高等数学习题课 30 讲

（第 3 版）

徐　兵　编著

北京航空航天大学出版社

内容简介

本书是学习高等数学的同步教学辅导书，阶段复习的指导书，也是自学高等数学者的良师益友。其内容为函数、极限、导数、微分、积分、空间解析几何、多元函数、重积分、曲线积分、曲面积分、场论初步、微分方程及级数等。

本书是以习题课的形式展开，将上述内容分为30个专题。依其内容特点分为，以概念、性质为主；以基本计算方法为主；以证明题为主；以应用为主的四种不同类型的习题课。每种类型都包括了五部分内容：教学基本要求、教学方式、思考题与例题分析、课内练习题及课外练习题。

本书可作为理工科大学生学习高等教学的辅导书，及备考硕士研究生的复习辅导书。同时可作为自学高等数学者必备资料。

图书在版编目(CIP)数据

高等数学习题课30讲/徐兵编著. —3版. —北京：北京航空航天大学出版社，2001

ISBN 7-81077-086-1

Ⅰ.高… Ⅱ.徐… Ⅲ.高等数学—高等学校—习题 Ⅳ.013-44

中国版本图书馆CIP数据核字(2001)第047042号

高等数学习题课30讲

(第3版)

徐 兵 编著

责任编辑 王小青

北京航空航天大学出版社出版发行

北京市学院路37号，邮编100083，发行部电话82317024

北京密云华都印刷厂印装 各地书店经销

开本：850×1168 1/32 印张：14.625 字数：393千字

2001年9月第3版 2001年9月第6次印刷 印数：26001～31000册

ISBN 7-81077-086-1/O·006 定价：20.00元

前　言

近年来教学思想、教学方式都朝着素质教育的目标在改变。特别是研究生的入学考试近年来也发生了较大的变化。从命题指导思想到成题，已朝着有利于启发学生思维、提高能力、提高素质的方向前进。试题中逐渐增加概念与性质的综合运用，从侧重于基本方法的演练发展到利用基本计算方法的思想去解决问题。这些变化对高等数学的教与学提出了更高的要求。

笔者从事数学教学实践已 30 多年，感悟到高等数学习题课是高等数学教学的一个重要环节，成功的习题课应能起到教与学、疏与熟、学与用的桥梁作用。学习中与其熟记几个概念和性质，不如明了其要素；与其多做几类练习题，不如明了其解题思路，进而能将计算方法条理化，总结出其规律性。笔者认为，习题课“成功”的标志为：

· 能使教师了解到学生掌握本学科知识的程度。

· 能使学生明了教学基本要求，发现自己学习中的薄弱环节，并能及时得以弥补。

· 能使学生对概念中的模糊观念得以澄清，明了基本概念的要素；对基本方法得以条理化，明了计算中应该注意的问题；学会利用基本计算方法的思路解决更广泛的问题；学会解决综合性问题的分析方法。

本书以习题课的形式展开，将高等数学内容分为 30 个专题。依据内容特点分为，以概念、性质为主；以基本计算方法为主；以证明题为主；以应用为主的四种不同类型的习题课。每讲都包括五部分内容：教学基本要求、教学方式、思考题与例题分析、课内练习题及课外练习题。为了利于读者明了基本概念的要素及基

本性质的特点，尽量以思考题或选择题为引线，引导学生深入，以求提高。为了能对基本方法加深记忆，明了其要点及应注意的问题，在例题中给以思路分析或附以解说性的说明，并给出引导性的归纳总结。

由于目前学校师资不足，不能保证习题课的正常进行，因此本书的编写立足于读者自学，书中对课内与课外练习题都给出较详尽的解题思路分析与评析。读者只需自己研习，不必再找老师答疑也能解惑。因而，本书也是自学高等数学者的必备资料。

本书不仅是学生学习高等数学的同步参考辅导书，也是学生进行阶段复习的指导书。

本书第 1 版于 1990 年出版，第 2 版于 1998 年出版，2001 年再次修订此书作为第 3 版。新版的基本思想是进一步强化概念的基本要素，强化基本方法的要点，加强基本知识纵向间的联系，以利于读者对基本知识的掌握。

