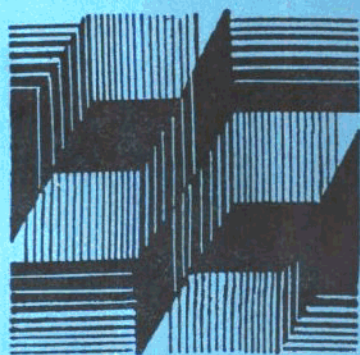


自动控制工程基础

学习指导书

高金源 牛振冬 夏国平 编

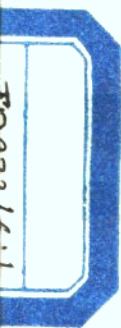


Z

I DONG KONG ZHI

GONG CHENG JI CHU

XUE XI ZHI DAO SHU



自动控制工程基础 学习指导书

高金源 牛振冬 夏国平 编

中央广播电视大学出版社

(京)新登字163号

自动控制工程基础学习指导书

高金源 牛振冬 夏国平 编

中央广播电视大学出版社出版

新华书店北京发行所发行

首都师范大学印刷厂印装

开本787×1092 1/16 印张6.75 千字170

1992年2月第1版 1994年10月第4次印刷

印数: 17501~23000

定价: 4.45 元

ISBN 7-304-00668-4/TP·33

前 言

自动控制工程基础是为中央广播电视大学机电一体化专业学生设置的一门技术基础课。研究的主要对象是自动控制系统的基本规律及分析、设计的基本方法,是自动控制学科中最基础的,但同时也是当前机电一体化工程中应用较为普遍的内容,这些内容也是进一步学习的基础。

依据中央广播电视大学制定的教学大纲的要求,本课程强调基本概念、基本规律及其物理本质的论述,分析计算方法则大量采用了典型化、图解化、近似化的处理,具有明显的工程性。通过本课程的学习,要求学生能够正确理解和运用课程中讲述的基本概念,初步了解和掌握控制系统的基本分析及工程计算方法。本课程前后内容联系密切,系统性强,学生在学习过程中要不断复习学过的内容,注意其连贯性。

针对电视教学的特点,我们编写了这本自动控制工程基础学习指导书,以供学生在学习过程中配合录像课及主教材使用。本书是按照教学顺序,逐章明确学习的基本要求,对主要内容作了提要说明和适当补充,并通过较多的例题,阐述了如何运用基本理论及方法来分析解决问题的思路及步骤。书中最后附有实验指导书。

参加本书编写工作的有:北京航空航天大学高金源(第一、六章)、中央广播电视大学牛振冬(第二章)、天津广播电视大学夏国平(第三、四、五章)、中央广播电视大学刘晓晴(实验一、三、六)。

书中错误及不当之处,敬希指正。

编 者

目 录

第一章	自动控制系统的一般概念.....	(1)
第二章	自动控制系统的数学模型.....	(6)
第三章	控制系统的时域分析与根轨迹.....	(20)
第四章	控制系统的频域分析.....	(35)
第五章	控制系统的校正.....	(50)
第六章	计算机控制的基本知识.....	(66)
附 录	自动控制工程基础实验指导.....	(94)
实验一	典型环节的电模拟及一阶、二阶系统的阶跃响应分析.....	(94)
实验二	时间响应与根轨迹的计算机辅助分析与绘图.....	(97)
实验三	频率特性的测试.....	(99)
实验四	频率响应的计算机辅助分析与绘图.....	(103)
实验五	串联校正网络的计算机辅助设计与绘图.....	(104)
实验六	随动系统或调速系统的动态过程及其校正.....	(105)

第一章 自动控制系统的一般概念

一、基本要求

1. 能从经常接触的实例中,明确自动控制的任务、自动控制的过程和原理;
2. 正确理解三种控制方式,特别是反馈控制的概念;
3. 初步了解控制系统的基本组成以及各组成部分的功能、系统中各变量的名称和含义等。

二、内容提要

(一) 自动控制的任務

自动控制就是在没有人直接参与下,利用控制装置使被控对象自动地按预定的规律运动的一种控制。

被控对象一般是指需要给以控制的生产机械或技术装置,它是自动控制系统的主体,它的工作状况能否按预定规律变化是控制的基本任务,因此,了解一个系统,首先应该明确被控制对象是什么,它的哪种工作状况需要进行控制。被控制对象可以是复杂很庞大的生产机械,如轧钢机、机床、起重机、化工反应塔、飞机、轮船、导弹、卫星,也可能是很小的机构,如记录仪、录像机的磁头等。描述被控制对象工作状况的,可以是不同的物理及化学量,如转速、位置、温度、压力、流量等。进一步说,被控制对象不仅可以是上述例举的具体装置与设备,也可以进一步扩大到人类生活的其它领域,如整个社会的经济发展,人口控制,商品流通和供应等。因此,自动控制已日益深入到整个社会几乎无所不包的各个领域。

