主　编●季　梦
分册主编●王志昌

1堂好课

yitanghaoke

讲 问 练 解 测

全在一堂好课

试用修订版→

shiyongxiudingban

初一数学

（下）

吉林人民出版社

1堂好课

yitanghaoke

与新教材同步

试用修订版→

shiyongxiudingban

初一数学（下）

主　　编●秦　梦　　分册主编●王志昌

分册副主编●张建标　张凤兰　范巧哲

编　　者●王志昌　亓桂芳　刘银瑜　张建标

薛红梅　张凤兰　郭金枝　苗文丽

范巧哲　苏跃中

吉林人民出版社

（吉）新登字 01 号

一堂好课·初一数学·下（试用修订版）

主　编	秦　梦	分册主编	王志昌
责任编辑	张长平　王胜利	封面设计	魏　晋
责任校对	唐晓明　王治国	版式设计	王胜利

出 版 者　吉林人民出版社（长春市人民大街 124 号　邮编 130021）
发 行 者　吉林人民出版社　　电话:0431－5678541
印 刷 者　北京市通县长凌营印刷厂

开　本　787×1092　1/16
印　张　6.375
字　数　145 千
版　次　2001 年 11 月第 1 版　　2002 年 11 月第 1 次修订版
印　次　2002 年 11 月第 1 次印刷
印　数　1—50100 册

标准书号　ISBN 7-206-03749-6/G·1112
定　价　6.50 元

出版说明

编写目的

- 减轻学生负担，提高课堂效率，让每节课都成为精品课。
- 推动新教材的普及使用，为广大师生提供学习的指导方法，把握新教材的特点。
- 培养学生自学能力，提高创新意识。

编写依据

- 最新国家课程标准和考试说明。
- 最新试验（试用）修订版教材。
- 最新华东版初中物理教材。

科目设置

- 试验（试用）修订版科目，涵盖初中阶段、高中阶段的数学、物理、化学、英语、语文、历史、地理、生物八大学科。
- 单独编写华东版初二、初三物理，其他科目通用。

编写特点

- **讲、练、测，三位一体**。通过讲一题、练一题、测一题，把学习过程进行优化设计，轻松学习，事半功倍。
- **突出能力，命题新颖**。全书从选材到命题都以能力立意，设问角度新，思维价值高。
- **引导思维，突破难点**。本书精选典型题，重点指导解题方法，培养迁移能力，突出重点，能够举一反三。
- **及时反馈，因材施教**。每课或每章（单元）后设有单元拔高训练，通过自测或小考，老师和学生及时了解知识掌握的不同程度，找出原因，采取不同措施，因材施教。

适用范围

- 使用试验（试用）修订版教材的省市。
- 使用初二、初三华东版物理教材的省市。

特别致谢

本书在编写过程中得到了参与新教材试验教学一线教师的大力帮助，使我们能够充分把握新教材的特点，编写时融进了广大一线教师的教学成果及独特的教学方法、新知识、新题型，在此我们表示衷心感谢。

吉林人民出版社综合室

目 录

代数部分

几何部分

代数部分

第五章 二元一次方程组

5.1 二元一次方程组

重点难点考点

重点:1.理解二元一次方程、二元一次方程组和它的解的含义;2.会检验一对数是不是某个二元一次方程组的解.

难点:了解二元一次方程组的解的含义.

考点:1.二元一次方程的概念;2.二元一次方程组和它的解、解方程组的概念;3.检验一对值是不是某个二元一次方程(组)的解.

典型例题解析

例1 下列方程中,二元一次方程是(　　).

A. $2x+y$　　B. $y=2x-1$　　C. $x+\frac{1}{y}+z=0$　　D. $xy=1$

解析 由二元一次方程的定义,含有两个未知数且未知项的次数都是一次的方程,故选B.

例2 下列方程组中,不是二元一次方程组的为(　　).

A. $\begin{cases}x+2y=1\\y=1\end{cases}$　　B. $\begin{cases}x+2y=1\\2x-y=2\\x-y=1\end{cases}$　　C. $\begin{cases}3x-z=0\\5x-y=3\end{cases}$　　D. $\begin{cases}x=2\\y=3\end{cases}$

解析 对二元一次方程组应从两方面理解,其一是由几个一次方程(整式方程)组成,其二是方程组里一共含有两个未知数,而不是要每个方程都含有两个未知数.所以$\begin{cases}x+2y=1,\\y=1\end{cases}$与$\begin{cases}x=2,\\y=3\end{cases}$都是二元一次方程组.同样,虽然方程组$\begin{cases}x+2y=1,\\2x+y=2,\\x+y=1\end{cases}$是由三个二元一次方程组成,但方程组中只有两个未知数,所以它仍然是二元一次方程组,而方程组$\begin{cases}3x+z=0,\\5x-y=3\end{cases}$中,虽然每个方程中都只含有两个未知数,但整个方程组中却有三个未知数,因此,它不是二元一次方程组,而是后面要学到的三元一次方程组.故选C.

