

大學用書

高等結構分析

Advanced Structural Analysis

原著者：Jan J. Tuma, Ph. D. & R. K. Munshi, Ph.D.

唐 山 譯

大學用書

高等結構分析

Advanced Structural Analysis

原著：Jan J. Tuma, Ph. D.

R.K. Munshi, Ph. D.

譯者：唐 山



正文書局印行

中華民國六十九年九月一日出版

高等結構分析

定價二四〇元

編譯者：唐

發行人：黃

開

禮山

發行所：正文書局有限公司

總管理處 台北市和平東路二段三五〇號

電話：七〇八

門市部 台北市重慶南路一段五十九號

電話：三七一〇四三七・三一四六〇〇九

郵政劃撥帳戶第五九六一號

經銷者：全省各大書局

版權所有
翻印必究

本書局登記證字號：行政院新聞局局版台業字第六一八號

原著者序

本書係為數三冊的 [Schaum's Outline Series] 的第二冊，討論線性結構 (linear structures) 的靜力分析。第一冊則討論簡式同平面系統的無向量分析，複式同平面結構的矩陣分析則在本書內討論。同前，理論的敘述充分完整，且由求導和證明支持，因此本書既可作為矩陣結構分析 (matrix structural analysis) 先修課程的教科書，亦可作為這方面的標準教科書或補充材料。

本書列有許多示範問題，對每一章理論部分提出的原理和方法的意義及應用加以說明，同時提出許多有關公式、係數的表，俾教師、學生及工程師能對許多重要問題迅即解出。

由於矩陣分析祇是第一冊引用的基本定理在應用時的特殊型式，因此第一章列有扼要說明的複習問題。其次，兩個基本觀念，靜力向量 (static vector) 和變形向量 (deformation vector) 發展出來 (第二、三章)，它們的線性關係 (linear dependence) 用個別的轉換矩陣表示，由上標字 (系統) 及下標字 (站) 命名，使它們調和一致。

用符號的邏輯集合，本書的主要部分在致力於矩陣分析主要方法的發展和應用；遷移法 (transport method) (第四章)、柔 (撓) 性 (度) 法 (flexibility method) (第五、六、七、八、九章) 及剛勁法 (stiffness) (第十、十一章)，每一種都應在特殊結構系統的分析上。

最後，平面桁架的矩陣分析列在最後一章提出作為前面各章發展的觀念的摘要。故最後一章亦可作為複習的一章，以簡式矩陣型式證明撓性及剛勁法在觀念上的二重性。

本書提出的材料在組織和準備方面，作者曾受許多個人的支援和協助。超過一百位以上大學結構力學的教師參加由本書年長作者指導在奧克拉荷馬大學舉辦的國家科學基金會 (NSF) 夏令講習會試用這種教材。有幾百位奧克拉荷馬大學的學生和工程師出席在學和推廣教育班研讀此項教材。他們之中有許多熱心記錄我們的演講並協助各項問題，係數表及特殊解法的準備工作。由於人數甚多無法一一列舉芳名表示謝忱，唯對下列諸君參與協助謹申感謝之忱：R. J. Ungson, A. J. Celis, K. S. Haver, J. F. Hedges, D. E. Morrisset, D. C. Carman, J. W. Gillespie, C. A. Martin, S. E. French, N. G. Simpson, S. L. Chu, R. J. Larkin, T. I. Lassley, E. R. Sturm, J. O. Cobb, C. Heller, J. W. Harrey, H. C. Boecker, J. T. Oden, C. W. Wu, J. W. Exlime, H. S. Yu, G. D. Houser, J. D. Ramey 和 M. N. Reddy。他們全部都屬於 4B4 級當時出色的工作小組，本書獻給 4B4 級全體同學。

最後，作者還要對 Daniel Schaum, Thomas Dembofsky, Nicola Monti, David Beckwith 和 Henry Hayden 等卓越的編輯作業、鼓勵和持久的精神表示謝忱。