控制装置是指被控对象之外的自动控制系统的其它部分,通常包括测量、变换、运算、放大及执行等部分。对于具体系统,承担某一功能的部件可能是较复杂的装置,也可能是较简单的部件,也可能某一具体部件同时完成几种功能,故差别较大。

(二) 三种控制方式及其原理

应从控制系统中信号的传递流动和控制的基本原理来了解不同控制方式的特点。

如果在系统里,信号呈现往复循环的闭环传递流动,系统实际测量的相当于对给定值的偏差,并用偏差来产生控制作用,这种控制称为按偏差控制或负反馈控制。应注意,为了形成偏差信号,被控量的反馈应是负反馈。闭环控制系统的基本特征是“检测偏差,纠正偏差”,如图1-1(a)所示。

如果信号在系统里只呈单向的传递,系统实际上只接收或测量指令信号并用来产生控制作用,这种控制系统称为开环控制,如图1-1(b)所示。如果测量的只是干扰,则称该系统为按干扰的补偿开环控制,如图1-1(c)所示。

闭环系统的主要优点是可以提高系统输出跟踪输入的精度,但系统复杂,并且还会产生精度与系统稳定工作之间的矛盾。开环控制正好相反,系统简单,没有稳定性问题,但它的精度

较低,特别是由于某种原因使被控量偏离期望值时,系统难以及时加以纠正。

如果把闭环控制和开环控制组合起来,即形成复合控制,它兼有开环及闭环控制的优点。

图 1-1(d) 表示的是闭环控制与按干扰开环控制构成的复合控制。

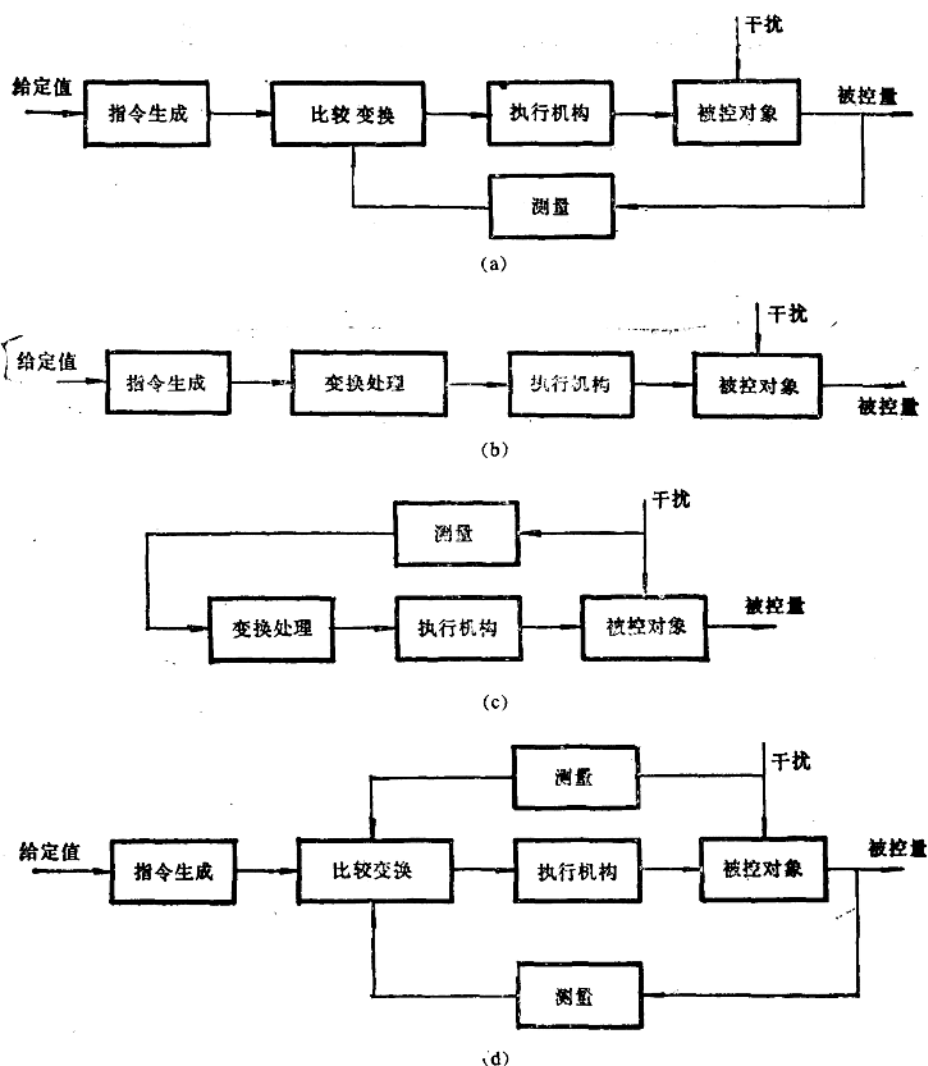


图 1-1 控制方式结构图

(三) 自动控制系统的基本组成

闭环自动控制系统的典型组成结构如教材中的图 1-10 所示。其中除被控对象外的执行部件、放大变换部件、校正装置(控制器)、反馈部件、比较部件、控制指令生成部件的总称为控制装置。