例3 (1)二元一次方程 $x+y=0$ 的解有(　　).

A.一个　　B.两个　　C.三个　　D.无数个

(2)二元一次方程组$\begin{cases}x+y=3,\\x-y=1\end{cases}$的解是(　　).

A. $\begin{cases}x=2\\y=1\end{cases}$　　B. $\begin{cases}x=1\\y=2\end{cases}$　　C. $\begin{cases}x=4\\y=-1\end{cases}$　　D. $\begin{cases}x=5\\y=4\end{cases}$

解析 (1)选D;(2)选A.

点评 (1)一般情况下,一个二元一次方程有无数多个解,因此有些书上也称之为"二元一次不定方

程". 特殊情况下,一个二元一次方程有有限个解. 如有一角硬币 x 枚,五角硬币 y 枚,共值 1.2 元. 则 $x+5y=1.2$,这个方程只有一个解,因为 x,y 的值只能是自然数. (2)方程组的解,既满足第一个方程,又满足第二个方程,故选 A.

例 4 若 $2x-3y=0$,且 $y\neq 0$,求 $\frac{6x-7y}{6x+7y}$ 的值.

解法 1 由 $2x-3y=0$,得 $2x=3y$.

$\therefore 6x-7y=3\cdot 2x-7y=3\cdot 3y-7y=2y$,

$6x+7y=3\cdot 2x+7y=3\cdot 3y+7y=16y$,

$\therefore$ 原式 $=\frac{1}{8}$.

解法 2 由 $2x-3y=0$,得 $x=\frac{3}{2}y$.

将 $x=\frac{3}{2}y$ 代入原式得

$$\frac{6x-7y}{6x+7y}=\frac{6\cdot\frac{3}{2}y-7y}{6\cdot\frac{3}{2}y+7y}=\frac{9y-7y}{9y+7y}=\frac{2y}{16y}=\frac{1}{8}.$$

点评 本例由一个二元一次方程,可得到 x 与 y 的关系式,解法 1 是用的整体代入法,即把"$2x$"看成一个整体,用 $3y$ 代替;解法 2 是用 $\frac{3}{2}y$ 代替 x 来求分式的值;含有分式的方程是分式方程,例 1 中 $x+\frac{1}{y}+z=0$ 就是分式方程,$xy=1$ 是二元二次方程.

综合能力训练

一、选择题

1. 下列方程中,是二元一次方程的是( ).

A. $\frac{3}{x}-5y=6$　　B. $\frac{3}{x+y}-1=2x$　　C. $\frac{3}{2}m+\frac{7}{4}n=-1$　　D. $mn-m=6$

2. 方程 $x-2y=1$ 的解的个数是( ).

A. 一个　　B. 二个　　C. 四个　　D. 无数个

3. 方程组 $\begin{cases}y=1-x,\\3x+2y=5\end{cases}$ 的解是( ).

A. $\begin{cases}x=3\\y=-2\end{cases}$　　B. $\begin{cases}x=-3\\y=4\end{cases}$　　C. $\begin{cases}x=3\\y=2\end{cases}$　　D. $\begin{cases}x=-3\\y=-2\end{cases}$

4. 方程 $2x-y=3$ 和 $3x+2y=1$ 的公共解是( ).

A. $\begin{cases}x=0\\y=\frac{1}{2}\end{cases}$　　B. $\begin{cases}x=0\\y=-3\end{cases}$　　C. $\begin{cases}x=\frac{1}{2}\\y=-2\end{cases}$　　D. $\begin{cases}x=1\\y=-1\end{cases}$

二、填空题

1. 已知 $\begin{cases}x=1,\\y=-3\end{cases}$ 是方程 $3x-4ky=5$ 的一个解,则 $k=$________.

2. 方程 $x+2y=5$ 在自然数范围内的解是________.

3. 若 $x^{2m+1}+5y^{3n-2m}=7$ 是二元一次方程,则 $m=$________,$n=$________.

4. 若 $2x^{2m-1}y^2$ 与 $-\frac{1}{2}y^{n+1}x^3$ 是同类项,则 $m=$________,$n=$________.

5. 适合方程 $2x-y=11$ 的一对数 a 和 b 代入到方程 $x+2y=-3$ 中去也满足,则这对数 a 和 b 一定是________的解.

6. 已知 $mx+(m-1)y=0$ 是关于 x,y 的二元一次方程,则 m 须满足条件________.

三、解答题

1. 已知方程 $3x+2y=14$.