由于本书定位为习题课用书，因此它不是习题集，也不是习题集解答。所选题目有限，但选题尽量注意配合教学内容特点，在教学大纲的范围内注重题目的典型性。本书融入了近十几年来研究生入学考试命题的基本演变思想，选取了研究生入学考试的部分试题，也选取了 MBA 入学考试的部分数学试题，从而使本书内容的针对性、使用的广泛性、学习的可读性更强。作者力图使本书具有特色。这里仅举几个例子说明，以利于读者了解本书编写的指导思想。

1. 强调概念要素与特征。

如第 1 讲思考题 1“函数依赖关系定义的关键特征是什么?”书中以分析的形式给出解答，并以函数概念的两个基本要素串起函数这部分的内容，期望以此能引导学生学会对教材进行知识的纵向联系的分析，以利于对知识的掌握。

如第 3 讲例 4“已知$\lim\limits_{x\to 1} f(x)$ 存在，且 $f(x) = 2x^2 + 5 +$

$3\lim\limits_{x\to 1}f(x)$，求 $f(x)$。”目的是强调概念的本质：极限表示函数在某变化过程中的变化性态，但极限值是个确定的数值。这是本题求解的关键。

相仿第 12 讲例 9“设 $f(x)$ 为连续函数，且满足 $f(x)+8x^2+2\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x=1$，求 $f(x)$。”第 12 讲课外练习题 9“设 $f(x)$ 为连续函数，且 $f(x)=x^2+2\int_0^1 f(t)\mathrm{d}t-\int_1^2 xf(t)\mathrm{d}t$，求 $f(x)$。”两个题目都强调了定积分的本质：定积分值是个数值。这是解题的关键。

如第 20 讲例 4“设 $f(x,y)$ 为连续函数，且 $f(x,y)=xy+\iint\limits_D f(u,v)\mathrm{d}u\mathrm{d}v$，其中 D 是由 $y=0,y=x^2,x=1$ 围成的区域，求 $f(x,y)$ 。”这个题目要求读者明确二重积分的值是个数值，这也是求解本题的关键。

又如第 18 讲例 8“设 $\frac{1}{u}=\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}$，且 $x>y>z>0$。当变量 x,y,z 分别增加一个单位时，哪个变量对 u 影响最大？”需要读者明确偏导数的几何意义。这是本题的求解关键。

作者期望通过若干类有关概念的题目的训练能引导读者对概念加深理解。

2. 注意强调计算方法的前提条件。

如第 22 讲思考题 1“求 $\int_L \frac{-y}{x^2+y^2}\mathrm{d}x+\frac{x}{x^2+y^2}\mathrm{d}y$，其中 L 为自 $A(-1,0)$ 沿 $y=x^2-1$ 到 $B(2,3)$ 的曲线弧段。”题中给出了五种计算方法，要求读者判定哪种方法正确。以此题强调将曲线积分转化为定积分的前提条件；强调利用曲线积分与路径无关计算的前提条件及选择积分路径的常见方法。

3. 引导学生进行纵向类比，学习用基本计算方法的思路解决更广泛的问题。

如第 13 讲例 2“设 $M = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x}{1+x^2}\cos^4 x\, dx, N = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} (\sin^3 x + \cos^4 x)\, dx, P = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} (x^2\sin^3 x - \cos^4 x) dx$，则

A. $N < P < M$；　　B. $M < P < N$；

C. $N < M < P$；　　D. $P < M < N$。”

第 20 讲课内练习题 3“设 D 是 Oxy 平面上以 $(1,1)$，$(-1,1)$ 和 $(-1,-1)$ 为顶点的三角形域，D_1 是 D 在第一象限部分，则

$$\iint_D (xy + \cos x \cdot \sin y) dx dy =$$

A. $2\iint_{D_1} \cos x \cdot \sin y\, dx dy$；　　B. $2\iint_{D_1} xy dx dy$；

C. $4\iint_{D_1} (xy + \cos x \cdot \sin y) dx dy$；　　D. 0 。”

第 21 讲课内练习题 1“计算 $\iiint_\Omega (x+y+z)^2 dx dy dz$，其中 Ω 为 $z \geqslant x^2 + y^2$ 与 $x^2 + y^2 + z^2 \leqslant 2$ 所围成的区域。”