(四) 自动控制系统的分类

控制系统的分类方法很多,最常见的分类方法是按系统输入量的特征来分类:

自动调节系统(恒值控制系统),它的基本特征是输入量为一恒值,要求系统维持输出量

不变。

伺服跟踪系统,它的基本特征是,输入量是难以确定的任意变化的量,系统的基本任务是控制输出量能及时平稳地复现输入量。

程序控制系统,它的输入量是可以事先知道变化规律且已编制为程序的量,系统的基本任务是控制系统精确复现上述已编制成程序,且按一定规律变化的输入量。

控制系统如果按控制器实现方式,又可分为模拟式连续控制系统及计算机控制系统。

不同的控制系统,由于系统的任务及目的不同,设计时需要考虑的问题就有所不同。如自动调节系统,在工作过程中主要考虑的问题是要求对干扰有足够的镇定抑制的能力。对伺服跟踪系统,主要考虑的问题是如何较快较精确地复现输入信号,抗干扰问题则处于次要地位。

三、例题分析

例 1-1 带钢连轧机架轧辊转速控制系统如图 1-2 所示。试简要分析系统的工作原理,并画出系统的原理方块图。

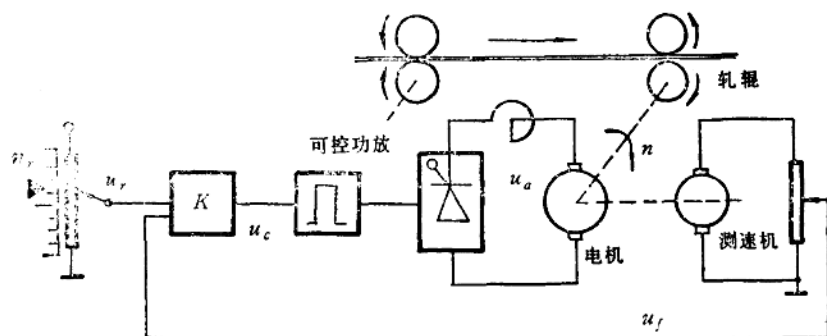


图 1-2 带钢连轧机架轧辊转速控制系统

解 连轧机在轧钢过程中,通过各机架的带钢必须保持秒流量相等,否则将会出现拉钢或叠钢现象,影响产品质量。为此就要求各机架的轧辊的转速保持一定的比例。对某机架的轧辊来说即要求保持其转速恒定。这就是该系统的主要目的。显然,在该系统里,被控对象是轧辊,被控量是轧辊的转速 n 。系统中其余部分即为控制装置。其中直流电机是执行部件,它直接拖动轧辊转动;电机是由可控整流装置供电的,故整流装置相当于信号变换及放大部件;要求的转速值 n_r 是由电位计以电压 u_r 给出的,所以,它是指令生成部件, u_r 是指令信号;轧辊的实际转速是由与电机同轴的测速发电机测量的,并以电压 u_f 输出,故它是反馈测量部件;图中放大器 K ,实现了指令信号 u_r 与反馈信号 u_f 的比较以及所产生的误差信号的放大处理,它相当于比较部件及控制器(校正装置)。在被控对象上,由于钢材厚度及质地的变化,使轧辊的转速不能保持恒定,这相当于有外界负荷干扰作用于系统。

按着信号流动顺序,将受控对象置于最右方,指令机构置于最左端,则可得图 1-3 所示系统原理方块图。

该系统的控制过程是这样的,如果由于负荷干扰的变化使轧辊转速下降了,随之测速机测

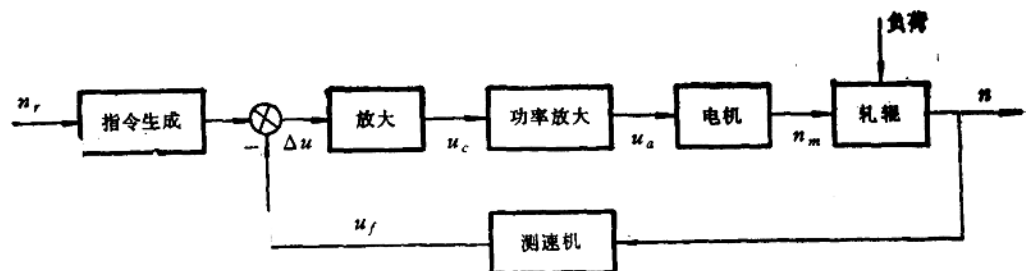


图 1-3 控制系统原理方块图

得的输出电压 u_f 也下降, 误差 $(u_r - u_f)$ 上升, 可控硅整流输出电压 u_a 增大, 从而使电机拖动轧辊增速, 并直到使轧辊的转速等于期望的转速时为止, 完成了控制作用, 补偿了扰动对被控量的影响。由上述控制过程可看出, 信号在系统里呈闭环循环流动, 并用偏差来产生控制作用, 故该系统是按偏差控制的负反馈控制系统。