(1)写出用 y 表示 x 的代数式；　(2)写出方程的四个解；　(3)求方程的非负整数解.

2. 根据下列条件求方程 $2x-y=3$ 的解.

(1)x 的值与 y 的值相等；　(2)x 的值与 y 的值互为相反数；　(3)y 的值是 x 的 4 倍.

3. 已知方程 $(m-2)x^{|m|-1}+(n+3)y^{n^2-8}=1$ 是关于 x,y 的二元一次方程，求 m 与 n 的值.

四、讨论题

求方程 $2x+y=6$ 的非负整数解.

5.2　用代入法解二元一次方程组

重点难点考点

重点：用代入法解二元一次方程组.

难点：代入消元法的基本思想及对方程适当变形，灵活代入.

考点：会正确使用代入消元法解二元一次方程组，并检验解得的未知数的值是否为方程组的解.

典型例题解析

例 1　用代入法解二元一次方程组：

$$\begin{cases}2x-y=3, & ①\\ 3x+2y=8. & ②\end{cases}$$

解析　解二元一次方程组的基本思想是“化二元为一元”即“消元”，代入法就是消元的方法之一，用代入法解二元一次方程组的步骤可概括为“先变形，后代入，再代回求另数”. 其中变形时，是从方程组中选取一个系数比较简单的方程，把其中的一个未知数用含另一个未知数的代数式表示出来.

由①，得 $y=2x-3$，　③

把③代入②，得 $3x+2(2x-3)=8$，

$3x+4x-6=8$，

$7x=14$，

$x=2$，

把 $x=2$ 代入③，得 $y=1$.

$\therefore\begin{cases}x=2,\\ y=1.\end{cases}$

点评　1. 方程③由方程①变形而来，只能代入方程②，不然解不出方程组；

2. 初学者易犯的错误是只求出一个未知数的值，就以为大功告成. 注意一定要把求出的一个未知数的值代入变形后得到的方程中，求另一个未知数的值；

3. 解出 x,y 的值后必须利用方程组解的定义进行检验，虽然这个过程不写出来，但必须做到，才能使结果正确；

4. 最后必须作出结论.

例 2　如果关于 x,y 的二元一次方程组 $\begin{cases}mx+\frac{1}{2}ny=1,\\ 3mx+ny=5\end{cases}$ 的解是 $\begin{cases}x=3,\\ y=-2.\end{cases}$ 那么关于 x,y 的二元一次方程组 $\begin{cases}3(x+y)-m(x-y)=16\\ 2(x+y)+n(x-y)=12\end{cases}$ 的解是什么？

解析　先根据方程组解的定义，求出 m,n 的值，然后再代入第二个方程组求解.

把$\begin{cases}x=3,\\y=-2\end{cases}$代入二元一次方程组$\begin{cases}mx+\dfrac{1}{2}ny=1,\\3mx+ny=5.\end{cases}$

得$\begin{cases}3m-n=1, & ①\\9m-2n=5. & ②\end{cases}$

由①,得 $n=3m-1$, ③

把③代入②,得 $9m-2(3m-1)=5$,解得 $m=1$.

把 $m=1$ 代入③,解得 $n=2$.

把 $m=1$,$n=2$ 代入方程组$\begin{cases}3(x+y)-m(x-y)=16,\\2(x+y)+n(x-y)=12\end{cases}$并整理,

得$\begin{cases}x+2y=8,\\x=3.\end{cases}$解这个方程组,得$\begin{cases}x=3,\\y=\dfrac{5}{2}.\end{cases}$

例 3 若方程组$\begin{cases}ax-3by=12,\\2x-y=5\end{cases}$与$\begin{cases}3x+4y=2,\\2ax+by=10\end{cases}$有相同解,求 a,b 的值.

解析 当两个方程组的解相同时,则四个方程中所有的 x,y 的值完全一样,所以可以把原来的方程组各方程重新组合,以便求解.

由已知可得$\begin{cases}3x+4y=2,\\2x-y=5.\end{cases}$

解这个方程组,得$\begin{cases}x=2,\\y=-1.\end{cases}$

将$\begin{cases}x=2,\\y=-1\end{cases}$代入$\begin{cases}ax-3by=12,\\2ax+by=10\end{cases}$中得

$\begin{cases}2a+3b=12,\\4a-b=10.\end{cases}$ 解得$\begin{cases}a=3,\\b=2.\end{cases}$

综合能力训练

一、选择题

1. 下列方程组的解是$\begin{cases}x=2,\\y=1\end{cases}$的是( ).

