

975778

控制理论实验

曹锦芳 编



浙江大学出版社

控制理论实验

曹锦芳 编

浙江大学出版社

(浙)新登字 10 号

内 容 提 要

本书系统地介绍了控制理论实验技术的基本内容。着重介绍经典控制理论的实验技术，同时也简要介绍了现代控制理论的实验内容。

全书共分五章，前面四章是实验的基本理论和方法。第一章简要介绍控制理论实验技术；第二章至第四章按控制理论实验的三类基本方法逐章进行讨论；第五章为控制理论实验指导书，每一个实验后，都附有实验思考题。后面的附录一至附录五，介绍了控制理论实验中几种常用实验仪器；附录六为 MICRO-VAX-I 计算机的上机操作指南。

本书可作为高等院校工业电气自动化专业本科生教材，同时，也可作为其它电类专业本科生及各类成人高校的教材或教学参考书。

控制理论实验

曹锦芳 编

责任编辑 张 明

* * *

浙江大学出版社出版

德清第二印刷厂印刷

浙江省新华书店发行

* * *

787×1092 16 开 8.75 印张 223 千字

1993 年 8 月第 1 版 1994 年 6 月第 2 次印刷

印数：3001—6000

ISBN 7-308-01248-4/TP·090 定价：5.25 元

前　　言

为适应教学改革和加强实验教学的需要,近年来有的高等院校的控制理论实验已单独设课,单独考核。本书是根据高等院校工业电气自动化专业的教学大纲编写的实验教材。经典控制理论实验的参考教学时数为34学时,现代控制理论实验为6学时。对于其它电类专业,可根据专业要求,确定相应的学时数。由于该课程的性质、教材内容涉及面较广,除了控制理论外,还涉及电路、电子学、电机学、数值计算方法、计算机语言及程序设计等技术基础课的有关内容。为了在有限的学时内,使读者能全面地掌握控制理论实验的三类基本方法,本书注意精选内容,在叙述上力求突出基本实验原理和方法,并以加强实验技术训练和培养能力为主线贯穿全书。

为了优化教学过程,提高实验教学效果,拍摄了与本书配套的四集控制理论实验电教片:控制理论实验技术概述、模拟仿真实验、小功率随动系统、MICRO-VAX-I计算机上机操作指南。这样,可以减少实验理论课学时,从而加强学生动手能力的培养。

本书是编者在同名讲义的基础上编写的,本书原稿已在浙江大学工业电气自动化专业、混合班(尖子班)及其它电类专业使用过多次,都获得比较好的教学效果。经过几年来的教学实践,听取了各方面的意见,在不断总结提高的基础上,对原稿的内容进行加工修改后定稿。在本书的编写过程中,曾得到王懋鳌教授、林冬青副教授的热情支持和帮助,原稿由上海工业大学郑芳经副教授审阅,修改后的第一章由王懋鳌教授审阅,他们提出了许多宝贵意见。书中的部分程序由曹毅、曹晓东和詹望等同志帮助调试,在此一并表示衷心的感谢。

由于编者水平有限,书内错误和疏漏之处,恳请读者提出批评与指正,以便进一步修订和完善。

编　　者

1993年2月

2021/08

目 录

第一 章 控制理论实验技术	(1)
§ 1-1 概述	(1)
§ 1-2 典型的测试信号	(5)
§ 1-3 控制系统动态特性的时域测试	(7)
§ 1-4 控制系统动态特性的频域测试	(8)
第二章 控制系统的模拟计算机仿真实验	(15)
§ 2-1 概述	(15)
§ 2-2 模拟仿真实验的基本部件	(16)
§ 2-3 非线性运算部件	(19)
§ 2-4 典型环节的模拟及参数测试	(22)
§ 2-5 控制系统的模拟	(27)
§ 2-6 模拟计算机仿真的误差分析	(31)
第三章 控制系统的数字仿真实验	(32)
§ 3-1 概述	(32)
§ 3-2 控制系统时域响应的数字仿真	(33)
§ 3-3 利用数字计算机绘制根轨迹图	(36)
§ 3-4 控制系统频率特性的计算机求解及稳定性分析	(38)
§ 3-5 状态反馈法的数字仿真	(42)
第四章 小功率随动系统	(50)
§ 4-1 概述	(50)
§ 4-2 随动系统的结构原理	(50)
§ 4-3 随动系统的主要部件及其传递函数	(51)
§ 4-4 随动系统性能指标的测定与分析	(60)
第五章 控制理论实验指导书	(63)
实验一 典型环节的模拟实验	(63)
实验二 控制系统的瞬态响应及其稳定性分析	(65)
实验三 控制系统瞬态响应的数字仿真实验	(67)
实验四 应用微型机绘制控制系统的根轨迹图	(69)
实验五 频率特性的测量	(70)
实验六 控制系统频率特性的计算机求解	(74)
实验七 小功率随动系统	(76)
实验八 线性系统串联校正的模拟研究	(79)
实验九 典型非线性环节的模拟	(82)
实验十 非线性系统的相平面分析	(85)
实验十一 采样系统实验	(87)
实验十二 全状态反馈系统极点配置的模拟研究	(90)
实验十三 带全维观测器的全状态反馈系统的模拟研究	(92)

实验十四 状态反馈法的数字仿真	(95)
附录	录
附录一 SR54 型超低频双线示波器	(99)
附录二 DF1010 型超低频信号发生器	(102)
附录三 超低频频率特性测试仪	(103)
附录四 SC16 型光线示波器	(111)
附录五 函数记录仪	(115)
附录六 MICRO-VAX-I 机上机操作指南	(119)
参考文献	(128)