J. J. TUMA
R. K. MUNSHI

高等結構分析

目 錄

第一章 分析原理..... 1

1-1 範圍.....	1
1-2 分析.....	1
1-3 功用和常數.....	2
1-4 基本定理.....	2
1-5 互易及影響定理.....	4
1-6 方法.....	5
1-7 習用符號.....	5

第二章 靜力向量..... 9

2-1 幾何學.....	9
2-2 靜力的因和果.....	10
2-3 線性遷移.....	11
2-4 線性遷移鍊.....	11
2-5 角遷移鍊.....	12
2-6 一般遷移.....	12
2-7 中間載重.....	12
2-8 靜力平衡方程式.....	13
2-9 當量載重.....	14
2-10 紐氏法，部分 I.....	15
2-11 力矩矩陣.....	15

第三章 變形向量..... 23

3-1 元素變形.....	23
3-2 角遷移.....	24
3-3 線性遷移.....	24

3-4	一般遷移	25
3-5	中間元素變形	25
3-6	變形方程式	26
3-7	當量(等效)變形	26
3-8	紐氏法, 第Ⅱ部分	27
3-9	撓曲(度)矩陣	27

第四章 遷移矩陣 35

4-1	觀念	35
4-2	載重效應係數	36
4-3	偏差係數	36
4-4	遷移矩陣的一般性質	37
4-5	習用符號	38
4-6	端條件	38
4-7	遷移鍊(鏈)	38
4-8	應用	41

第五章 撓性矩陣 52

5-1	柔(撓)性法	52
5-2	柔(撓)性矩陣	52
5-3	一致性的條件	53
5-4	系統撓性矩陣的構造	53
5-5	分段撓性矩陣	55
5-6	一般遷移法	58
5-7	一般遷移	60
5-8	連力多邊形	61
5-9	彈性運動學	63
5-10	彈性靜力學	64
5-11	副效應	65

第六章 可變斷面(變動斷面) 81

6-1	被積函數	81
6-2	代數積分法	81
6-3	代換積分法	85
6-4	數字積分法	86
6-5	類比法	87
6-6	矩陣法	87

第七章 連續梁	104
7-1 梁系	104
7-2 分析	104
7-3 三力矩方程式	104
7-4 四力矩方程式	110
7-5 五力矩方程式	112
第八章 彈性拱	121
8-1 拱系	131
8-2 分段撓性矩陣	132
8-3 積分法	136
8-4 矩陣法	138
8-5 單跨度拱	138
8-6 中間條件	138
8-7 彈性中心	138
8-8 彈性環	141
8-9 彈性支承上的拱	142
8-10 彈性支承上的連續拱	143
第九章 剛構架	162
9-1 架系	162
9-2 分析	163
9-3 群撓性矩陣	163
9-4 單跨性構架	165
9-5 多邊(角)環	165
9-6 連力多邊形(索多邊形)	166
9-7 彈性-靜力的類比	167
9-8 多邊環系	169
9-9 一般方法	171
9-10 一般性質	173
第十章 剛勁矩陣	195
10-1 勁度法(剛勁法)	195
10-2 剛勁矩陣	195
10-3 平衡條件	196

10-4	系統剛勁矩陣的構造	197
10-5	分段剛勁矩陣	198
10-6	一般剛勁矩陣	205
10-7	中立(和)點剛勁矩陣	206
10-8	一般斜率-撓度方程式	207

第十一章 複式構架..... 225

11-1	系統	225
11-2	分析	225
11-3	分段剛勁矩陣鏈	225
11-4	結點剛度(結點勁度)	227
11-5	彈性約束	227
11-6	中間鉸	228
11-7	對稱和反對稱	228
11-8	變動(可變)斷面	235
11-9	群剛勁矩陣	235
11-10	一般方法	237
11-11	一般性質	239