第 23 讲例 1“设 S 为 $x^2 + y^2 + z^2 = a^2 (z \geqslant 0)$，$S_1$ 为 S 在第一卦限中的部分，则有

A. $\iint_S x\, dS = 4\iint_{S_1} x\, dS$；　　B. $\iint_S y\, dS = 4\iint_{S_1} x\, dS$；

C. $\iint_S z\, dS = 4\iint_{S_1} x\, dS$；　　D. $\iint_S xyz\, dS = 4\iint_{S_1} xyz\, dS$。”

上述四个题目分别为定积分的对称性质，二重积分的对称性质，三重积分的对称性质，曲面积分的对称性质的应用题。这表明某些性质也可以类比记忆，提供读者在类比中加强记忆，并学会推广。

如第 25 讲例 6“设 $f(x)$ 在$[1,+\infty)$ 内具有连续导数，且满足方程 $x^2f(x)-\int_1^x(1-t)f(t)\mathrm{d}t=1$，求 $f(x)$。”

第 25 讲例 7“设函数 $f(t)$ 在$[0,+\infty)$ 上连续，且满足方程

$$f(t)=\mathrm{e}^{4\pi t^2}+\iint\limits_{x^2+y^2\leqslant 4t^2} f\left(\frac{1}{2}\sqrt{x^2+y^2}\right)\mathrm{d}x\mathrm{d}y$$

求 $f(t)$。”

第 25 讲课内练习题 6“已知 $f(0)=0$，试确定 $f(x)$，使 $\int_{\widehat{AB}}[x\,\mathrm{e}^x+f(x)]y\,\mathrm{d}x+f(x)\mathrm{d}y$ 与路径无关，并求点由 $A(0,0)$ 到 $B(2,4)$ 的曲线积分。”

第 25 讲例 8“设对于半空间 $x>0$ 内任意光滑有向封闭曲面 S，都有

$$\oiint\limits_S xf(x)\mathrm{d}y\mathrm{d}z-xyf(x)\mathrm{d}z\mathrm{d}x-\mathrm{e}^{2x}z\mathrm{d}x\mathrm{d}y=0$$

其中函数 $f(x)$ 在$(0,+\infty)$ 内具有连续的一阶导数，且 $\lim\limits_{x\to 0^+}f(x)=1$，求 $f(x)$。”

上述四个题目中 $f(x)$ 都为未知函数，分别在定(可变上限)积分号内、二重积分号内、曲线积分号内、曲面积分号内，且问题都以积分方程形式出现。其求解方法的共同思想是化为微分方程。其中前两者利用可变积分求导方法，曲线积分形式利用曲线积分与路径无关定理，曲面积分形式利用高斯公式等性质转化。作者期望读者能通过学习归纳、类比，得以提高。

本书中对诸如导数的记号、求函数在某点处导数值等许多小问题也引入思考题，以期引起读者的注意，从而加深理解。

如第 6 讲思考题 2“ $f'(x_0)$，$f'(g(x))$ 与 $\dfrac{\mathrm{d}f(g(x))}{\mathrm{d}x}$ 各表示什么意义?”

第 6 讲例 1“求下列各函数在点 $x=0$ 的导数 $f'(0)$：

(1) $f(x)=\dfrac{e^x}{x+1}$;

(2) $f(x)=\sqrt[3]{x}$;

(3) $f(x)=\sqrt[3]{x}\sin x$。"

第 18 讲例 5"求下列函数在给定点处的偏导数:

(1) $z=\sqrt{x^2+y^2}$, $\left.\dfrac{\partial z}{\partial x}\right|_{\substack{x=0\\y=0}}$, $\left.\dfrac{\partial z}{\partial y}\right|_{\substack{x=0\\y=0}}$。

(2) $z=\sqrt{x^4+y^4}$, $\left.\dfrac{\partial z}{\partial x}\right|_{\substack{x=0\\y=0}}$, $\left.\dfrac{\partial z}{\partial y}\right|_{\substack{x=0\\y=0}}$。"

这些例题能使学生明确一些特定且常用的记号的含意以及一些特定问题的解法。

又如书中可以见到利用第一充分条件、第二充分条件判定极值的问题,能见到利用泰勒公式与定义判定极值的问题,还能见到利用 n 阶导数判定极值与拐点的性质等,特别是关于这些问题的分析解说,构成了本书选题典型性及本书的特色。