第一章 控制理论实验技术

§ 1-1 概 述

随着现代科学技术的迅速发展,自动控制技术在许多工程领域有着极其广泛的应用,例如:电力工程、机械工程、化工工程、生物医学工程、航空航天以及交通运输等。应用于这些工程领域的自动控制技术,虽然其工作原理、复杂程度各不相同,但就自动控制系统的总体结构而言,都是由控制器和被控制对象两部分组成。

被控对象是指要实现自动控制的机械设备或生产过程。控制器是指对被控对象起控制作用的设备总称。近几年来,由于集成电路技术的飞速发展,特别是微型计算机处理能力的提高及销售价格的降低,采用数字计算机作为控制器的计算机控制系统日益增多。

自动控制系统有两种最基本的组成方式,开环控制系统和闭环控制系统。开环控制系统的的特点是:在控制器和被控对象之间,只有正向作用而没有反馈作用。开环控制系统的方框图如图 1-1 所示。例如采用微型计算机控制的步进马达驱动系统,其原理方框图如图 1-2 所示。该系统由计算机软件产生一个频率可变的三相六拍方波信号,经功率放大后,驱动步进马达转动,方波的频率愈高,步进马达的转速也愈高。

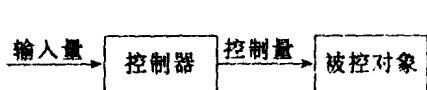


图 1-1 开环控制系统

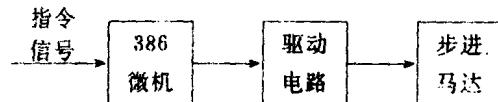


图 1-2 微机控制的步进马达驱动系统

闭环控制系统又称反馈控制系统。它的特点是:在控制器和被控制对象之间,除了正向作用外,还包括反馈作用。闭环控制系统的方框图如图 1-3 所示。例如晶闸管直流调速系统,其方框图如图 1-4 所示。为了维持电动机转速 n 在一定的偏差范围内,必须采用转速负反馈,即在电动机轴上安装一台测速发电机,从而引入被控制量——转速的负反馈电压 U_f ,它与给定电压 U 相比较后,产生偏差信号 ΔU ,经过放大器,再去控制各相晶闸管的触发器,以调节晶闸管整流后的直流电压 U ,从而维持转速恒定。

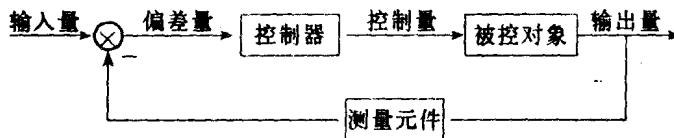


图 1-3 闭环控制系统

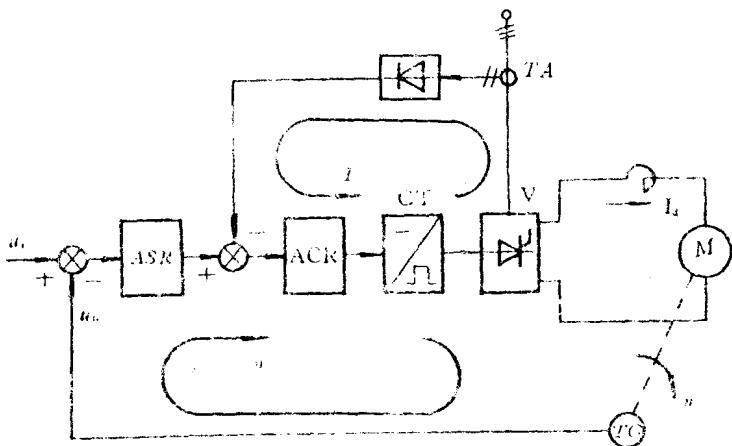


图 1-4 晶闸管直流调速系统

ASR—转速调节器 ACR—电流调节器 TG—测速发电机

TA—电流互感器 GT—触发装置

U_d, U_o —转速给定电压和转速反馈电压 V—晶闸管

为了更好地了解闭环控制系统各组成部分的相互作用,我们再来讨论图 1-5 所示的微机液位控制系统。由微机给定一参考输入,即液位高度的期望值,当液位高度变化时,由压力传感器检测水箱的实际液位值,经模数转换后送入微型计算机,与给定值比较得到偏差量。该偏差量按一定的控制策略输出相应的控制量,经过数模转换,并通过功率放大器驱动电动机,电动机将减小或增大调节阀门的开度,从而自动调整实际液位,使期望液位的偏差在允许范围内。

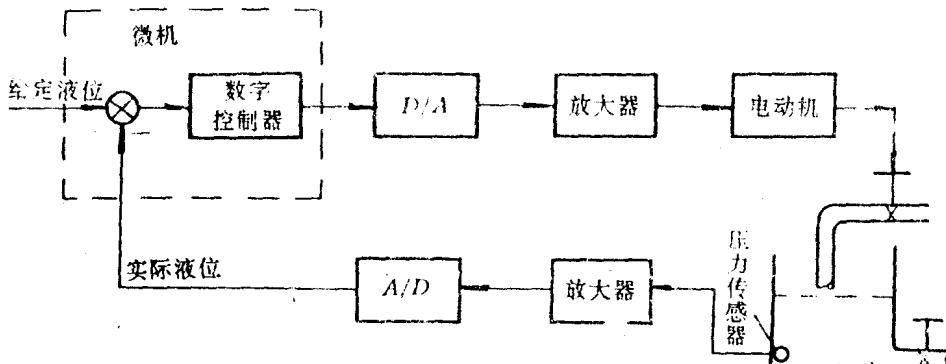


图 1-5 微机液位控制系统

被控对象和控制器的种类繁多,这里不一一举例。如果将各种被控对象和控制器用数学模型来表示,则它们往往是相似的,或者说可以归并成几种典型的环节。因此对于不同类型的控制系统可以用相同的理论分析方法来研究,这样一套分析和设计控制系统的基本理论称之为控制理论。