例 1-2 (教材习题 1-2) 液体水位高度控制系统如图 1-4 所示, 试说明系统的工作原理, 并画出系统的原理结构图。

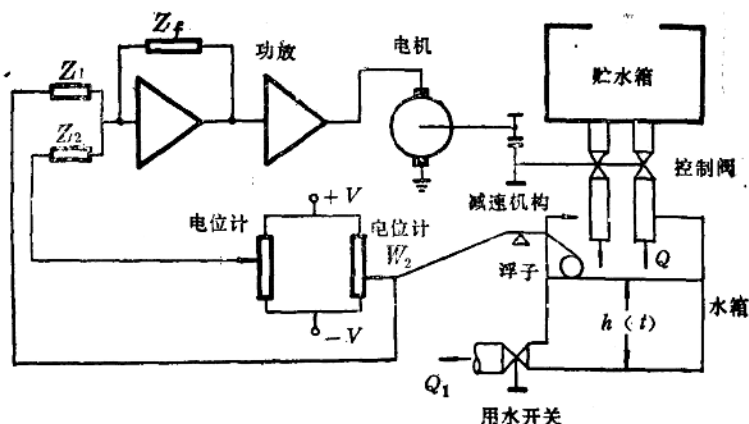


图 1-4 液体水位高度控制系统

解 系统的基本任务是保持水箱中水位高度等于期望的高度。显然, 系统的被控对象是水箱, 被控量是水位高度 h 。影响水箱中水位高度的扰动量是用水量 Q_1 的变动。系统的控制量是进水伐门的开度, 它的大小由直流电机控制, 所以, 可以认为电机是控制的执行机构, 而电机由功率放大器驱动, 它可看作是信号的放大变换装置; 图中的浮子及电位计 W_2 是水位高度的测量装置, 实际水位高度由电位计 W_2 以电压输出, 电位计 W_1 是控制信号发生器, 它的输出电压是控制指令信号, 上述两个电位计的信号以相反的符号送入前级的运算放大器进行综合, 产生误差信号, 同时并依 Z_f 及 Z_1, Z_2 的特性对差值信号进行处理变换, 故该放大器可以看作是校正装置(或控制器)。

与例 1-1 类似, 按着信号的传递顺序, 可画出该系统的原理方块图, 如图 1-5 所示。

系统的控制过程是这样的, 当用水流量 Q_1 一定时, 如期望水位保持一定高度, 此时可以由电位计 W_1 设置一定的控制指令信号, 如果此时水箱的实际高度与要求不符(譬如低于要求的

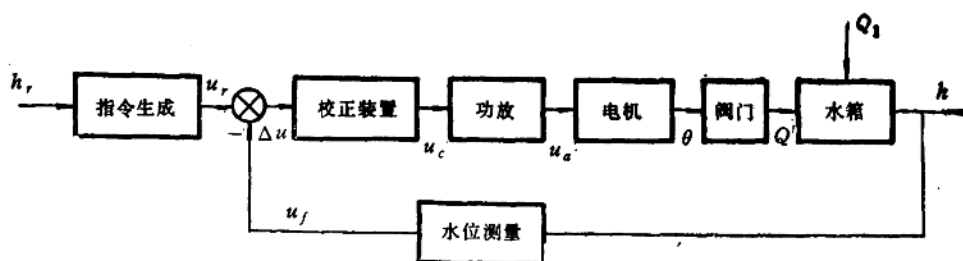


图 1-5 水位控制系统原理方块图

高度), 电位计 W_2 测得的电压将低于控制电压, 在综合放大器里产生正的误差信号, 并进而通过功放驱动电机使控制伐门开度增大, 从而进水流量 Q 增大, 水位高度便逐渐升高, 当实际高度等于期望高度时, W_1 及 W_2 的输出电压相等, 误差为零, 电机停转, 控制伐门保持一定开度, 进水与出水量相等, 从而维持给定的水位高度。当用水量 Q_1 有变化时, 由于进水量 Q 不变, 水位高度便随之产生变化, 电位计 W_2 测得的电压亦变化, 从而产生一定的误差信号并通过功放驱动电机, 调节控制伐门的开度, 增大或减小流量, 以保持水位高度不变。