A. $\begin{cases}4x-3y=5\\2x-5y=1\end{cases}$ B. $\begin{cases}x-2y=3\\3x+2y=5\end{cases}$ C. $\begin{cases}x+y=2\\x-y=1\end{cases}$ D. $\begin{cases}2x-5y=-1\\5x-2y=8\end{cases}$

2. 在代数式 x^2+ax+b 中,当 $x=2$ 时,值为 3;当 $x=-3$ 时,其值是 4,则代数式 $a-b$ 的值是( ).

A. $-1\dfrac{4}{5}$ B. $-3\dfrac{4}{5}$ C. $8\dfrac{1}{5}$ D. $3\dfrac{2}{5}$

3. 已知$\begin{cases}x=-2,\\y=4\end{cases}$和$\begin{cases}x=4,\\y=1\end{cases}$都是方程 $y=ax+b$ 的解,则 a 和 b 的值是( ).

A. $\begin{cases}a=\dfrac{1}{2}\\b=5\end{cases}$ B. $\begin{cases}a=-\dfrac{1}{2}\\b=3\end{cases}$ C. $\begin{cases}a=-\dfrac{1}{2}\\b=-1\end{cases}$ D. $\begin{cases}a=\dfrac{1}{2}\\b=-1\end{cases}$

4. 方程组$\begin{cases}4x+4y=-4,\\x+6y=-11\end{cases}$的 x,y 满足 $2x-ky=10$,则 k 的值是( ).

A. 4 B. -4 C. 6 D. -6

5. 已知 $|x+y-1|+(x-y+3)^2=0$,则 x,y 的值是( ).

A. $\begin{cases}x=-1\\y=2\end{cases}$ B. $\begin{cases}x=1\\y=-2\end{cases}$ C. $\begin{cases}x=-1\\y=-2\end{cases}$ D. x,y 不确定

二、填空题

1. 已知方程组 $\begin{cases} x+ay=2, \\ 2x+3y=7 \end{cases}$ 的解是二元一次方程 $x-y=1$ 的一个解，则 $a=$________.

2. 若 $x-y=2$，则 $7-x+y=$________.

3. 若 $-3x^{a-2b}y^{6}$ 与 $2x^{3}y^{5a+b}$ 是同类项，则 $a=$________，$b=$________.

4. 已知方程组 $\begin{cases} 2x-y=3, \\ kx+(k+1)y=9 \end{cases}$ 的解 x 与 y 相等，则 $x=$________，$k=$________.

5. 已知 $(x-2y)^2$ 与 $|5x-7y-2|$ 互为相反数，则 $x=$________，$y=$________.

三、用代入法解方程组

1. $\begin{cases} 3m-4n=7 \\ 9m-10n=-25 \end{cases}$

2. $\begin{cases} x-2=2(y-1) \\ 2(x-2)-(y-1)=5 \end{cases}$

3. $\begin{cases} 3x-2(x+2y)=3 \\ 11x+4(x+2y)=45 \end{cases}$

4. $\begin{cases} \dfrac{x+1}{3}=\dfrac{y-3}{2} \\ 5x-2y=11 \end{cases}$

四、研究题

已知方程组 $\begin{cases} 5x+y=3, \\ ax+5y=4 \end{cases}$ 与 $\begin{cases} x-2y=5, \\ 5x+by=1 \end{cases}$ 有相同的解，求 a，b 的值.

5.3　用加减法解二元一次方程组

重点难点考点

重点：用加减消元法解二元一次方程组.

难点：用加减法解方程组，在变换系数时，不要漏乘方程的某项，尤其是常数项；另外在加减消元时不要弄错符号.

考点：会正确使用加减消元法解二元一次方程组，树立把“未知”化为“已知”，把复杂问题化为简单问题的转化思想.

典型例题解析

例 1　说明下列方程组用哪种消元方法先消去哪个未知数较为简捷？

(1) $\begin{cases} 5x-6y=8 & ① \\ x-4y=1 & ② \end{cases}$　　(2) $\begin{cases} 5x+6y=8 & ① \\ 2x-6y=1 & ② \end{cases}$

(3) $\begin{cases} 5x+6y=8 & ① \\ 2x-3y=1 & ② \end{cases}$　　(4) $\begin{cases} 3x+4y=16 & ① \\ 5x-6y=33 & ② \end{cases}$

解析　第(1)小题由方程②得 $x=4y+1$，因此用代入法先消去 x 较好. 或者①－②×5，消去 x，即用减法消元；第(2)小题未知数 y 的系数互为相反数，直接用加法即可消去 y；第(3)小题未知数 y 的系数成倍数关系，因此①＋②×2，消去 y，即用加法消元；第(4)小题应找出某个未知数的系数的最小公倍数，同时对两个方程变形，因此①×3＋②×2，用加法消去 y.