第十二章 平面桁架..... 258

12-1	系統	258
12-2	分析	259
12-3	一般撓性法	259
12-4	一般勁度法	263

補充問題答案..... 273

第一章 分析原理

1-1 範圍

本書討論的結構係桿系(systems of bars)(直的, 曲或彎曲的), 連同其載重(負荷、載荷 loads)與反力(reactions)構成了同平面力系(coplanar system)。它們被分類為梁(beams)、拱(arches)、構架(frames)和桁架(trusses), 它們的功能(function)係在負擔載重和抵抗應力(stresses)(由體積變化及支承 supports 的位移 displacement 授予)。

雖然是針對簡單結構系統作基本分析(elementary analysis), 但本書對複雜線性結構(complex linear structures)亦作系統分析(systematic analysis)。線性(linearity)蘊涵全部支配的微分方程式(all governing differential equations)係線性的, 結果, 因(causer)和果(effects)的重疊(superposition)是允許的(定義 1-1, 1, 2)*。

1-2 分析

結構的穩度(穩定性 stability), 強度(strength)及剛度(rigidity)的研究方法稱為結構分析。分析目的當發現結構係形體安定(形體穩定 geometrically stable)時實現, 而且對存在致因所發展的應力和變形(deformations)與容許應力和變形互作比較。

經過分析的結構為一數學模式(數學模型 mathematical model), 由其構件(桿件 members)的形心軸(centroidal axes)、理想約束(constraints)的支承及由假設的記號性的(象徵性的)載重作用代表。

下列配定於此一模式的種種性質採為分析的假定(assumptions of the analysis): (a)模式(型)呈靜力平衡(static equilibrium)狀態, (b)全部載重係逐漸加載而未授予動能(kinetic energy), (c)系統係守恒(conservative), 其性能(performance)與時間無關, (d)結構材料係均質的(homogeneous)、等向性的(isotropic)、連續的(continuous), 且服從虎克定律(Hooke's Law), (e)全部變形皆甚小, 具有彈性、且未改變結構最初的幾何形體, (f)因和果的線性重疊原理為真。

*本書內舉凡定義、方程式、表、節和問題均用羅馬數字處理, 1 指 I 結構分析的理論和問題 1 (Theory and problems of structural Analysis), Jan Tuma, Schaum's Outline Series, 紐約 McGraw-Hill 圖書公司 1969 年出版。

1-3 功用和常數

在分析上四種基本的量不可缺少：(a)幾何的量(形體的量)，(b)靜力的量(statical quantities)，(c)變形及(d)材料常數(material constants)。

幾何的量是位置坐標(position coordinates)(確定桿軸位置和決定靜力與變形向量的位置)與桿橫截面(橫斷面的性質，由固體力學得知。)

靜力的量是作用在(結構上的外力和力矩(載重))，由這些原因在支承點發展的力和力矩(反力)及二桿件以上接合點或平面處或結構桿件斷面上發展的力和力矩稱為應力(應力合力)。

變形定義為結構桿體斷面的線性位移(linear displacements)(撓度或撓曲 deflections)和角位移(angular displacements)。

材料常數為結構材料的彈性模數(moduli of elasticity)和剛度，接合與基礎的彈性常數(spring constants)及體積變化係數(volume change coefficients)。這些常數假設由實驗而得，與時間無關，與靜力和變形向量有線性關係。

1-4 基本定理

結構分析的歷史發展沿着二條不同的路線進行：(A)向量力學(vectorial mechanics)，以靜力平衡原理及變形的幾何學為依據，(B)虛功力學(virtual work mechanics)，以能量守恒原理(能量不滅原理)為依據。

A1 靜力平衡原理

平面結構系統係呈靜力平衡狀態，此時全部各力及全力矩的合力等於零(定義 1.1.3)。

$$\sum F_x = 0 \quad \sum F_y = 0 \quad \sum M = 0 \quad (1.1a)$$

或

$$\sum M_i = 0 \quad \sum M_j = 0 \quad \sum M_k = 0 \quad (1.1b)$$

式中 F_x , F_y 為沿各別坐標軸的力， M 為垂直於結構平面的力矩向量(moment vector)， i, j, k 係任意選定的三個不同的力矩樞(moment poles)。

A2 正交力面積定理 (Normal Force Area Theorem)

