点是空间连续的,构成一个空间连续体。流体质点的运动可以应用物理学中习用的“场”的概念来表达。这就是连续介质这个概念的重要意义。流体质点运动所构成的场统称为流场。

现在介绍与流场有关的另一个重要概念,连续介质中的应力、压强就是应力的一种。

作用在流体上的力可以分为两种。一种力称为质量力,它均匀地作用于流体的每一部分。如重力、离心力等都是质量力。质量力的大小与所论的流体质量成正比。在体积为 δV 的流体上,作用的总质量力为,

$$\boldsymbol{F} \rho \delta V$$

式中 ρ 为流体密度; $\mathbf{F}$ 为单位流体质量上的质量力, $\mathbf{F}$ 是向量, $\mathbf{F}\rho\delta V$ 也是向量。重力是质量力, 这时 $\mathbf{F} = \mathbf{g}$, $\mathbf{g}$ 是重力加速度。

另一种力称为表面力。这种力来源于流体分子间的相互作用, 它的作用距离与分子间的平均距离为同一量级。一个流体微元与其周围介质之间的表面力只存在于接触面的一薄层中。这与质量力不同, 质量力是一种远距离作用力。设以 $\mathbf{F}$ 表示作用于微小面积 δA 上的总表面力, 则单位面积上的表面力(称为应力)为 $\mathbf{F}/\delta A$ 。取 δA 上一点 $P(x, y, z)$, 并令 δA 绕 P 点无限缩小, 我们可以将流体中 P 点的应力定义为一个极限值 $\mathbf{f}$:

$$\mathbf{f} = \lim_{\delta A \rightarrow 0} \mathbf{F}/\delta A \quad (1-5)$$

参考图1-2。

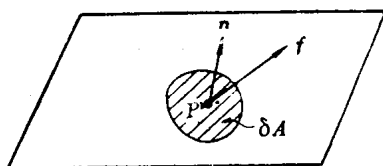


图1-2

$\mathbf{n}$ 为 δA 在 P 点的外法向向量。一般地说, $\mathbf{f}$ 是 P 点位置和时间的函数,

$$\mathbf{f} = \mathbf{f}(x, y, z, t)$$

$\mathbf{f}(x, y, z, t)$ 表示一个向量场。

将 $\mathbf{f}$ 分解为一个法向分力和一个切向分力。如果法向分力与 $\mathbf{n}$ 方向一致则称为拉应力。如果法向分力与 $\mathbf{n}$ 方向相反则称为压应力。由于流体在热力学平衡状态下不能承受拉应力, 我们通常遇到的是压应力。流体的压应力一般称为压强。 $\mathbf{f}$ 的切向分力称为切应力(或剪应力)。

§3 流体的输运现象

流体中一部分与另一部分接触, 如果这两部分流体之间存在着机械性质或者热学性质上的差异, 就会产生交换或输运现象, 如果不考虑外界影响或者设想这两部分流体与外界隔绝, 这种差异

• 4 •

就会由于接触而产生的输运现象逐渐趋于平衡。

流体的输运主要涉及到三个方面,即(1)物质(质量)输运,(2)能量(热)输运,和(3)动量输运。

一、质量输运

当一个流体混合物中的某种成分随着所在位置的不同而不同时,流体中就会出现质量输运现象。设想在流体中作一虚拟的平面(见图1-3中虚线),在它的左侧某种分子(以○代表)的浓度比较高,而在它的右侧浓度比较低。由于分子是处在不断的随机运动中,将有较多的这种分子从左侧移往右侧,这种(分子)质量流(以 J 为代表)称为(分子)扩散。

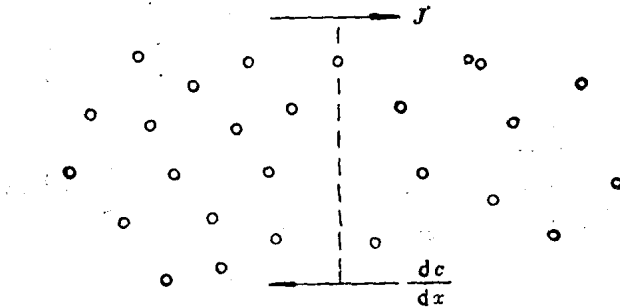


图1-3

设以 $(\frac{dc}{dx})$ 代表这种分子沿 x 方向的浓度梯度, c 为浓度,则 J 的方向与 $\frac{dc}{dx}$ 为正的方向是相反的,即这种分子由浓度较高一侧流向较低的一侧。