控制理论要处理的问题很多,这里只介绍最基本的三类问题:

第一类研究系统的稳定性。

稳定是系统正常运行的必要条件。因此,设计控制系统时要有一定的稳定裕量,也就是说,加入任何指令信号或在系统某个环节受到外界干扰,系统都能保持稳定。

第二类研究系统的准确度(或称稳态精度)。

系统的准确度是指在调整过程结束后,输出量与给定输入量之间的偏差。通常由阶跃、斜

坡和抛物线输入系统后的稳态误差来评定。

第三类研究系统的动态性能指标。

系统的动态性能指标有时域性能指标和频域性能指标两类。

为了保证系统达到一定的稳定余量,满足要求的稳态精度和动态性能指标,在设计控制系统时,必须引进一些附加装置来校正系统的性能。这个过程也可称作选定合适的控制规律。这些附加装置称作校正装置。

随着对自动控制的要求不断提高,控制系统的结构也愈趋复杂,为了处理新的问题,需要新的分析方法。因此,控制理论是不断发展的。以频率法或根轨迹法处理单输入单输出系统的问题,通常被称为经典控制理论。随着科学技术的发展,为了适应各种更广泛、更复杂的控制要求,例如多输入多输出系统,也可能是时变系统,也可能是非定常系统,等等。一种以状态空间为基础的现代控制理论迅速发展起来。应用现代控制理论,设计者可以按照所要求的各种性能指标,设计最优化的系统,也可以说,选用最合适的设计规律。

设计一个控制系统,要经过好几个步骤,在多数场合,我们可用图1-6的流程图来表示。当然,在具体的设计过程中,上述的七个步骤不是截然分开的,各个阶段之间要经过多次反复试算、反复实验,两者相互交叉联成一个整体,也就是说,在设计和分析控制系统时,既强调理论基础,又重视实验技术。

控制理论实验的主要任务是流程图中的中间三个步骤,即从进行性能分析到仿真实验。此外,也涉及到建立系统的数学模型和实际物理系统的实验,但详细的讨论将在相应的专业课中进行。

实验研究的方法有两种:一种是在真实系统(称原型)上进行,另一种是在模型上进行。对于比较简单的被控对象,可以在实际系统上进行试验和调整,以获得较好的性能指标。但是在生产过程中,大部分的被控对象是比较复杂的,如火箭发射、反应堆控制、轧钢机调速系统、电力系统等,考虑到安全性、经济性以及进行实验研究的可能性诸原因,在实际系统上进行实验,通常是不允许的。这时,就需要把实际系统建成物理模型或数学模型来进行研究,然后把对模型实验研究的结果应用到实际系统中去。这种方法就叫做模拟或仿真研究,简称“仿真”。

物理仿真就是用缩小(或放大)了的尺寸(或容量),制作与系统原型相同的模型,模型的变量与真实系统的变量完全一致。例如,要研究一个大功率的晶闸管直流调速系统。我们可用小容量的电动机、发电机(作负载用)及小容量的晶闸管整流装置组成一个物理仿真系统。又如,要研究电力系统的暂态过程,可以利用许多小容量的同步机,感应电动机与直流电动机组成为一个电力系统的仿真模型,然后在这个物理模型上进行研究,这就是电力系统动态模拟实验。物理模拟的主要优点是保证了系统原型的物理本质,因此它能比较全面地表现被研究过程的物理现象,并能观察到用数学模型不可能包含在数学方程中的真实过程所具有的现象。但是物理模拟造价昂贵,而且要作大量的安装、接线、调整等工作,因而准备的周期较长。

数学仿真将实际系统的运动规律用数学方程(一组微分方程或差分方程)来描述,然后再用模拟计算机或数字计算机来解这些方程。由于在模拟过程中,使模型和真实系统具有相同

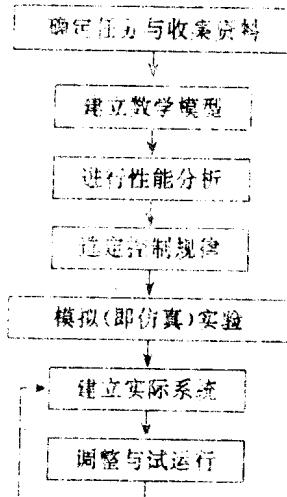


图1-6 控制系统设计的流程图

的数学模型。因此就动态性能而言，对模型的研究，就可以代替对真实系统的研究。

数学仿真比物理仿真具有更广泛的用途，它可用同一套设备对物理性质截然不同的许多控制系统进行研究。虽然数学仿真的模型与原型的物理本质是不同的，但他们遵循同样的数学方程，即数学仿真利用了原型和模型之间方程式的相似性，因此，二者的动态性能是一致的。数学仿真的准备工作主要是准备模拟计算机的排题板或数字计算机的程序，这样所需的准备工作量要小得多，周期也要短得多，所化的费用也少得多，试验数据的处理也简单得多。这就是数学仿真比物理仿真发展更迅速的原因。