直載重桿兩截(斷)面的長度變化等於二截面間的正交力圖的面積除以軸向剛度(axial rigidity) EA (定義 I-5-1)。

$$\Delta_N = \int_0^L \frac{N dx}{EA} \quad (1.2)$$

式中 N = 軸向力， E = 彈性模數， A = 斷(截)面積， L = 二截面間距離。

A3. 剪力面積定理 (Shearing Force Area Theorem)

直載重桿二截面間的剪推力(shearing detrusion)等於這二截面間的剪力圖面積除以抗剪剛度(shearing rigidity) GA/β (定義 I-5-2)。

$$\Delta_v = \int_0^l \frac{\beta V dx}{GA} \quad (1.3)$$

式中 V = 剪力, G = 剛度模數, β = 截(斷)面的形狀因數 (shape factor)。

A4. 力矩面積定理 I (Moment Area Theorem I)

直載重桿的彈性曲線二點 i, j 間的撓曲斜度 (撓曲斜率 flexural slope) 的變化等於此二截面間彎矩圖 (bending moment diagram) 面積除以抗撓剛度 (flexural rigidity) EI (定義 I-5-3)。

$$\phi_{ij} = \int_{x_i}^{x_j} \frac{M dx}{EI} \quad (1.4)$$

式中 M = 彎(力)矩; I = 截(斷)面慣性矩 (moment of inertia)。

A5. 力矩面積定理 II (Moment Area Theorem II)

撓曲彈性曲線一點 i 對另一點 j 作至彈性曲線的切線的偏差 (tangential deviation) 等於過這二點的垂線撓偏差線之間彎矩圖面積的靜力矩除以抗撓剛度 EI (定義 I-5-4)

$$t_{ij} = \int_{x_i}^{x_j} \frac{M(x - x_i) dx}{EI} \quad (1.5)$$

式中 t_{ij} = i 處的正切偏差, x_i 和 x_j 分別為 i 和 j 的坐標。

B1. 虛位移原理-機械系統 (Virtual Displacements Principle-Mechanical system)

一機械系統若全部真力及/或力矩所作的虛功對每一虛位移及約束為零時則呈平衡狀態 (定義 I-7-4-1)。

$$\sum (P_i \delta_i) + \sum (Q_j \bar{\delta}_j) + \sum (R_k \delta_k) + \sum (M_k \bar{\theta}_k) = 0 \quad (1.6)$$

式中 P, Q, R, M = 真載重和反力; $\bar{\delta}_x, \bar{\delta}_y, \bar{\theta}$ = 外虛位移; $(P_i \bar{\delta}_i), (Q_j \bar{\delta}_j), (R_k \bar{\delta}_k), (M_k \bar{\theta}_k)$ 為二向量的純量積 (無向量積 scalar products)。

B2. 虛位移原理-可變形系統 (Deformable System)

可變形平面系統當真外力及/或力矩所作的總虛功等於對配合約束的每一虛位移由真內應力所作的總虛功時便呈平衡狀態 (定義 I-7.4-2)。

$$\sum (P_i \delta_i) + \sum (Q_j \bar{\delta}_j) + \sum (R_k \delta_k) + \sum (M_k \bar{\theta}_k) = \int (\sigma_x \bar{\epsilon}_x + \tau_{xy} \bar{\gamma}_{xy}) dx dy dz \quad (1.7)$$

式中 σ_x, τ_{xy} = 真應力 $\bar{\epsilon}_x, \bar{\gamma}_{xy}$ = 內虛位移 (應變 strains), $(P_i \bar{\delta}_i), (Q_j \bar{\delta}_j), (R_k \bar{\delta}_k), (M_k \bar{\theta}_k)$ 為二向量的純量積。

B3. 虛力原理-可變形系統 (Virtual Forces Principle-Deformable System)