由上述控制过程可以看到, 在系统里信号呈闭环流动, 并用被控量与输入量的误差去产生控制作用, 故该系统是用偏差控制的负反馈闭环控制系统。

第二章 自动控制系统的数学模型

一、基本要求

1. 了解数学模型的概念及数学模型在控制工程中的重要意义;
2. 了解建立环节及系统动态微分方程的一般方法;
3. 了解简单非线性特性及小偏差线性化的方法;
4. 熟悉拉普拉斯变换的定义和基本定理,掌握运用拉氏变换解线性微分方程的方法;
5. 正确理解和熟悉传递函数的定义、性质;
6. 正确理解典型环节传递函数的基本概念,掌握解析法求取简单环节传递函数的方法;
7. 掌握由系统微分方程组建立动态结构图的方法;
8. 掌握结构图变换的基本法则并了解梅逊公式的应用,能熟练地通过结构图等效变换求出系统的传递函数。

二、内容提要

教材中介绍了微分方程、传递函数和动态结构图三种数学模型。

同一个系统的输入、输出变量及内部各中间变量之间的动态关系,可以用微分方程描述,也可以用传递函数或动态结构图描述。三种数学模型是三种不同的表示方法,相互之间有着密切的联系。

(一) 线性微分方程的列写及非线性特性的线性化处理

要能正确地列写系统微分方程,需要掌握微积分等有关数学知识。同时要对被研究系统的工作原理有透彻的了解。同学们在学习本课程之前已学习过高等数学,具备了必要的数学知识,对于教材中列举的例子,例如电路、电机及由它们构成的系统,它们的工作原理,同学们也在相关课程中学过。将来在实际工作中遇到的系统,可能会比教材中介绍的例子类型广泛些,结构复杂些。到那时候会有机会去专门熟悉被研究的控制对象和系统,或有专人负责提供其数学模型。

严格说来,构成实际控制系统的元部件都不同程度地存在着非线性特征,描写这些非线性关系需要用非线性微分方程。所谓的线性系统是指构成系统的元部件在一定条件下或一定的工作范围内具有线性特性,因而可用线性微分方程描述。解线性微分方程要比解非线性微分方程容易得多,因而在工程实际中常将非线性特性在允许的工作范围内近似为线性特性,这就使问题得到了简化。

(二) 用拉普拉斯变换解线性微分方程

对于一个线性系统,当已经列出了或已经给定了描述它的微分方程以后,要求出系统的时间响应函数,就要解系统方程。用拉普拉斯变换解方程的方法和步骤是:

1. 对微分方程的各项进行拉氏变换;

2. 解变换方程, 即对变换后的方程进行整理, 求出待求变量的象函数表达式;
3. 将待求变量的象函数表达式展开成部分分式;
4. 确定各部分分式的待定系数;
5. 求出各部分分式对应的原函数, 也就得到了待求的时间响应函数。

要想较为熟练地应用拉氏变换解线性微分方程, 除熟悉拉氏变换的定义以外, 要熟悉典型函数的拉氏变换、拉氏变换的基本定理、部分分式展开及求待定系数的方法, 对于较为复杂的函数, 会查拉氏变换表较快得到答案。

(三) 传递函数

传递函数是在用拉氏变换求解线性微分方程的基础上得到的一个重要概念, 并且成了经典控制理论中用得最多的一种数学模型。

1. 传递函数的定义与性质

线性系统的传递函数定义为零初始条件下线性定常系统输出的拉氏变换与输入的拉氏变换之比。

传递函数有如下性质:

传递函数能反映输出量与输入量之间的动态联系, 但反映不出系统内部各中间变量之间的相互关系。

传递函数反映的是输入、输出初始值均为零条件下的系统动态特性, 在初始条件不为零时, 系统输出响应中还包括了与非零初始条件相对应的部分, 而传递函数反映不出这一部分, 因而它反映的不是输出响应的全貌。

传递函数完全由系统的结构、参数确定, 与输入信号的形式无关, 但与输入量、输出量引入引出的位置有关。输入量、输出量位置变化表现在传递函数上是分子不同, 而传递函数的分母则不变。

2. 系统传递函数的求取

求取系统的传递函数有几种不同的方法, 本课程教材中主要介绍了由系统微分方程和动态结构图求传递函数两种方法。在有的情况下, 需要根据系统微分方程建立动态结构图, 这时可由动态结构图求传递函数。有的情况下不需要建立动态结构图, 也可直接由系统微分方程求传递函数。

3. 控制系统的几种典型传递函数

一般地讲, 系统传递函数多是指闭环系统输出量对输入量的传递函数。但是严格说来, 系统传递函数是个总称, 它包括几种典型传递函数。以图 2-1 所示系统为例, 几种典型传递函数