由于数学仿真的主要工具是计算机，因此一般又称之为“计算机仿真”。计算机仿真又分成三种：用模拟计算机进行仿真的，称为“模拟仿真”；用数字计算机进行仿真的，称为“数字仿真”；用数字计算机和模拟计算机联合进行仿真的，称为“混合仿真”。

控制系统实验包括静态实验和动态实验。静态实验是指控制系统（或环节）在静态情况下的各种性能参数的测试与调整。系统在静态情况下，输入与输出的各阶导数均等于零。通过静态实验，可以得到系统的死区、零位、线性段、饱和段等。动态实验是指控制系统（或环节）对输入信号的响应特性及动态参数的测试与调整。例如过渡过程品质的测试，频率特性的测试，时间常数的测试以及数学仿真实验和物理仿真实验等。

由于控制系统（或环节）的静态实验相对来说较为简单，而且在动态实验时亦可得到所需之静态结果，因此控制理论实验主要介绍动态实验。对控制系统的动态特性进行实验研究，若依所施加的输入信号，主要有三种方法：时域法、频域法和统计法。

统计法中对系统施加的随机信号有两种：一种是白噪声信号；一种是伪随机信号。利用相关函数的概念可以测试系统的脉冲响应。利用谱密度的概念可以测试系统的频率响应。采用统计法进行动态实验的优点在于可以实时、在线测量而不影响系统的正常运行。随着数字技术与集成电路的飞速发展，统计法的测试仪器已日趋成熟，它的优越性一定能在控制系统动态测试中发挥越来越大的作用。但是用于统计法的测试仪器价格昂贵，因此在控制理论实验中主要采用时域法和频域法。

实验需要实验手段，各式各样不同类型的仪器、仪表与设备就是实验工具。无论静态实验还是动态实验，均依控制系统类型的不同、具体实验内容的不同而采用相应不同类型的仪器、仪表与设备。控制理论实验主要采用的方法是时域法和频域法，所需的设备是数字计算机、模拟计算机、实际物理系统实验装置、以及各种测试仪器。鉴于控制系统工作频率一般属于超低频频段，因此实验中应用到的仪器大部分为超低频仪器。例如 SR54 型超低频双线示波器、DF1010 型超低频信号发生器、BT6 型超低频频率特性测试仪、TD4010 型频率响应分析仪以及各类函数记录仪。除了超低频仪器外，还有 SC16 型光线示波器，用于统计法中的白噪声发生器、伪随机信号发生器、相关仪、功率谱分析仪和快速傅里叶变换分析仪等。

控制理论实验有三种基本类型：

1. 采用模拟计算机或电子模拟装置进行控制系统的模拟仿真实验：利用运算放大器的基本特性（开环增益高、输入阻抗大、输出阻抗小等），设置不同的输入网络和反馈网络来模拟自动控制系统的各种典型环节，再由各种典型环节按实验系统的组成形式连接起来构成整个系统的模拟。

2. 采用数字计算机进行控制系统的数字仿真实验：

首先建立控制系统的数学模型，然后选择运算简单、速度快、准确度高的计算方法来编写计算程序，最后上机调试程序并打印输出结果。

3. 在实际物理系统(例如调速系统、随动系统、温度控制系统)上进行实验:

模拟仿真和数字仿真是设计控制系统的常用实验方法。由于这两种实验方法都是建立在给定数学模型的基础上进行的,而在建立系统的数学模型时往往忽略一些次要因素,即回避了实际系统中的各种复杂因素。这样得到的数学模型是实际系统的近似模型,因而仿真实验所得到的结果只能近似地表示实际系统的性能。此外,仿真实验也未考虑到实际系统的各种随机干扰信号。总之,仿真实验一般用于控制系统设计的初级阶段。最后,我们必须在实际系统的反复调整和测试过程中,不断发现问题、分析问题、解决问题,从而进一步完善设计,全面达到设计所要求的各项性能指标。

§ 1-2 典型的测试信号

通常,实际控制系统的输入信号预先并不完全知道,在许多情况下,控制系统的实际输入可能随时间的变化而变化。例如,在雷达跟踪系统里,被跟踪目标的位置与速度是按一种无法预料的方式变化,以致不能用数学表达式确切地表示出来。因此,为了便于分析和设计控制系统,必须假定一些典型的测试信号,以便针对这些试验信号来评价系统的性能指标。这些测试信号的一个共同特点,就是它们的数学描述很简单。一般在分析和设计控制系统时,应选择最不利的典型测试信号,作为系统的输入信号,分析系统在此输入信号下的输出响应能否满足要求,从而去估计系统在比较复杂的实际输入信号下的性能指标。

控制系统的动态实验,是利用不同的测试仪器产生各种试验信号,如周期信号,非周期信号或随机信号输入控制系统(或环节),然后测量并记录系统(或环节)的输出响应。由于系统的输出响应与输入信号类型有关,因此在研究控制系统的输出响应时,必须指明是在何种输入信号下的输出响应。描述信号的基本方法是写出其数学表达式,并给出信号的波形。本节简单介绍下列典型测试信号。

(一) 阶跃信号

阶跃信号是指在零时刻从一个电平(通常为零)到另一个电平A的瞬间跳变。如图1-7所示。阶跃信号的数学表达式为

$$r(t) = Au(t)$$

式中 $u(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ 1 & t > 0 \end{cases}$