若滿足平衡的每一虛力、力矩和應力系的總外虛功係等於總內虛功時, 可變形平面系便有可和內、外的約束變美的真位移和應變 (定義 I-7.4-3)。

$$\sum (\bar{P}_k \delta_k) + \sum (\bar{Q}_j \theta_j) + \sum (\bar{R}_k \delta_k) + \sum (\bar{M}_k \theta_k) = \int (\bar{\sigma}_x \epsilon_x + \bar{\tau}_{xy} \gamma_{xy}) dx dy dz \quad (1.8)$$

式中 $\bar{P}_j, \bar{Q}_j, \bar{R}_k, \bar{M}_k$ = 虛載重及反力, $\bar{\sigma}_x, \bar{\tau}_{xy}$ = 虛應力, $(\bar{P}_j, \delta_j), (\bar{Q}_j, \theta_j), (\bar{R}_k, \delta_k), (\bar{M}_k, \theta_k)$ 係二向量的純量積。

B4. 卡氏定理 I (Castigliano's Theorem I)

若一組載重作用在線性彈性結構上, 應變能 U 表為作用點及在其作用方向的位移之函數。 U 對這些位移 Δ_j 的偏導數 (partial derivative) 等於對應載重 (應力) F_j (定義 I-9-1)。

$$\frac{\partial U}{\partial \Delta_j} = F_j \quad (1.9)$$

B5. 英氏定理 I (Engesser's Theorem I)

若一組載重作用在可變形結構上, 補助能 (complementary energy) U^* 表為這些載重的函數, U^* 對這些載重之一 (應力) F_j 的偏導數等於作用點及在 F_j 方向的位移 Δ_j (定義 I-9-2)。

$$\frac{\partial U^*}{\partial F_j} = \Delta_j \quad (1.10)$$

至於線性結構, $U = U^*$

1-5 互易及影響定理 (Reciprocal And Influence Theorems)

C1. 麥氏-莫氏互易定理 (Maxwell-Mohr's Reciprocal Theorem)

分別在點 i 和 j 受二單位原因的彈性結構, 因原因在 j 沿方向 j' 作用引起 i 處在 i' 方向的位移等於因在 i 沿 i' 方向作用引起 j 在 j' 方向的位移 (定義 I-7-9)。

$$\Delta_{ij} = \Delta_{ji} \quad (1.11)$$

C2. 虛功機構作為影響線 (Virtual Work Mechanism as Influence Line)

現在移動靜定結構 (statically determinate structure) 在 i 處的約束, 在此處效果為所需, 并由對應反力或應力代替它, 機構 (mechanism) 因而形成, 如虛功位移狀態和其餘約束媲美, 便產生了一種圖形, 圖形按比例決定所需影響線, 代表在 i 處因一單位力越過結構時產生的個別效應 (定義 I-11-5)。

C3. 莫氏-伯氏原理 (Miiller-Breslau Principle)

在靜不定彈性結構 (statically indeterminatic elastic structure) i 處的反力或應力的影響線, 按比例決定它的彈性曲線, 此曲線可移動對應於反力或應力的約束并在原處採用可和其餘約束媲美的對應約束求得 (定義 I-11-5)。

C4. 撓度的影響線 (Influence Lines for Deflection)

在彈性結構 i 處沿 i' 方向因一垂直於任何可能位置的運動路線的單位力引起的撓度的影響線為該結構因一單位力在 i 處沿 i' 方向所生的彈性曲線(定義 I-11-6)。

C5. 斜度(率)的影響線 (Influence Lines for Slope)

彈性結構 i 處因一垂直於全部可能位置的運動路線的單位運動力引起的彈性曲線, 其斜率的影响線為該結構因在 i 處的單位力矩作用而生的彈性曲線(定義 I-11-7)。

1-6 方法(Methods)

因三個單獨的群(A, B, C)代表的十五個定理構成了結構分析的基礎, 它們的應用獲致大量不同的方法。

不管它們的名稱如何, 這些方法每一個均屬於下列各類之一:

- (1) 遷移法 (transport methods) (第 I-6 章)
- (2) 柔性法 (flexibility methods) (第 I-8 章)
- (3) 勁度(性)法 (stiffness methods) (第 I-10 章)