例 2　用加减法解方程组 $\begin{cases} 3x-7y=1, & ① \\ 5x-4y=17. & ② \end{cases}$

解析　在这两个方程中，未知数 x 的系数的最小公倍数是 15，而 y 的系数的最小公倍数是 28，所以选择先消去 x 的方法较恰当.

①×5,得 $15x-35y=5$, ③

②×3,得 $15x-12y=51$, ④ 变换系数

④−③,得 $23y=46$,解得 $y=2$. 减法消元

把 $y=2$ 代入①,得 $x=5$.

$\therefore\begin{cases}x=5,\\y=2.\end{cases}$

点评 用加减法解方程组,在变换系数时,不要漏乘方程的某项,尤其是常数项;另外,在加减消元时不要弄错符号.

例 3 解方程组 $\begin{cases}\dfrac{x+y}{2}+\dfrac{x-y}{3}=6, & ①\\4(x+y)-5(x-y)=2. & ②\end{cases}$

解法 1 当方程组比较复杂时,应先化简,利用去分母、去括号、移项、合并同类项等手段,使方程组化为 $\begin{cases}A_1x+B_1y=C_1,\\A_2x+B_2y=C_2\end{cases}$ 的形式再解.

化简方程组,得 $\begin{cases}5x+y=36, & ③\\-x+9y=2. & ④\end{cases}$

③+④×5,得 $46y=46$,

$\therefore y=1$.

把 $y=1$ 代入④,得 $x=7$.

$\therefore\begin{cases}x=7,\\y=1.\end{cases}$

解法 2 设 $x+y=u$,$x-y=v$,则原方程组可变为 $\begin{cases}\dfrac{u}{2}+\dfrac{v}{3}=6, & ③\\4u-5v=2. & ④\end{cases}$

化简③,得 $3u+2v=36$, ⑤

④×2+⑤×5,得 $23u=184$,

$\therefore u=8$.

把 $u=8$ 代入④,得 $v=6$.

即 $\begin{cases}x+y=8,\\x-y=6.\end{cases}$ 解这个方程组得 $\begin{cases}x=7,\\y=1.\end{cases}$

点评 这种解法是根据方程组中 $x+y$ 与 $x-y$ 整体出现而采用的换元法,即先把原方程看成含未知数 $(x+y)$,$(x-y)$ 的二元一次方程组,求出 $x+y$,$x-y$ 的值后继续解由它组成的方程组,从而求出 x,y 的值.

综合能力训练

一、选择题

1. 解方程组 $\begin{cases}3x-5y=8,\\7x+10y=4\end{cases}$ 较简便的方法是(　　).

A. 用代入法先消去 x　　　　B. 用代入法先消去 y

C. 用加减法先消去 x　　　　D. 用加减法先消去 y

2. 下列方程组中,适合用代入法来解的方程组是(　　).

A. $\begin{cases}6x+5y=25\\3x+4y=20\end{cases}$　　B. $\begin{cases}2s+5t=\dfrac{1}{2}\\3s-5t=\dfrac{1}{3}\end{cases}$　　C. $\begin{cases}x=2.6+9.8y\\\dfrac{x}{3}-3y=1\end{cases}$　　D. $\begin{cases}3x-2y+1=0\\3x+4y+3=0\end{cases}$

3. 已知$\begin{cases}2m+n=6,\\m+2n=5.\end{cases}$则 $m-n$ 的值等于(　　).

A. 1　　B. -1　　C. 0　　D. 2

4. 若$\begin{cases}x=-3,\\y=-2\end{cases}$是方程组$\begin{cases}ax+by=1,\\bx-cy=2\end{cases}$的解，则 a 与 c 之间的关系是(　　).

A. $4c-9a=1$　　B. $9a+4c=1$　　C. $3a+2c=1$　　D. $4c-9a+1=0$

二、填空题

1. 二元一次方程组$\begin{cases}5x+7y=9,\\x+8y=10.\end{cases}$用代入法消去 x，得到关于 y 的一元一次方程是________.

2. 方程组$\begin{cases}\dfrac{2(x+y)}{3}=\dfrac{x+y}{4}-1,\\6(x+y)=4(2x-y)+16.\end{cases}$化简后的方程组是________.

3. 方程组$\begin{cases}2x+3y=a\\3x-y=-a\end{cases}$的解 x,y 的和是 3，则 $a=$________.

4. 已知 x,y,t 满足方程组$\begin{cases}2x=3-5t,\\3y=4+2t.\end{cases}$则 x,y 之间应满足的关系式是________.