A 为常值

如果 A=1, 则为单位阶跃信号。

其拉普拉斯变换的形式为

$$R(s) = A/s$$

(二) 斜坡信号

斜坡信号是从零值开始随时间作线性增加的信号。如图1-8所示。其数学表达式为

$$r(t) = \begin{cases} At & t > 0 \\ 0 & t < 0 \end{cases}$$

式中 A 为常值, 当 A=1 时, 称为单位斜坡信号。其拉普拉斯变换的形式为

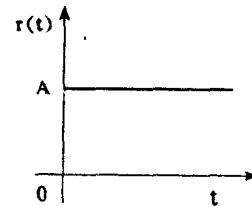


图1-7 阶跃信号

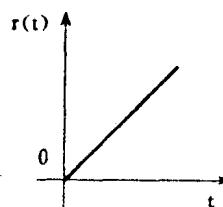


图1-8 斜坡信号

$$R(s) = \rho / s^2$$

斜坡信号是阶跃信号对时间的积分。

(三) 抛物线信号

抛物线信号如图 1-9 所示, 它的数学表达式为

$$r(t) = \begin{cases} At^2/2 & t > 0 \\ 0 & t \leq 0 \end{cases}$$

式中 A 为常数。当 $A=1$ 时, 则为单位抛物线信号。其拉普拉斯变换的形式为

$$R(s) = A/s^3$$

抛物线信号是斜坡信号对时间的积分。



图 1-9 抛物线信号

(四) 脉冲信号

脉冲信号是一种持续时间极短的信号, 如图 1-10 所示, 其数学表达式为:

$$r(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ A & 0 < t < \varepsilon \\ 0 & t > \varepsilon \end{cases}$$

式中 A 是脉冲幅值, ε 是脉冲持续时间。定义脉冲信号所包含的面积为脉冲信号的冲量, 用字母 I 来表示。如果冲量 $I=1$, 并且 $\varepsilon \rightarrow 0$, $A \rightarrow \infty$, 则这种脉冲函数称为单位脉冲函数, 通常又称 δ 函数, 如图 1-11 所示。其数学表达式可直观地写作

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t) dt = 1 \quad \begin{cases} t \rightarrow 0, \delta(t) \rightarrow \infty \\ t \neq 0, \delta(t) = 0 \end{cases}$$

由于实际中不可能获得 $\delta(t)$ 所描述的脉冲信号, 因此, 通常用一个宽度很窄而面积为 1 的窄脉冲来近似, 如图 1-10 中的 $\varepsilon = \frac{1}{A}$ 的脉冲信号。

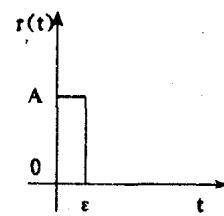


图 1-10 脉冲信号

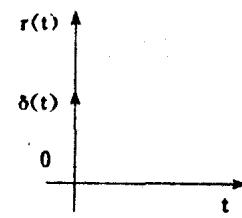


图 1-11 单位脉冲函数

(五) 正弦信号

正弦信号是大家所熟知的, 其图象是正弦波, 如图 1-12 所示。它的表达式为

$$r(t) = A \sin \omega t$$

正弦信号主要用来测量控制系统的频率响应特性, 具体测试方法将在 § 1-4 节中介绍。

上述五种典型测试信号均可由超低频信号发生器产生。但因信号发生器的频率与示波器或函数记录仪的扫描时间较难协调, 所以测试控制系统阶跃响应时的阶跃信号, 可由简单的电路产生, 如图 1-13 所示。它由一只联动按钮和两只电位器组成。按住按钮时, 为负阶跃输出。放开按钮时为正阶跃输出。调节电位器 W_1 和 W_2 可调节阶跃信号的幅值。例如按住按钮时, 调节电位器 W_1 使阶跃输出信号为 -1V, 放开按钮时, 调节 W_2 使阶跃输出信号为 1V。电位器顺时针方向转动、阶跃幅值增加。

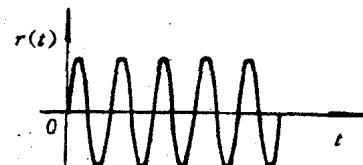


图 1-12 正弦信号

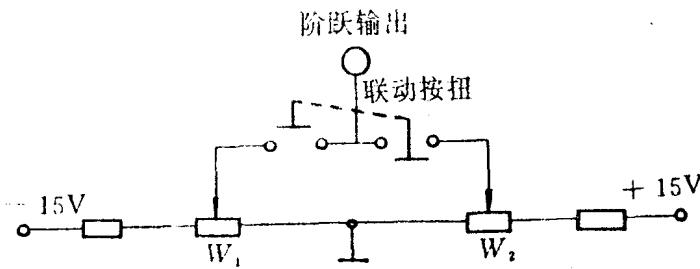


图 1-13 阶跃信号线路图

§ 1-3 控制系统动态特性的时域测试

控制系统的动态特性是指系统在动态过程(过渡过程)中输出量对于输入量的时间函数关系。由于多数控制系统是以时间作为独立变量的,因此系统的动态特性用时域响应来描述更为逼真。对于一个稳定的线性系统,理论分析时,其动态特性通常以系统对单位阶跃输入信号的响应特性来衡量。进行动态实验时,输入阶跃信号的幅值取决于各种实际物理系统的不同要求,实际系统的阶跃响应如图 1-14 所示,系统的动态性能可用该图中所示的性能指标来表征(图中取初始条件为零)。