柔度(性)法及勁度(性)法(剛勁法) 是分析的最基本和廣泛的方法, 適用於任何結構系統。這些方法的系統發展和它們的矩陣(matrix)適合於大型結構分析用, 將在下面各章提出。

1-7 習用符號 (Sign Conventions)

通用的有二種標準的習用符號。它們稱為撓(柔)性習用符號及勁度習用符號。

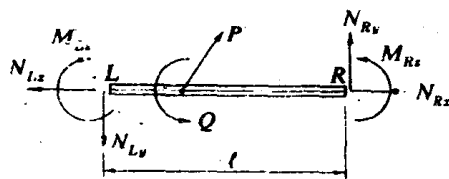


圖 1-1 正應力, 柔性法

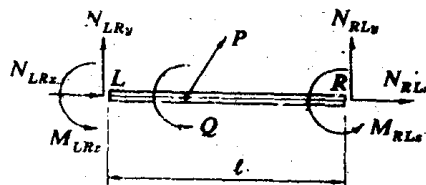


圖 1-2 正應力, 勁度法

1. 端應力向量(End Stress Vectors), 柔性法

在桿 LR 的正端應力向量(圖 1-1) 為

$$\sigma_L = \{N_{Lx}, N_{Ly}, M_{Lx}\} \quad \sigma_R = \{N_{Rx}, N_{Ry}, M_{Rx}\} \quad (1.12)$$

式中 N_x, N_y, M_x 分別為正交力(Normal force)、剪力和彎力矩。下標字 L 和 R 分別表示左和右。

2. 端應力向量, 勁度法

桿 LR (圖 1-2) 的正端應力向量為

$$\sigma_{LR} = \{N_{LRx}, N_{LRy}, M_{LRx}\} \quad \sigma_{RL} = \{N_{RLx}, N_{RLy}, M_{RLx}\} \quad (1.13)$$

式中 N_x, N_y, M_x 及 L, R 與 (1-12) 中具相同意義。

3. 端位移向量, 柔性法

在桿 LR (圖 1-3) 的正端位移向量為

$$\Delta_{LR} = \{\delta_{LRx}, \delta_{LRy}, \theta_{LRx}\} \quad \Delta_{RL} = \{\delta_{RLx}, \delta_{RLy}, \theta_{RLx}\} \quad (1.14)$$

式中 δ, θ 分別為線性位移和角位移 (angular displacement)。下標字 x 和 y 分別為平行於 X, Y 軸的位移分力 (位移分量)。

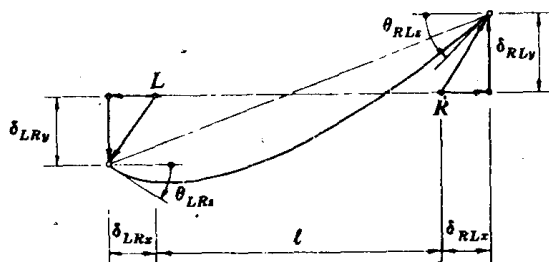


圖 1-3 正位移，柔度法

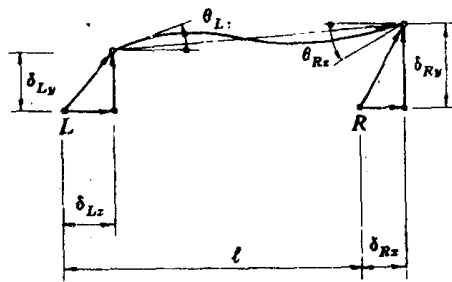


圖 1-4 正位移，勁度法

4. 端位移向量，勁度法

在桿 LR (圖 1-4) 中正端位移向量為

$$\Delta_L = \{\delta_{Lx}, \delta_{Ly}, \theta_{Lz}\} \quad \Delta_R = \{\delta_{Rx}, \delta_{Ry}, \theta_{Rz}\} \quad (1.15)$$