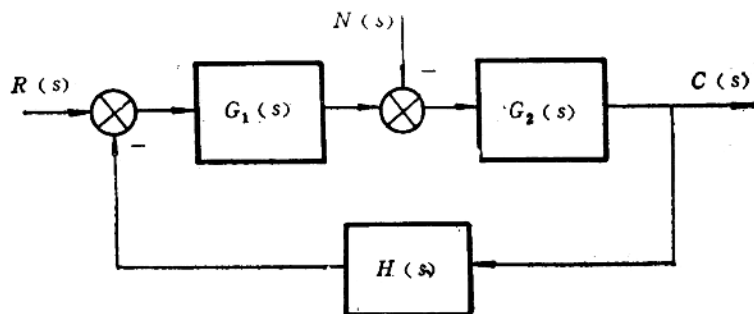


图 2-1

的定义如下:

(1) 开环传递函数

$$\frac{B(s)}{E(s)} = G_1(s)G_2(s)H(s)$$

闭环传递函数又可分为

(2) 输出量对控制量的闭环传递函数

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{G_1(s)G_2(s)}{1 + G_1(s)G_2(s)H(s)} \quad (N(s) = 0)$$

(3) 输出量对扰动量的闭环传递函数

$$\frac{C(s)}{N(s)} = \frac{G_2(s)}{1 + G_1(s)G_2(s)H(s)} \quad (R(s) = 0)$$

(4) 由控制量引起的误差传递函数

$$\frac{E(s)}{R(s)} = \frac{1}{1 + G_1(s)G_2(s)H(s)} \quad (N(s) = 0)$$

(5) 由扰动量引起的误差传递函数

$$\frac{E(s)}{N(s)} = \frac{-G_2(s)H(s)}{1 + G_1(s)G_2(s)H(s)} \quad (R(s) = 0)$$

4. 典型环节的传递函数

在用数学模型描述系统时,系统的各组成部分称为环节,其中几种常见的较为简单的低阶模型(或单元)称为典型环节,如积分环节、比例环节、惯性环节、微分环节和振荡环节等。熟练掌握典型环节及其传递函数,将有助于学好以后章节的内容。

(四) 动态结构图

1. 动态结构图的基本组成

不同的系统,动态结构图的复杂程度不同,但都由一些最基本的组成部分构成,这些基本组成部分包括:信号线、引出点、比较点和传递函数方框。

信号线表示系统中信号的传递(流通),一般在线上标注所传递的信号(变量),用箭头表示信号传递的方向。需要注意的是信号传递的单向性。

引出点表示信号从该点引出。需要注意的是引出信号并不是取出能量,从同一信号线上引出的信号大小、性质完全相同。

比较点表示两个或两个以上信号在该点相加或相减。相加用“+”号表示,相减用“-”号表示。注意,在画动态结构图时最好标明正、负号,特别是负号。对不标明正、负号的一般认为是正号。

传递函数方框包括方框和方框中的传递函数,表示输入、输出信号之间的动态传递关系。

2. 动态结构图的特点

(1) 与其他数学模型相比,动态结构图有着形象与直观的特点。即动态结构图可以表示出各个环节对系统总体性能的影响,这给研究系统动态性能带来方便。

(2) 对于同一个系统,不同的数学模型只是不同的表示方法,因此,动态结构图与其他数学模型有着密切的关系,根据由系统微分方程经过拉氏变换得到的变换方程,可以很容易画出动态结构图。由动态结构图可以求出系统的传递函数。

(3) 对于同一个系统,动态结构图不是唯一的,但由不同的动态结构图得到的传递函数应

该是相同的。

3. 由动态结构图求系统传递函数

由动态结构图求系统传递函数,常用的方法有两种,即通过动态结构图的等效变换和运用梅逊公式求系统传递函数。

(1) 结构图等效变换

为方便结构图变换(简化),已经建立了一些基本法则,这些法则的基本原则是等效。在进行结构图变换时要掌握这一原则。所谓等效是指对于给定的输入量和输出量,不论采用何种办法和步骤,都要保证它们之间总的传递函数不变。

(2) 梅逊公式

对于比较简单的系统,利用等效变换法则对结构图进行简化,然后求系统传递函数,这种方法是有用的,也是可靠的。但对于比较复杂的系统,结构图简化工作相当繁琐。这时应用梅逊公式求系统传递函数,不需经过变换,比较简单。但是,由于系统比较复杂,例如具有多条前向通道,多个反馈回路,特别是有交叉回路时,稍有疏乎就会漏项,最后导致错误结果。因此,应用梅逊公式,务必认真、仔细。

三、例题分析

例 2-1 图 2-2 所示为一无源网络

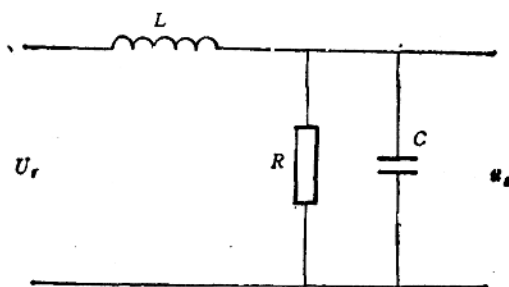


图 2-2 无源网络

(1) 试列出网络微分方程

(2) 已知网络参数为 $L=1\text{ H}$ 、 $R=2.5\Omega$ 、 $C=0.2\text{ F}$ 。假定初始条件均为零,输入信号为 $u_r(t)=10\times 1(t)$,单位为伏。试用拉氏变换法求输出信号 $u_c(t)$ 。