三、解方程组

1. $\begin{cases}5x+6y=16\\7x-9y=5\end{cases}$

2. $\begin{cases}\dfrac{y}{3}-\dfrac{x+1}{6}=3\\2\left(x-\dfrac{y}{2}\right)=3\left(x+\dfrac{y}{18}\right)\end{cases}$

3. $\begin{cases}\dfrac{2x-3y}{4}+\dfrac{2x-3y}{3}=7\\\dfrac{2x+3y}{3}+\dfrac{2x-3y}{2}=8\end{cases}$

4. $\begin{cases}|x|+|y|=5\\5|x|-4|y|=-2\end{cases}$

四、当 $x=2$ 和 $x=3$ 时，二次三项式 x^2-px+q 的值等于 0，求 p,q 的值.

5.4　三元一次方程组的解法举例

重点难点考点

重点：运用消元法解三元一次方程组.

难点：选择恰当的方法消元，解方程组.

考点：用代入法，加减法解三元一次方程组.

典型例题解析

例 1　观察下列方程组中每个未知数的系数，若用加减法解三元一次方程组，先消哪个元比较简单？如何消元？

(1)$\begin{cases}x+y+z=26 & ①\\x-y=1 & ②\\2x-y+z=18 & ③\end{cases}$　　(2)$\begin{cases}3x+4y-z=4 & ①\\6x-y+3z=-5 & ②\\5y+z=11 & ③\end{cases}$

(3)$\begin{cases}5x-2y=6 & ①\\2y-z=1 & ②\\x+2z=12 & ③\end{cases}$　　(4)$\begin{cases}5x+2y=5 & ①\\y-z=-7 & ②\\4z+3x=13 & ③\end{cases}$

解析　解三元一次方程组的关键在于消元，这就要求我们认真观察各方程中未知数的系数，选取比较简单的消去一个未知数，把三元一次方程组化为二元一次方程组，再按解二元一次方程组的方法求解.

(1)因为②中缺 z，所以用③－①先消去 z，便可与②组成关于 x,y 的二元一次方程组.

(2)因为③中缺 x,所以用①×2－②先消去 x,便可与③组成关于 y,z 的二元一次方程组.

(3)三个方程中都缺某一个未知数,但 y 的系数互为相反数,所以用①＋②先消去 y,便可与③组成关于 x,z 的二元一次方程组.

(4)也是三个方程中都缺某一个未知数,但 y 的系数最简单,所以用①－②×2 先消去 y,便可与③组成关于 x,z 的二元一次方程组.

点评 解三元一次方程组的基本方法仍然是代入法和加减法,解题的思路是消元,即把三元一次方程组通过消元转化为二元一次方程组,再消元转化为一元一次方程.

例 2 解方程组

$$\begin{cases}2x+4y+3z=9, & ①\\ 3x-2y+5z=11, & ②\\ 5x-6y+7z=13. & ③\end{cases}$$

解析 因为 y 的系数成倍数关系,所以先消去 y,

①＋②×2,得 $8x+13z=31$, ④

②×3－③,得 $4x+8z=20$, ⑤

④与⑤组成 $\begin{cases}8x+13z=31,\\ 4x+8z=20.\end{cases}$

解这个方程组,得 $\begin{cases}x=-1,\\ z=3.\end{cases}$

把 $x=-1,z=3$ 代入①,得 $2\times(-1)+4y+3\times3=9$. $\therefore y=\frac{1}{2}$.

$$\therefore\begin{cases}x=-1,\\ y=\frac{1}{2},\\ z=3.\end{cases}$$

点评 解三元一次方程组比解二元一次方程组复杂一些,主要在于它消元的灵活性和技巧性比较强.一是要分析各方程的系数特点,二是要恰当地选择方程,决定先消哪个元,后消哪个元,特别注意的是在消第一个元时,消的必须是同一个元.

例 3 已知 $\begin{cases}1999(x-y)+2000(y-z)+2001(z-x)=0, & ①\\ 1999^2(x-y)+2000^2(y-z)+2001^2(z-x)=2000. & ②\end{cases}$ 求 $z-y$ 的值.

解析 本题中只有两个独立的方程,却有三个未知数 x,y,z,一般情况下,欲解出每个未知数的值是不可能的,因此考虑把所求的代数式 $z-y$ 整体处理.

由①,得

$1999(x-y+y-z+z-x)+(y-z)+2(z-x)=0$. ③

$\therefore y-z+2(z-x)=0$,即 $z-x=\frac{z-y}{2}$, ④

由②,得

$1999^2(x-y+y-z+z-x)+3999(y-z)+8000(z-x)=2000$, ⑤

把④代入⑤,得 $3999(y-z)+4000(z-y)=2000$,

$\therefore z-y=2000$.

点评 整体思想方法是一种常用的数学方法,它是把问题中的某个部分看成一个整体,从而在宏观上寻求解决问题的途径.运用整体思想解题,常常能使某些用常规方法难以解决的问题变得轻而易举.上例就是采用的这种方法.