二、动能输运

设想流体中相邻两部分以一个能传热的薄墙隔开。如果墙的

一侧较热,另一侧较冷,则动能将从较热一侧传向较冷一侧,一直到两部分流体温度相等为止。因为分子的平均动能是与它的温度成正比的,较热的一侧的分子向较冷的一侧移动,使比较冷一侧的分子向较热一侧移动而携带更多的动能,于是有动能从较热一侧输运到较冷一侧,于是薄墙两侧的流体的温度将趋于平衡。这种由于流体各部分温度不同而产生的动能输运我们称之为热传导。

三、动量输运

设想一个面积微元 δA (见图1-4),以当地流体运动速度(称为

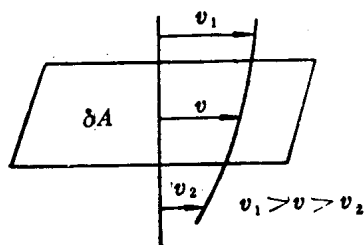


图1-4

流速) v 移动。面元 δA 的一侧为流动较慢的流体,另一侧为流动较快的流体。当一个流体分子从面元一侧穿过面元走向另一侧时将携带一定的动量。一个分子由流动较快一侧来到较慢一侧,将比一个分子由较慢一侧来到较快

一侧,携带较多的动量。于是,当面元的两侧存在着一定的流速差别时,将有一定的动量输运经过面元(称为动量流)。按照牛顿第二定律,这个动量流表现为作用于该面元的切力,构成流体在运动中的所谓内摩擦(力)。

现在考虑上下两层平行流动,间距为 $2\Delta y$ (图1-5)所示。

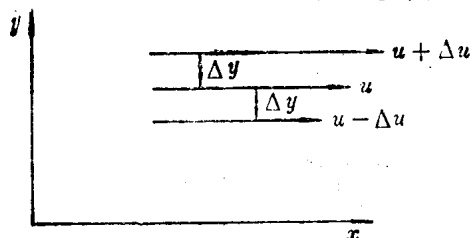


图1-5

设上层流速较快,为 $u + \Delta u$, 下层流速较慢,为 $u - \Delta u$ 。在两层流体之间的平面上将产生一个切力 σ_{yx} 。牛顿提出了一个假说, 即这个切力与 $\frac{\Delta u}{\Delta y}$ 成正比。写成微分形式就是,

$$\sigma_{yx} = \mu \frac{du}{dy} \quad (1-6)$$

式中 μ 为比例常数,称为粘性系数 (或动力粘性系数,也称动力粘度)。大量实验证明, 式1-6对于大范围内的 $\frac{du}{dy}$ 的绝对值来说都是适用的。如果流体密度 ρ 在运动中保持不变,以 ρ 除 μ 就得到另一个比例常数 $\nu = \mu/\rho$, ν 称为运动粘性系数 (也称为运动粘度)。 ν 实际上就是动量的 (分子) 扩散率。粘性系数 μ 在一般情况下是随着流体的温度和压强而变化的。对于液体来说,密度一般变化很小。例如在水的温度保持不变而将压强由 1 个大气压升高达 100 个大气压时,水的密度仅增加 0.5%。所以在一般情况下,液体可以被看作是不可压缩的,即液体密度 ρ 可以看作是保持不变。气体在常温常压下也可以看作是不可压缩的。这时的流体 (液体或气体) 称为不可压缩流体。

凡是符合牛顿假说 (式1-6) 的流体称为牛顿流体。凡是不符合牛顿假说的流体称为非牛顿流体。自然界中大部分流体如水、空气,一般气体和各种油类均属牛顿流体。但有些流体如胶态溶液、高分子溶液等则为非牛顿流体。我们通常遇到的问题属于牛顿流体的范围,所以式1-6适用。

四、输运方程

以上介绍的 (分子) 输运现象, 都涉及到某一个量, 标量或向量, 和另一个量的梯度的关系。例如质量流 J 和某种分子的浓度

梯度存在着一定的关系；动量流和速度梯度 $\frac{du}{dy}$ 存在着一定的关系。

对于(分子)质量流,根据人们的经验加以概括,它和该种分子的浓度梯度之间存在着一种线性关系,即:

$$J = -D \frac{dc}{dx} \quad (1-7)$$

式中 J 为单位时间通过单位面积的质量流, c 为浓度, $\frac{dc}{dx}$ 为质量流方向的浓度梯度。 D 是比例常数, D 称为(分子)扩散系数。式(1-7)也称为费克(Fick)第一定律。式中的负号表示 J 与 $\frac{dc}{dx}$ 的值