式中 δ, θ 及 x, y 具有與 (1-14) 相同的意義。

5. 關係

各別向量的比較獲得下列關係：

$$\begin{aligned} \sigma_L &= -\sigma_{LR} & \sigma_R &= \sigma_{RL} \\ \Delta_L &= -\Delta_{LR} & \Delta_R &= \Delta_{RL} \end{aligned} \quad (1.16)$$

故右邊向量在二種方法中具相同符號。至於左邊向量，相反者為真。

複習問題

下列問題為最重要話題提出簡明扼要的說明，它的知識是研習本書教材須預先準備的。

1-1. 靜力平衡——梁

計算簡支梁 (simple beam, 問題 I-1-1), 懸臂梁 (cantilever beam, 問題 I-1-2), 有伸臂 (overhang) 的簡支梁 (問題 I-1-4) 及複合梁 (compound beam) (問題 I-1-11) 的反力。

1-2 靜力平衡——三鉸拱 (three-hinged arches) 和構架

計算三鉸拱和三鉸構架內鉸 (internal hinge) 的反力和力 (問題 I-1-18 及 I-1-19) (I-1-20)。

1-3 梁中應力——基本觀念

(a) 說明正交力、剪力及彎矩的定義 (定義 I-1-5 至 I-1-7)。

(b) 導出微分 and 不同載重—應力關係 (方程式 I-2-3 至 I-2-5)。

(c) 導出積分的載重—應力關係 (方程式 I-2-6)。

1-4 梁中應力——方程式和圖

列出靜定梁的應力方程式并求作應力圖 (問題 I-2-7, I-2-19, I-2-33, I-2-40)

1-5 構架及拱中應力——方程式及圖

列出靜定構架和拱的應力方程式并求作應力圖 (問題 I-3-2, I-3-5, I-3-21 及 I-3-32)。

1-6 桁架 (trusses) 中應力——主要方法

討論接點及斷面法并由二種方法解標準平面桁架 (第 I-4-7 及 I-4-8 節, 問題 I-4-1 及 I-4-2)。

1-7 彈性曲線——懸(伸)臂梁

計算撓曲彈性曲線 D 處的斜度和撓度(問題 I-5-4)

1-8 彈性曲線——簡支梁

(a) 計算撓曲彈性曲線的端斜度(問題 I-5-12)。

(b) 計算最大撓度的位置和大小(問題 I-P-5-14)。

(c) 導出負載如圖示簡支梁撓曲彈性曲線端角偏差的分析算式：表 I-P-5-38, 狀況 1; 表 I-P-5-39, 狀況 4; 及表 I-P-5-40, 狀況 1。

1-9 虛功——麥氏——莫氏法

用單位假置載重 (dummy load) 法計算橋門構架 (portal frame) 的端位移(問題 I-7-5)。

1-10 柔度法——觀念

定義與柔度分析法有關的下列名詞：(a) 基本結構，(b) 補助結構，(c) 一致性 (compatibility)，(d) 正 (直接) 柔度，(e) 間接柔度，(f) 載重柔度 (第 I-8-1, I-8-4 至 I-8-6 節)。

1-11 弓形柔度——直桿

導出固定斷面懸臂及簡支曲形梁弓形柔度的分析計算式(表 I-8-1 及 I-8-3)。

1-12 弓形柔度——曲桿

導出固定斷面懸臂及簡支曲梁弓形柔度的分析算式(表 I-8-2 及 I-8-4)。

1-13 柔性矩陣的性質

確定全部柔性矩陣的共同性質(定義 I-8-7 至 I-8-9)。

1-14 二鉸構架及拱

列出二鉸構架(問題 I-P-8-4)及二鉸拱(問題 I-P-8-5)的一致性方程式。

1-15 三力矩方程式

導出固定斷面連續梁 (continuous beam) 的三力矩方程式 (three-moment equation) (問題 I-8-10) 並列出此梁的柔性矩陣方程式 (flexibility matrix equation) (問題 I-8-11)。

1-16 彈性——靜力類似 (elasto-static analogy)