解 (1) 根据克希霍夫定律,列出微分方程为

$$u_r(t) = L \frac{di_L(t)}{dt} + u_c(t)$$

$$u_c(t) = Ri_R(t) = \frac{1}{C} \int i_c(t) dt$$

$$i_L(t) = i_R(t) + i_c(t)$$

消去中间变量,可得网络的微分方程

$$LC \frac{d^2 u_c(t)}{dt^2} + \frac{L}{R} \frac{du_c(t)}{dt} + u_c(t) = u_r(t) \quad (2-1)$$

(2) 将已知参数和输入信号代入,式(2-1)变为

$$0.2 \frac{d^2 u_c(t)}{dt^2} + 0.4 \frac{du_c(t)}{dt} + u_c(t) = 10 \times 1(t) \quad (2-2)$$

对式(2-2)进行拉氏变换,得

$$0.2s^2 U_c(s) + 0.4s U_c(s) + U_c(s) = 10/s \quad (2-3)$$

式中 $U_c(s)$ 为 $u_c(t)$ 的拉氏变换。

经整理得

$$\begin{aligned} U_c(s) &= \frac{10}{s(0.2s^2 + 0.4s + 1)} \\ &= \frac{50}{s(s^2 + 2s + 5)} \end{aligned} \quad (2-4)$$

为了求 $u_c(t)$, 需把式(2-4)展开成部分分式。

式(2-4)的分母可写成

$$s(s^2 + 2s + 5) = s(s + 1 - j2)(s + 1 + j2)$$

因而式(2-4)可写成

$$U_c(s) = \frac{50}{s(s + 1 - j2)(s + 1 + j2)} \quad (2-5)$$

进行部分分式展开可用不同的方法,如留数法和配方法,下面分别用两种方法解本题。

1. 留数法

式(2-4)可写成

$$U_c(s) = \frac{A_1}{s} + \frac{A_2}{s + 1 - j2} + \frac{A_3}{s + 1 + j2}$$

式中

$$A_1 = U_c(s) \cdot s \big|_{s=0} = 10$$

$$A_2 = U_c(s) \cdot (s + 1 - j2) \big|_{s=-1+j2} = -2.5(2 - j1)$$

$$A_3 = U_c(s) \cdot (s + 1 + j2) \big|_{s=-1-j2} = -2.5(2 + j1)$$

将 A_1, A_2, A_3 数值代入,得

$$U_c(s) = \frac{10}{s} - \frac{2.5(2 - j1)}{s + 1 - j2} - \frac{2.5(2 + j1)}{s + 1 + j2} \quad (2-6)$$

对式(2-6)进行拉氏反变换,即分别求出式中各项对应的原函数,即可得到 $u_c(t)$ 。

由拉氏变换表中可查得 $10/s$ 对应的原函数为 $10 \times 1(t)$, 第二项对应的原函数为

$$2.5(2 - j1)e^{-(1-j2)t}$$

第三项对应的原函数为

$$2.5(2 + j1)e^{-(1+j2)t}$$

故有

$$\begin{aligned} u_c(t) &= 10 \times 1(t) - 2.5(2 - j1)e^{-(1-j2)t} \\ &\quad - 2.5(2 + j1)e^{-(1+j2)t} \end{aligned} \quad (2-7)$$

为了能更清楚地看出 $u_c(t)$ 的变化规律,可将式(2-7)进行适当整理:

$$\begin{aligned} u_c(t) &= 10 \times 1(t) - 2.5 \times 2e^{-t} \cdot e^{j2t} \\ &\quad + 2.5 \times j1e^{-t} \cdot e^{j2t} - 2.5 \times 2e^{-t} \cdot e^{-j2t} \\ &\quad - 2.5 \times j1e^{-t} \cdot e^{-j2t} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= 10 \times 1(t) - 5(e^{j2t} + e^{-j2t})e^{-t} \\
&\quad - j2.5(e^{j2t} - e^{-j2t})e^{-t} \\
&= 10 \times 1(t) - 10e^{-t} \cos 2t \\
&\quad - 5e^{-t} \sin 2t
\end{aligned}$$

即
$$u_c(t) = 10 \times 1(t) - 10 \left(\cos 2t + \frac{1}{2} \sin 2t \right) e^{-t} \quad (2-8)$$