本书在使用与编写过程中受到多方面的关注。北京航空航天大学理学院李心灿教授、计慕然教授及数学系的诸多同仁,几年来都提出了许多良好的建议。北京航空航天大学出版社王小青副总编对本书的出版提出了有益的意见。本书的热心读者也曾来信提出了一些良好建议。本书在第 3 版中多有体现,在此一并致谢。书中疵误难免,恳请读者指出。

作者于北京航空航天大学

2001 年 5 月

目　　录

第1讲　函　　数

一、　目的与要求

1. 理解函数的概念；明了函数定义的两个要素：依赖关系、定义域；掌握函数表达式的运用。

2. 了解函数的基本性质；知道判定诸性质的思路。

3. 掌握将复合函数由外及里分解为简单函数的方法。

二、　教学方式

以思考题为引线，引导学生明确函数定义的要素。以典型例题为导向，引导学生掌握函数表达式的运用。

三、　思考题与例题分析

由于中学代数中已对函数的概念、求定义域作了较多的介绍，本节内容侧重于对函数概念、函数表达式的运用及将复合函数由外及里分解为简单函数的研究。

1. 函数的概念

思考题1　函数"依赖关系定义"的关键特征是什么？

分析　函数"依赖关系定义"指出："对于 x 在允许范围内的每一个确定的值，变量 y 按照某个规则总有值与之相对应，则称 y 为 x 的函数。常记为 $y=f(x)$。"分析上述定义可以知道，它有两个

关键特征：

x 的取值允许范围，即函数的定义域；

对应规则，即函数的依赖关系。

因此说，函数概念的两个基本要素为：定义域、对应规则（或称依赖关系）。

只有当两个函数的定义域与对应规则完全相同时，才能认为它们是同一个函数。

至于说"对应规则"的特点及 y 的取值特点，在函数的定义中并没有限制，因此可能出现：

(1) 当自变量 x 的值变动时，变量 y 的取值不一定随 x 的变动而变化，y 可能总取一个值。如 $y=c$（常数）也表示一个函数。

(2) 函数对应规则的形式没有加以限制。

① 如果函数对应规则的形式是解析表达式，且它可以表示为 $y=f(x)$，则称此函数为显式表示。

② 如果函数对应规则是由方程 $F(x,y)=0$ 所确定的，则称 y 是 x 的隐函数。

③ 如果函数对应规则是由几个解析表达式而表示的，则称之为分段函数。如

$$y=\begin{cases} x & x<0 \\ x^2+1 & 0\leqslant x<1 \\ x^2 & x\geqslant 1 \end{cases}$$

注意，这里的 $y=f(x)$ 不是三个函数，而是定义域为 $(-\infty,+\infty)$ 的一个函数，它是由三个解析表达式表示的函数。

④ 如果 x 与 y 是通过第三个变量联系起来的，如 $x=\varphi(t)$，$y=\psi(t)$，则称这种函数关系为参数方程表示的函数。

⑤ 如果对应规则是由表格或图形表示出来的，则称这种表示为函数的表格表示法或图形表示法。

例 1 选择题　下列函数对中为同一个函数的有(　)。

A. $y_1=x, y_2=\frac{x^2}{x}$； B. $y_1=x, y_2=\sqrt{x^2}$；

C. $y_1=\sqrt{x^2}, y_2=|x|$； D. $y_1=x, y_2=(\sqrt{x})^2$。

分析 对于A，易见 y_1 的定义域为$(-\infty,+\infty)$，而 y_2 的定义域为 $x\neq0$，即$(-\infty,0)$，$(0,+\infty)$。可知 y_1 与 y_2 的定义域不相同，因此 y_1 与 y_2 不是同一个函数，故应排除A。

对于B，y_1 与 y_2 的定义域都为$(-\infty,+\infty)$；而 $y_1=x$，$y_2=\sqrt{x^2}=|x|=\begin{cases}-x & x<0\\ x & x\geqslant0\end{cases}$，$y_2$ 为分段函数。易见 y_1 与 y_2 的表达式不相同。因此 y_1 与 y_2 也不是同一个函数，故应排除B。

对于C，y_1 与 y_2 的定义域都为$(-\infty,+\infty)$；由B的分析可知，C中 y_1 与 y_2 的表达式也相同。因此 y_1 与 y_2 表示同一个函数，故应选C。