(一) 上升时间 t_r

对于过阻尼系统它是响应从终值的 10% 上升到 90% 所需的时间。对于欠阻尼系统它是从零上升到终值所需的时间,图 1-14 表示欠阻尼情况。

(二) 峰值时间 t_p

当响应曲线到达第一个峰值所需的时间。

(三) 超调量 $\sigma\%$

响应曲线超过阶跃输入的最大偏离量。通常表示为阶跃响应终值的百分数,即

$$\sigma\% = \frac{C(t_p) - C(\infty)}{C(\infty)} \times 100\%$$

(四) 调整时间 t_s

响应曲线衰减到并停留在终值的某一规定的误差带(2% 或 5%)内所需的时间。

(五) 振荡次数 N

在调整时间内,响应曲线穿越其终值 $C(\infty)$ 次数的一半。

在分析、综合和设计控制系统时,上述性能指标不是全部都要采用的。应根据系统的使用条件和实际情况,只对其中几个认为重要的性能指标提出要求。

对于有些系统,例如自动镇定系统,它的主要任务是维持恒值输出,扰动输入是主要输入,所以常以系统对单位阶跃扰动输入信号的响应特性来衡量动态性能。这时参考输入不变,输出

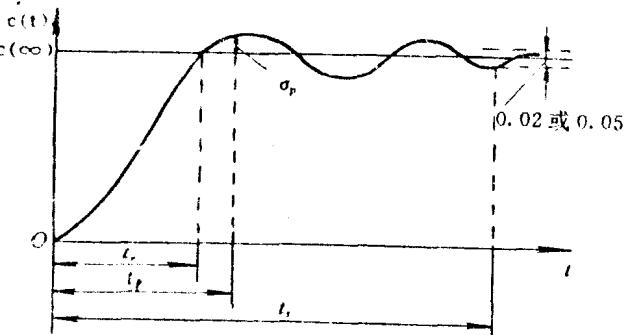


图 1-14 阶跃响应的性能指标

的希望值也不变，响应曲线围绕原来工作点波动，如图 1-15 所示。相应的性能指标就为 t_p 、 t_s 、 σ ，或者再加振荡次数等。

对线性系统可用时域法研究控制系统的动态特性。先对系统加入一个输入信号后，测定系统的输出响应，然后根据此响应曲线，求出系统的数学方程。所加的输入信号一般为阶跃信号。

由于时域法能比较直观地反映系统的动态特性，无需中间转换，实验原理也最简单，因此这是一种基本的测定系统动态特性的方法。

当我们在被测系统的输入端施加一阶跃信号后，系统的输出量也必随着响应。这时，输出量的响应曲线称阶跃响应曲线。这种测试方法的原理图如图 1-16 所示。

测试阶跃响应曲线是通过开关 K 的换接操作，产生正的或负的阶跃信号 $r(t)$ 。与此同时记录仪记下输出 $c(t)$ ，直到被测系统的输出量进入一个新的稳定状态为止。这样便得出一条阶跃响应曲线的原始记录。为消除各种随机干扰的影响，可交替改变阶跃信号的方向，并重复以上步骤多次。

测试时要注意以下情况：

1. 阶跃信号幅值的大小选择应适当考虑。过大会使系统动态特性的非线性因素增大，使线性系统变成非线性系统。太小也会使输出响应曲线不可能清楚的显示或记录下来。
2. 在阶跃信号施加前，应使系统保持相当长的稳定运行。在相同的阶跃幅值输入下，检验被测的正向和反向阶跃响应曲线，如果两者波形和幅值基本一样，即表明系统确为线性；否则须按非线性系统处理。
3. 应恰当选择示波器或函数记录仪的“扫描时间”旋钮，使阶跃响应曲线的波形完整地清楚地显示或记录下来。

§ 1-4 控制系统动态特性的频域测试

系统动态性能指标可用时域的阶跃响应来分析，也可用系统的频率特性来评价。前者的优点是直观逼真；后者对工程分析和设计比较方便，可有效地利用频率特性的图表，而不必求解复杂的解析式，这一点对于无法取得数学模型的某些复杂对象尤为重要。

测试系统的频率特性要比时域响应较为复杂，但频率特性能较准确地反映被测系统的动态特性。这是因为测试频率特性时，被测系统施加一种稳态正弦信号，系统处在稳态。因此外来随机干扰对测试结果的影响比测试时域响应时小得多。此外，对于最小相位系统，在未知系统的传递函数的情况下，则可对感兴趣的频率范围内，通过测试系统的对数幅频特性，并对此