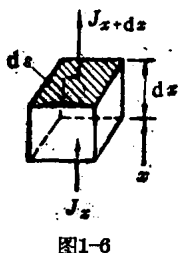


图1-6

的符号相反。

现在考虑一个体积微元 $dsdx$ (图1-6)。根据式(1-7)和质量守恒定理:

$$\begin{aligned} J_{x+dx} ds dt - J_x ds dt \\ = -D \left[\left(\frac{\partial c}{\partial x} \right)_{x+dx} - \left(\frac{\partial c}{\partial x} \right)_x \right] ds dt \\ = \frac{-\partial c}{\partial t} \cdot dt \cdot ds dx \end{aligned}$$

$$\text{或} \quad J_{x+dx} - J_x = -D \left[\left(\frac{\partial c}{\partial x} \right)_{x+dx} - \left(\frac{\partial c}{\partial x} \right)_x \right] = \frac{-\partial c}{\partial t} \cdot dx$$

将方括号内的项按泰勒级数展开,并略去高阶微量项,我们有:

$$\frac{\partial c}{\partial t} = D \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} \quad (1-8)$$

式(1-8)称为(分子)扩散方程,也称费克第二定律。

对于动能输运(或热传导),实验证明,只要温度变化的范围不太大,同样存在着类似的关系式:

$$q = -k \frac{\partial T}{\partial x} \quad (1-9)$$

式中: q 为单位时间通过单位面积的热量 (热通量), T 为温度, $\frac{\partial T}{\partial x}$ 为温度梯度, k 称为热导率。式(1-9)称为傅里叶定律。根据能量守恒定律和傅里叶定律, 同样可以得到热传导方程,

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \quad (1-10)$$

式中 $a = k / \rho c_p$, 称为热扩散率, c_p 为定压比热。

§4 流体的流动现象

流体在流动中有一些特有的现象, 这里扼要地予以介绍。

一、边界层现象

对于粘度很小的流体, 如水和空气等, 在一般流速下, 粘度的影响仅集中在与流体接触的固体表面的一薄层中。由于流体分子与固体表面的粘着力, 在固体表面的流速必须为零 (只有高空稀薄气体例外)。于是在固体表面的一薄层流体中, 流速梯度是比较大的 (见示意图1-7)。

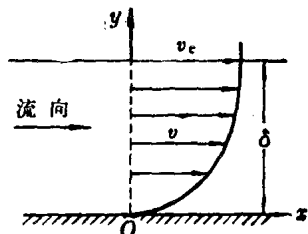


图1-7

图中 $v = v(y)$ 为流速分布, v_∞ 为未受粘性影响的流速, δ 为受粘性影响的薄层的厚度。

$$\begin{cases} v(y = \delta) = v_\infty \\ v(y = 0) = 0 \end{cases}$$

在这薄层中流速梯度 $\frac{\partial v}{\partial y}$ 比较大 (愈接近壁面愈大), 在接近 $y = \delta$ 处

$\frac{\partial \psi}{\partial y} \rightarrow 0$ 。这一受粘度显著影响的流体薄层我们称之为边界层。边界层的存在及其分离(见以后叙述)是运动流体与固体表面之间产生阻力的主要来源。

实际上,边界层不仅出现在运动流体与固体表面接触的壁上,边界层还出现在两股不同流速的流体的接触面上。这后一种边界层称为自由边界层。

二、流场的不连续现象

流场内的流速,在有些情况下可能出现不连续现象,并且这种现象往往是不稳定的。例如两股平行流动的流体,它们之间以一薄板相隔(见图1-8)。如果两股流速不同,设 $u_1 > u_2$,则在薄板尾端两股流体相遇后,在接触面 AB 上构成流速的不连续面,即流速由 u_2 突变为 u_1 。(图1-8(a))这个流速不连续面事实上是不稳定的,它将破裂为许多旋涡(称为涡旋)。这些涡旋使得横向(图中的 y 方向)的动量运输加快,形成由涡旋组成的分离层(图1-8(b))。但是由于流体粘性的存在和作用(粘性的存在表现为粘度),这种流体速度的突变随着纵向(x 方向)的增加而逐渐消失而形成一个薄的分离层(边界层)(图1-8(c)),在分离层中流速由 u_2 过渡到 u_1 。

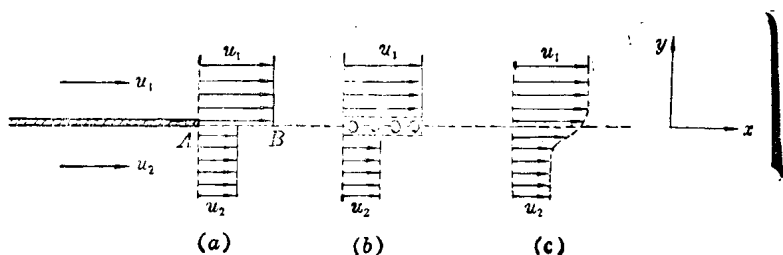


图1-8