对于D，$y_1=x$，$y_2=(\sqrt{x})^2=x$，两者表达式相同；但是 y_1 的定义域为$(-\infty,+\infty)$，而 y_2 的定义域为 $x\geqslant0$。因此 y_1 与 y_2 也不是同一个函数，故应排除D。

综合之，本例应单选C。

2. 函数表达式的运用问题

读者在中学代数中已经知道，$y=f(x)=x^3+2x^2-x+5$，表示函数 y 与自变量 x 之间的关系式为 $y=f(\ \ )=(\ \ )^3+2(\ \ )^2-(\ \ )+5$。基于此点，考虑：

例2 设 $f(x)=\frac{x}{1-x}$，求 $f(f(x))$。

分析 由题意可知，$f(\ \ )=\frac{(\ \ )}{1-(\ \ )}$，因此当 $x\neq1, x\neq\frac{1}{2}$ 时，

$$f(f(x))=\frac{f(x)}{1-f(x)}=\frac{\frac{x}{1-x}}{1-\frac{x}{1-x}}=\frac{x}{1-2x}$$

有必要指出，对于分段函数的相应问题应该注意函数表达式

与定义范围两者之间的相互关系。

思考题 2 试分析下列运算是否正确。

"设 $f(x)=\begin{cases} x & x\geqslant 0 \\ x^2 & x<0 \end{cases}$,求 $f(-x)$。

解 由 $f(x)$的表达式可知,欲求 $f(-x)$可将 $-x$ 代替 $f(x)$表达式中 x 的位置,即

$$f(-x)=\begin{cases} (-x) & x\geqslant 0 \\ (-x)^2 & x<0 \end{cases}\text{。"}$$

分析 读者先注意所给 $f(-x)$的表达式及其自变量相应的取值范围,不难发现运算中 $f(x)$的表达式及其自变量取值范围不一致。这是上述运算的症结所在。在所给函数表达式中 $f(x)=x$ 仅在 $x\geqslant 0$ 时才成立,因此 $f(-x)=-x$ 也只能在 $-x\geqslant 0$ 时才能成立。故知正确的运算应为:

$$f(-x)=\begin{cases} (-x) & -x\geqslant 0 \\ (-x)^2 & -x<0 \end{cases}$$

$$=\begin{cases} -x & x\leqslant 0 \\ x^2 & x>0 \end{cases}$$

例 3 若 $f(x+1)=x^2+3x+3$,求 $f(x)$。

分析 例 3 与例 2 是相反问题。由 $f(g(x))$的关系式求出 $f(x)$的表达式,常见的方法有两种:

(1) 令 $t=g(x)$,并从中解出 $x=g^{-1}(t)$,代入 $f(g(x))$的表达式可解。

(2) 可考虑将 $f(g(x))$的关系式右端凑为 $g(x)$的表达式,再把凑好的关系中的 $g(x)$换为 x,则可得 $f(x)$的表达式。

在本例中,如果采用第一种方法,令 $t=x+1$,则 $x=t-1$,代入所给 $f(x+1)$关系式,则有

$$f(t)=(t-1)^2+3(t-1)+3=t^2+t+1$$

因此 $f(x)=x^2+x+1$。

如果采用第二种方法,则有

$$f(x+1)=(x^2+2x+1)+(x+1)+1=(x+1)^2+(x+1)+1$$

因此　$f(x)=x^2+x+1$。

3. 函数的性质

函数的基本性质包括单调性、有界性、奇偶性、周期性。研究函数的单调性、有界性不可能脱离自变量的范围。判定给定函数的单调性除可以直接利用函数的性质来判断外，基本上要利用导数的性质来判定。对于函数的有界性，除可以利用一些代数不等式等特殊性质外，可以利用闭区间上连续函数的性质判定。这些性质分别在第9、4讲中介绍。判定函数的奇偶性需利用定义或奇偶函数的性质来判定。如

在某对称区间上的两个奇(偶)函数之和仍为奇(偶)函数；

在某对称区间上的两个奇(偶)函数之积必为偶函数。

例4　选择题　设 $f(x)$为奇函数，则 $F(x)=f(x)\dfrac{a^x+1}{a^x-1}$必定为(　　)。

A. 奇函数；　　　　B. 偶函数；

C. 奇偶性与 a 有关；　　　　D. 非奇非偶函数。

分析　欲判定 $F(x)$的奇偶性，只需依定义判定。

$$F(-x)=f(-x)\frac{a^{-x}+1}{a^{-x}-1}=-f(x)\cdot\frac{a^{-x}(1+a^x)}{a^{-x}(1-a^x)}=f(x)\frac{a^x+1}{a^x-1}=F(x)$$