综合能力训练

一、选择题

1. 解方程组$\begin{cases}3x-y+2z=3,\\2x+y-4z=11,\\7x+y-5z=1.\end{cases}$若要使解法简便，消元的方法应选取(　　).

A. 先消去 x　　B. 先消去 y　　C. 先消去 z　　D. 以上方法都不简便

2. 方程组$\begin{cases}x+y=-1,\\y+z=1,\\z+x=0\end{cases}$的解是(　　).

A. $\begin{cases}x=1\\y=0\\z=1\end{cases}$　　B. $\begin{cases}x=0\\y=1\\z=-1\end{cases}$　　C. $\begin{cases}x=-1\\y=1\\z=0\end{cases}$　　D. $\begin{cases}x=-1\\y=0\\z=1\end{cases}$

3. 由三元一次方程组$\begin{cases}x-5y+3z=0,\\2x-3y+4z=0\end{cases}$可得 $x:y:z$ 是(　　).

A. $1:2:1$　　B. $1:(-2):(-1)$　　C. $1:(-2):1$　　D. $1:2:(-1)$

4. 已知$\begin{cases}4x-3y-6z=0,\\x+2y-7z=0\end{cases}$ $(z\neq0)$，则$\dfrac{2x^2+3y^2+6z^2}{x^2+5y^2+7z^2}$的值是(　　).

A. 1　　B. -1　　C. 2　　D. -2

二、填空题

1. 解方程组$\begin{cases}x+y-z=6,\\x+z=16,\\x-y+2z=17\end{cases}$时，(1)若先消去 x，可得含 y、z 的方程组是________；(2)若先消去 y，可得含 x、z 的方程组是________；(3)若先消去 z，可得含 x、y 的方程组是________；(4)以上较简便的是先消去________.

2. 解三元一次方程组$\begin{cases}3x+4y+z=14,\\x+5y+2z=17,\\2x+2y-z=3.\end{cases}$首先消去未知数________，得到关于________的二元一次方程组________，解这个方程组，得________，原方程组的解为________.

3. 已知方程组$\begin{cases}x+2y=5m,\\x-y=2m\end{cases}$的解也是方程 $3x+2y=11$ 的解，则 m 的值是________.

4. 代数式 ax^2+bx+c 在 $x=1$ 时的值是 0，在 $x=2$ 时的值是 3，在 $x=-3$ 时的值是 28，则这个关于 x 的代数式是________.

三、解答题

1. 解下列三元一次方程组.

(1)$\begin{cases}x+y-z=-2\\2x-3y+z=1\\x+2y-4z=-15\end{cases}$　　(2)$\begin{cases}3x+2y+z=13\\x+y+2z=7\\3x+2y-z=11\end{cases}$

(3)$\begin{cases}x:y=3:2\\y:z=5:4\\x+y+z=66\end{cases}$　　(4)$\begin{cases}x+y-z=11\\y+z-x=5\\z+x-y=1\end{cases}$

2. 已知 $|1-a-x-y|+(3x+9)^2=0$，求 a 为何值时，$x\cdot y=15$?

3. 解方程组$\begin{cases}\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}=\dfrac{1}{3}, & ①\\[2mm]\dfrac{1}{y}+\dfrac{1}{z}=\dfrac{1}{6}, & ②\\[2mm]\dfrac{1}{z}+\dfrac{1}{x}=\dfrac{1}{4}. & ③\end{cases}$

四、研究题

解方程组：$\begin{cases}2x_1+x_2+x_3+x_4=5\\x_1+2x_2+x_3+x_4=10\\x_1+x_2+2x_3+x_4=15\\x_1+x_2+x_3+2x_4=20\end{cases}$

5.5 一次方程组的应用

重点难点考点

重点：会列方程组解应用题，了解方程个数与未知数个数之间的关系，掌握列方程组解应用题的方法与步骤，并会根据应用题的实际意义检查求得的解是否合理.

难点：根据题意列出方程组. 正确列出方程组的关键在于弄清题意，找出能够表示应用题全部意义的相等关系，并能列出代数式表示这个相等关系的左边和右边.

考点：二元一次方程组、三元一次方程组的知识在中考题中多以应用题的形式出现. 随着应试教育向素质教育的转轨，中考数学试题中涉及的问题除传统类型(行程问题、工程问题、数学问题等)外，将更注重考查学生素质，运用数学知识解决实际问题的应用题已成为新的热点考题(主要类型有利息、税率问题，物价、营销、决策问题，科技、环保、体育问题等).

典型例题解析

例 1 某单位外出参观，若每辆汽车坐 45 人，那么 15 人没有座位；若每辆汽车坐 60 人，则空出一辆汽车，问共需几辆汽车？该单位有多少人？

解析 设该单位共需 y 个人，x 辆车，根据题意，得

$\begin{cases}y-45x=15,\\60x-y=60.\end{cases}$

解这个方程组，得

$\begin{cases}x=5,\\y=240.\end{cases}$

答：该单位共需 5 辆车，有 240 个人.