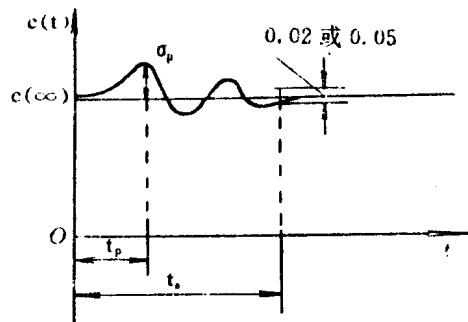


图 1-15 单位扰动输入

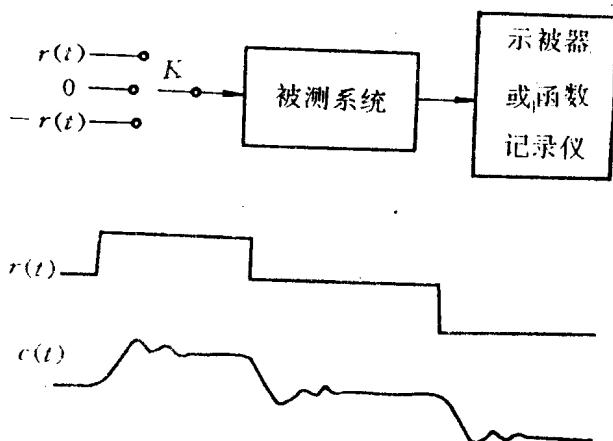


图 1-16 阶跃响应的测试及其波形

作适当的近似处理，即可求出具有一定精度的传递函数。如图 1-17 所示。

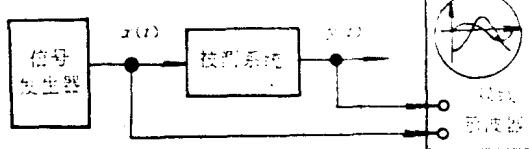
对于稳定线性系统，在其输入端加一正弦信号 $x(t) = X_m \sin \omega t$ 后，其稳定输出的幅值和相位一般与输入信号不同，即 $y(t) = Y_m \sin(\omega t + \varphi)$ ，其幅值和相位随着输入信号的频率变化而变化。因此，测量控制系统的频率特性，就是对被测系统输入某一频率的正弦信号，然后测量其稳态输出与输入的幅值比 $Y_m(\omega)/X_m(\omega)$ 和相位差 $\varphi(\omega)$ ，每改变一次频率，就得到一组幅值比和相位差。若在某频率范围内进行逐步扫频测量，就可以得到此频率范围内的幅频特性

$$|G(j\omega)| = Y_m(\omega)/X_m(\omega) \text{ 和相频特性 } \angle G(j\omega) = \varphi(\omega) \text{ 曲线。}$$

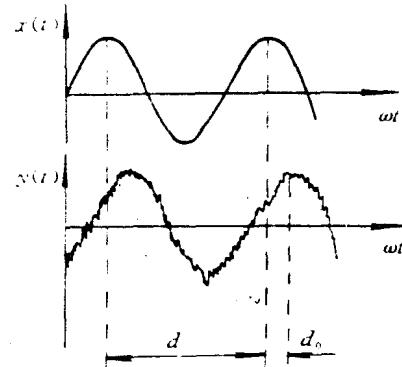
测量控制系统频率特性有很多方法，下面就几种常用的方法作些简要讨论。

(一) 输入输出曲线直接记录法

测试框图如图 1-18(a)所示。正弦信号发生器每固定一个频率 ω ，待输出稳定后，即可以在双线示波器或双线记录仪上获得一组输入输出曲线，如图 1-18(b)所示。其中输出曲线常常夹杂着干扰，因而已不是光滑的正弦曲线了，但是峰值比还是容易确定的。



(a) 方框图



(b) 波形图

图 1-18 直接记录法测试频率特性的原理图

测量幅频特性时，一般为了读取方便，输入和输出的幅值均取其峰峰值，即 $A(\omega) = 2Y_m(\omega)/2X_m(\omega)$ 。测量相频特性时，可测量输入与输出峰值间的距离 d_0 ，并量出输入曲线前后两个峰间的距离 d ，则可得到某一频率为 ω 时的相位差值：

$$\varphi(\omega_i) = -(\frac{d_0}{d}) 360^\circ$$

在上式中，若输出超前于输入，则 $\varphi > 0$ ，符号应取正。这样在测定的频率范围内逐渐改变输入频率 ω ，重复上述测量，就可得到一系列对应不同频率 ω 的幅值比和相位差的值，从而得到被测系统的幅频特性和相频特性曲线。

用直接记录法测量 $A(\omega)$ 和 $\varphi(\omega)$ 需要逐点测量和换算，使用较麻烦，测量精度较低，谐波与噪声抑制能力也较差，因此目前一般已不再采用。

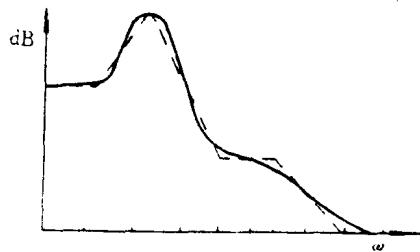


图 1-17 控制系统的对数幅频特性
实线——实测；虚线——渐近折线。

(二)李沙育图形法

将正弦信号作为输入信号，并和被测系统（或环节）的输出分别接到慢扫描示波器的 X 轴和 Y 轴上，如图 1-19 所示，就可以在示波器上显示李沙育图形。设被测系统的输入量 $x(t)$ 和输出量 $y(t)$ 的表达式分别为

$$x(t) = X_m \sin \omega t$$

$$y(t) = Y_m \sin [\omega t + \varphi(\omega)]$$

则李沙育图形的产生如图 1-20 所示。图 1-20(a)为输入输出波形图。图 1-20(b)为输入波形图，将其加在示波器的 X 轴上。图 1-20(c)为输出波形图，将其加在 Y 轴上。若以 t 作为参变量，则随 t 的变化， $x(t)$ 和 $y(t)$ 所确定的点的轨迹，将在示波器屏幕上形成一条封闭的曲线（通常是一个椭圆）。这就是所谓的李沙育图形。