證明平面斷面性質及固定構架柔度間的類似性(問題 I-9-4)。

1-17 柱類似 (column analogy)

用前述問題中導入的彈性—靜力類似分析人字構架 (gable frame) (問題 I-9-7)。

1-18 勁度法——觀念

定義與勁度分析法有關的名詞：(a) 基本結構，(b) 補助結構，(c) 直接勁度，(d) 間接勁度，(e) 載重勁度 (第 I-10-1 至 I-10-3, I-10-5 節)。

1-19 弓形勁度——直桿

導出固定斷面直桿的弓形勁度 (segmental stiffnesses) 的分析式(表 I-10-1)。

1-20 斜度——撓度方程式

導出固定斷面直桿的斜度—撓度方程式 (slope-deflection equation) (第 I-10-9 節)。

1-21 勁度矩陣的性質

定義全部勁度矩陣共同的性質(定義 I-10-7 至 I-10-5)。

1-22 三斜度方程式 (three-slope equation)

導出固定斷面連續梁的三斜度方程式(問題 I-10-3) 並列出此梁的勁度矩陣方程式(問題 I-10-4)。

1-23 接合力矩的分布(Distribution of Join Moments)

導出接合力矩分布常數並討論逐次求近法(successive approximation)的有關數字方法(問題 I-10-8 及 I-10-9)。

1-24 用柔度法求勁度

用同一桿的直接、間接和載重柔度表固定斷面直桿的勁度因數及固定端力矩(表 I-P-10-15 及 I-P-10-16)。

1-25 柔性和勁性矩陣的雙重性(duality)

證明柔度和勁度法的雙重性(問題 I-10-14)。

第二章 靜力向量

2-1 幾何學

在結構的矩陣分析中導入二坐標軸系：

- (a) 參考系 (reference system) (總體系 Global System), 任意選擇一組直角坐標軸 (正視坐標軸 orthogonal axes) X^0, Y^0, Z^0 。
 (b) 桿件系 (構件系 member system) (局部系 local-system), 由各別桿件的主軸 X^i, Y^i, Z^i 求得。

第一系統的方向係**固定的**, 且為結構全部所共有, 而第二個系統則對桿件斷面旋轉和側移 (translates), 對研究討論的每一站都是特定的。

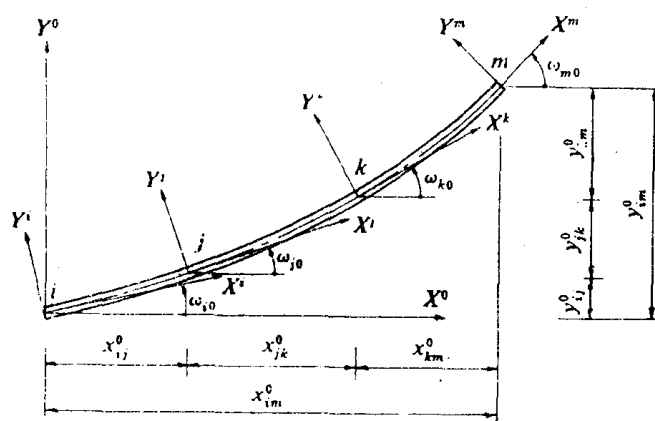


圖 2-1 平面桿 (Planar Bar) 的幾何學 (圖形)

與這些系統有關的結合、支承或斷面的**位置坐標** (position coordinates) 為有向段 (有向弓形 directed segments), 使

$$x_{ij}^0 = -x_{ji}^0 \quad y_{ij}^0 = -y_{ji}^0 \quad z_{ij}^0 = -z_{ji}^0 = 0 \quad (2.1)$$

及

$$x_{ij}^i = -x_{ji}^i \quad y_{ij}^i = -y_{ji}^i \quad z_{ij}^i = -z_{ji}^i = 0$$

其中上標字, 第一個和第二個下標字分別指示系統、原點及位置 (圖 2-2 下圖)。這些關係說明對任何生滅點 (doublet of points) 為真且對 i 和 j 皆完整。