例 2 A，B 两地相距 20 km，甲、乙两人分别从 A，B 两地同时相向而行，两小时后在途中相遇，然后甲返回 A 地，乙仍继续前进，当甲回到 A 地时，乙离 A 地还有 2 km. 求甲、乙的速度.

解析 这个问题是直线行驶中的相遇追及问题. 其中有两个未知数：甲、乙各自的速度；有两个相等关系：即(1)相向而行：甲、乙的行程和＝20 km；

(2)同向而行：甲的行程－乙的行程＝2 km.

设甲的速度是 x km/h，乙的速度是 y km/h. 根据题意，得

$\begin{cases}2(x+y)=20,\\2x-2y=2.\end{cases}$

解这个方程组，得

$\begin{cases}x=5.5,\\y=4.5.\end{cases}$

答：甲的速度是 5.5 km/h，乙的速度是 4.5 km/h.

例 3 李明以两种形式分别储蓄了 2000 元和 1000 元，一年后全部取出，扣除利息所得税后可得利息 43.92 元，已知这两种储蓄年利率的和为 3.24%，问这两种储蓄的利率各是百分之几？(注：利息所得税＝利息金额×20%)

解析　设这两种储蓄的年利率分别为 $x\%$，$y\%$，根据题意，得

$$\begin{cases} x\% + y\% = 3.24\%, \\ (2000 \cdot x\% + 1000 \cdot y\%)(1-20\%) = 43.92. \end{cases}$$

解这个方程组，得

$$\begin{cases} x = 2.25, \\ y = 0.99. \end{cases}$$

答：这两种储蓄的年利率分别是 2.25%和 0.99%.

点评　关于利息问题在各地的中考中考得最多，关键是明白“本金”“利率”“利息”等有关名词及相互关系.

例 4　入夏以来，湖北部分地区旱情严重，为缓解甲、乙两地旱情，某水库计划向甲、乙两地送水，甲地需水量为 180 万立方米，乙地需水量为 120 万立方米，现已两次送水：往甲地送水 3 天，乙地送水 2 天，共送水 84 万立方米；往甲地送水 2 天，乙地送水 3 天，共送水 81 万立方米，问完成往甲地、乙地送水任务还各需多少天？

解析　设每天往甲、乙两地分别送水 x 万立方米和 y 万立方米.

	需水量	第一次送水量	第二次送水量	共运水量	还需送水量	还需送水天数
甲地	180	$3x$	$2x$	$5x$	$180-5x$	?
乙地	120	$2y$	$3y$	$5y$	$120-5y$	?

根据题意，得 $\begin{cases} 3x+2y=84, \\ 2x+3y=81. \end{cases}$

解这个方程组，得 $\begin{cases} x=18, \\ y=15. \end{cases}$

所以，已往甲地送水 $18\times5=90$（万立方米），

已往乙地送水 $15\times5=75$（万立方米），

还需往甲地送水 $180-90=90$（万立方米），

还需往乙地送水 $120-75=45$（万立方米）.

故往甲地还需送水 $\frac{90}{18}=5$（天），

往乙地送水还需 $\frac{45}{15}=3$（天）.

答：往甲地送水还需 5 天，往乙地送水还需 3 天.

综合能力训练

一、选择题

1. 若两岸相距 280 km，一轮船在其间航行，顺流用 14 h，逆流用 20 h，求轮船在静水中的速度和水流速度. 设轮船在静水中的速度为 x km/h，水流速度为 y km/h，则下列方程组中正确的是（　　）.

A. $\begin{cases} \left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}\right)\times14=280 \\ \left(\frac{1}{x}-\frac{1}{y}\right)\times20=280 \end{cases}$　　B. $\begin{cases} (x-y)\times14=280 \\ (x+y)\times20=280 \end{cases}$

C. $\begin{cases} (x-y)\times14=280 \\ (x-y)\times20=280 \end{cases}$　　D. $\begin{cases} (y-x)\times14=280 \\ (y-x)\times20=280 \end{cases}$

2. 甲、乙两人练习跑步，如果乙先跑 10 m，甲跑 5 s 就可追上乙，如果乙先跑 2 s，则甲跑 4 s 就可追上乙. 若设甲的速度为 x m/s，乙的速度为 y m/s，则下列方程组中正确的是（　　）.

A. $\begin{cases} 5x=5y+10 \\ 4x=4y+2y \end{cases}$　　B. $\begin{cases} 5x+10=5y \\ 4x-4y=2 \end{cases}$