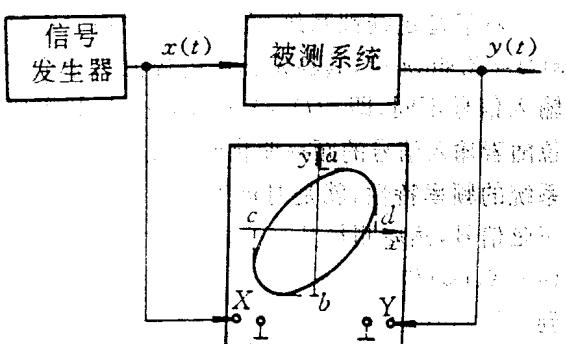


图 1-19 李沙育图形测试频率特性

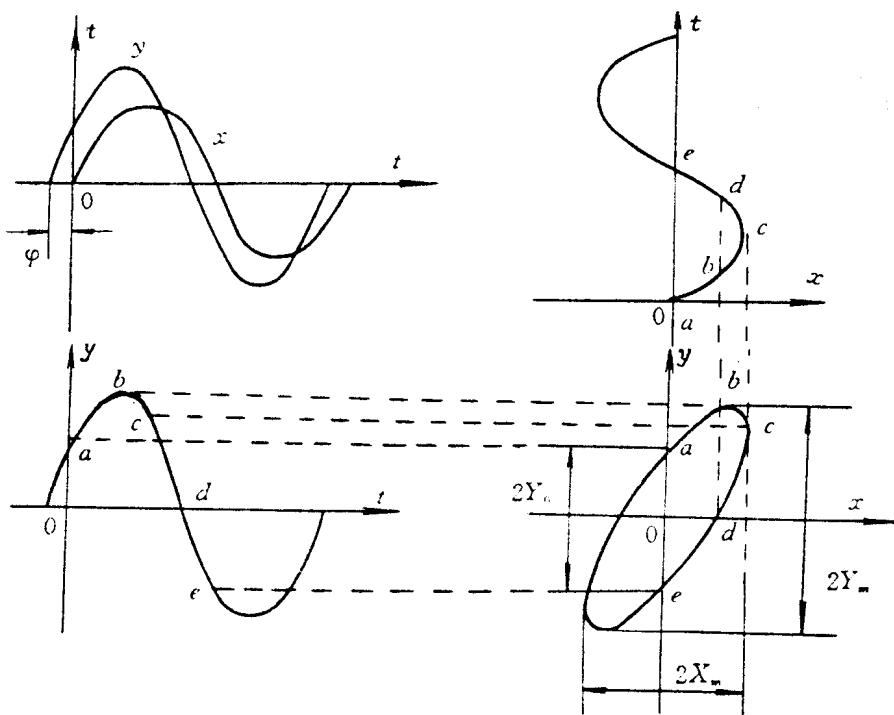


图 1-20 李沙育图形法测试频率原理图

(a) 输入输出波形图；(b) 示波器 X 轴的输入波形图

(c) 示波器 Y 轴的输入波形图；(d) 李沙育图形

如图 1-20(d)所示。由图可知， $t=0$ 时，

$$x(0) = 0$$

$$y(0) = Y_m \sin \varphi(0)$$

由此可得：

$$\sin \varphi(0) = \frac{Y(0)}{Y_m} = \frac{Y_0}{Y_m}$$

即

$$\varphi(\omega) = \sin^{-1} \frac{Y_0}{Y_m} = \sin^{-1} \frac{2Y_0}{2Y_m} \quad (1-1)$$

同理

$$\varphi(\omega) = \sin^{-1} \frac{X_0}{X_m} = \sin^{-1} \frac{2X_0}{2X_m} \quad (1-2)$$

其中： $2Y_0$:椭圆与Y轴交点之间的长度

$2X_0$:椭圆与X轴交点之间的长度

式(1-1)和(1-2)适用于椭圆长轴在第一、三象限；当椭圆长轴在第二、四象限时，相位的计算公式为：

$$\varphi(\omega) = 180^\circ - \sin^{-1} \frac{2Y_0}{2Y_m} \quad (1-3)$$

同理

$$\varphi(\omega) = 180^\circ - \sin^{-1} \frac{2X_0}{2X_m} \quad (1-4)$$

因此，只要量出椭圆和Y轴的交点长度 $2Y_0$ 及椭圆在Y轴上的投影 $2Y_m$ ，即可按椭圆长轴所在的位置分别按(1-1)式~(1-4)式计算出相位差 $\varphi(\omega)$ 。应当指出，输出大多是滞后于输入的，在这种情况下，示波器上的光点作逆时针运动，用上述公式计算的结果需加负号。如果光点是顺时针运动，则输出 $Y(t)$ 超前于输入 $X(t)$ ，计算结果应为正。上述原理可用表1-1来表示。至于 0° 、 90° 、 180° 、 270° 几种特殊情况的李沙育图形，读者可以自己分析。

表 1-1

相角 φ	超前		滞后	
	$0^\circ \sim 90^\circ$	$90^\circ \sim 180^\circ$	$0^\circ \sim 90^\circ$	$90^\circ \sim 180^\circ$
图形				
计算公式	$\varphi = \sin^{-1} \frac{2Y_0}{2Y_m}$	$\varphi = 180^\circ - \sin^{-1} \frac{2Y_0}{2Y_m}$	$\varphi = \sin^{-1} \frac{2Y_0}{2Y_m}$	$\varphi = 180^\circ - \sin^{-1} \frac{2Y_0}{2Y_m}$
光点转向	顺时针	顺时针	逆时针	逆时针

$x(t)$ 和 $y(t)$ 信号分别投影到示波器的X轴和Y轴，测量 X_m 和 Y_m ，并计算幅值比，即

$$A(\omega) = \frac{2Y_m}{2X_m}$$

在某频率范围内逐点改变频率 ω ，重复测量，就可得到相频特性和幅频特性。

$$\angle G(j\omega) = \varphi(\omega) = \sin^{-1} \frac{2Y_0(\omega)}{2Y_m(\omega)}$$