2. 配方法

因为 $U_c(s)$ 的分母多项式方程

$$s(s^2 + 2s + 5) = 0$$

的根中包含有复数根, $u_c(t)$ 应具有正弦振荡型的特征。因此, 在进行部分分式展开时, 可利用配方法, 将 $U_c(s)$ 展开成其部分分式中包括与正弦(余弦)振荡型响应相对应的分式。为此, 可先将 $U_c(s)$ 写成如下形式:

$$U_c(s) = \frac{A}{s} + \frac{Bs + C}{s^2 + 2s + 5} \quad (2-9)$$

为求得 A, B, C , 可将式(2-9)变为

$$\begin{aligned}
U_c(s) &= \frac{A(s^2 + 2s + 5) + (Bs + C)s}{s(s^2 + 2s + 5)} \\
&= \frac{(A+B)s^2 + (2A+C)s + 5A}{s(s^2 + 2s + 5)} \quad (2-10)
\end{aligned}$$

将式(2-10)与式(2-4)对照, 可得: $A=10, B=-10, C=-20$ 。

将 A, B, C 的值代入式(2-9), 可得

$$\begin{aligned}
U_c(s) &= \frac{10}{s} - \frac{10s + 20}{s^2 + 2s + 5} \\
&= \frac{10}{s} - 10 \frac{s + 1 + 1}{s^2 + 2s + 1 + 4} \\
&= \frac{10}{s} - 10 \frac{(s + 1) + 1}{(s + 1)^2 + (2)^2} \\
&= \frac{10}{s} - 10 \left[\frac{s + 1}{(s + 1)^2 + (2)^2} + \frac{1}{2} \frac{2}{(s + 1)^2 + (2)^2} \right] \quad (2-11)
\end{aligned}$$

由拉氏变换表可求得式(2-11)第一项对应的原函数为 $10 \times 1(t)$ 。第二项对应的原函数为 $10e^{-t} \cos 2t$, 第三项对应的原函数为 $5e^{-t} \sin 2t$ 。因而得到

$$u_c(t) = 10 \times 1(t) - 10 \left(\cos 2t + \frac{1}{2} \sin 2t \right) e^{-t}$$

例 2-2 求图 2-2 所示网络的传递函数

解 解本题可用不同的方法, 下面分别用三种方法求解。

1. 由网络微分方程求传递函数。

已知网络微分方程为

$$LC \frac{d^2 u_c(t)}{dt^2} + \frac{L}{R} \frac{du_c(t)}{dt} + u_c(t) = u_r(t) \quad (2-1)$$

对式(2-1)进行拉氏变换, 在初始条件为零时得

$$LCs^2 U_c(s) + \frac{L}{R} s U_c(s) + U_c(s) = U_r(s)$$

经整理得

$$\frac{U_c(s)}{U_r(s)} = \frac{1}{LCs^2 + \frac{L}{R}s + 1}$$

2. 对原始方程进行拉氏变换, 画出动态结构图, 然后求传递函数。

原始方程为

$$u_r(t) = L \frac{di_L(t)}{dt} + u_c(t) \quad (2-12)$$

$$u_c(t) = Ri_R(t) = \frac{1}{C} \int i_c(t) dt \quad (2-13)$$

$$i_L(t) = i_R(t) + i_c(t) \quad (2-14)$$

对式(2-12)进行拉氏变换得

$$U_r(s) = LS I_L(s) + U_c(s)$$

由该式可得

$$I_L(s) = \frac{1}{LS} [U_r(s) - U_c(s)] \quad (2-15)$$

对式(2-14)进行拉氏变换得

$$I_c(s) = I_L(s) - I_R(s) \quad (2-16)$$

对式(2-13)进行拉氏变换得

$$U_c(s) = \frac{1}{CS} I_c(s) \quad (2-17)$$

$$I_R(s) = \frac{1}{R} U_c(s) \quad (2-18)$$

由式(2-15)、(2-16)、(2-17)、(2-18)可画出动态结构图如图 2-3 所示。

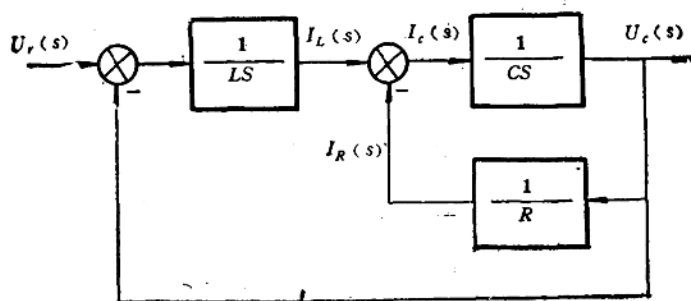


图 2-3 无源网络的动态结构图

由图2-3经过等效变换可求出传递函数。

第一步将传递函数为 $1/CS$ 和 $1/R$ 的两个方框合并, 得出

$$\frac{U_c(s)}{I_c(s)} = \frac{R}{RCs + 1}$$

动态结构图变为图 2-4 所示形式