因此 $F(x)$为偶函数。故本例应选B。

说明　如果问题中没有指明区间，只是指出 $f(x)$为奇函数(或偶函数，或有界函数等)，通常要理解为是在 $f(x)$的定义区间上成立。

例5　选择题　在$(-\infty,+\infty)$内函数 $f(x)=\dfrac{(1+x)^2}{1+x^2}$为

（ ）。

A. 奇函数； B. 偶函数；

C. 无界函数； D. 有界函数。

分析 所给选项为两类，需分别研究。

$f(-x)=\frac{(1-x)^2}{1+x^2}$既不等于$-f(x)$，也不等于$f(x)$，因此$f(x)$既不是奇函数，也不是偶函数，故应排除 A 与 B。

由于 $0\leqslant f(x)=\frac{(1+x)^2}{1+x^2}=\frac{1+x^2+2x}{1+x^2}=1+\frac{2x}{1+x^2}\leqslant 2$，可知$f(x)$为$(-\infty,+\infty)$内的有界函数，故应排除 C，选 D。

综合之，本例应单选 D。

上述判定函数有界性是利用不等式 $a^2+b^2\geqslant 2ab$。一般情形判定函数的有界性需依第 4 讲利用闭区间上连续函数的性质判定。因此本讲中对函数单调性与有界性的研究侧重于明确概念，且只限于会利用不等式的放大或缩小来判定。

4. 复合函数

为了给函数的微分法及积分法打下良好基础，读者应该掌握将复合函数由外层到里层分解为简单函数。所谓简单函数是指基本初等函数或基本初等函数的和、差、积、商所成之函数。

如 $y=2^{\sin^2(x+\ln x)}$ 可分解为 $y=2^u, u=v^2, v=\sin w, w=x+\ln x$，即分解为简单函数。

例 6 设 $y=\sqrt{\ln(x-1)}$，求 y 的定义域。

分析 求复合函数的定义域，通常可以先将复合函数由外及里分解为简单函数。然后由外层到里层，考察相应的简单函数在满足前一层次有定义条件下的定义范围，直至最里层。对每个简单函数则依中学所学过的原则：

分式的分母不能为零；

偶次方根号下的表达式的值非负；

对数的真数大于零；

取反正弦或反余弦的表达式的绝对值不大于1；等等。

本例由外到里可分解为 $y=\sqrt{u}$，$u=\ln v$，$v=x-1$。先考察最外层函数，应有 $u\geqslant 0$，因此需 $u=\ln v\geqslant 0$，从而知 $v\geqslant 1$。进而知 $v=x-1\geqslant 1$，可得 $x\geqslant 2$ 为所求函数的定义域。

四、 课内练习题

下面请读者先做几个练习题，后总结其规律：

1. 设 $f\left(x+\dfrac{1}{x}\right)=x^2+\dfrac{1}{x^2}$，求 $f(x)$。

2. 设 $f(x)=\begin{cases}\sqrt{1-x^2} & |x|<1\\ x^2+1 & |x|\geqslant 1\end{cases}$，求 $f(f(x))$。

3. 设 $f(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{b-a} & a\leqslant x\leqslant b,b\neq a\\ 0 & \text{其它}\end{cases}$

$\varphi(x)=3x-1$

求 $f(\varphi(x))$ 和 $\varphi(f(x))$。

4. 若 $f(x)=\mathrm{e}^{x^2}$，$f(\varphi(x))=1-x$，且 $\varphi(x)\geqslant 0$，求 $\varphi(x)$ 并求出它的定义域。

5. 将 $y=a^{\sin\sqrt{x^2+1}}$ 分解为简单函数。

课内练习题解答

读者可以发现题1为由 $f(g(x))$ 的表达式求 $f(x)$ 的表达式，题2与题3为分段函数复合问题。

对于题1，$f\left(x+\dfrac{1}{x}\right)=x^2+\dfrac{1}{x^2}$，如果将右方化为 $x+\dfrac{1}{x}$ 的表达式，则

$$f\left(x+\frac{1}{x}\right)=x^2+\frac{1}{x^2}+2-2=$$