名校方略·中考冲刺丛书

中考冲刺

●丛书主编◇樊希国◇陈克勤
●本册主编◇周　华

初中数学

专题复习

湖南师范大学出版社

目 录

第一章
实　　数

1-1　实数的有关概念

复习导航·要点归纳

1. 有关概念

这一节主要复习的概念有实数、数轴、相反数、绝对值、倒数、平方根与算术平方根、立方根、近似数与有效数字等.

2. 实数的分类

$$\text{实数}\begin{cases}\text{有理数}\\(\text{有限小数或无限循环小数})\end{cases}\begin{cases}\text{整数}\begin{cases}\text{正整数}\\\text{零}\\\text{负整数}\end{cases}\\ \text{分数}\begin{cases}\text{正分数}\\\text{负分数}\end{cases}\end{cases}$$

$$\text{实数}\begin{cases}\text{有理数}\ (\text{有限小数或无限循环小数})\\ \text{无理数}\ (\text{无限不循环小数})\begin{cases}\text{正无理数}\\\text{负无理数}\end{cases}\end{cases}$$

$$\text{或有理数}\begin{cases}\text{正有理数}\begin{cases}\text{正整数}\\\text{正分数}\end{cases}\\\text{零}\\\text{负有理数}\begin{cases}\text{负整数}\\\text{负分数}\end{cases}\end{cases}$$

方法指津·考点详析

1. 在理解实数的有关概念时应学会数形结合的思想方法. 把实数与数轴联系起来,我们得到下面的收获:

(1)实数与数轴上的点是一一对应的关系.

(2)某数的绝对值就是数轴上表示这个数的点离原点的距离.

2. 要正确理解:$\sqrt{a^2}=|a|=\begin{cases}a(a>0),\\0(a=0),\\-a(a<0).\end{cases}$

其中当 $a<0$ 时, $-a$ 一定是正数.

$-a$ 不一定是负数，它表示实数 a 的相反数.

绝对值等于某个正数的数有两个，它们互为相反数.例如，若 $|x|=2$，则 $x=\pm2$.切记不能遗漏.

类似地，正数 a 的平方根有两个，它们是 $\sqrt{a}$ 和 $-\sqrt{a}$，也是一对相反数.应该时常提醒自己：求一个正数的平方根时，不能遗忘其中的负平方根.$\sqrt{a}$ 仅仅表示 a 的算术平方根.

3. 要走出"只看形式，不看实质"的误区.例如，$-\frac{121}{11}$ 是分数吗？$\sqrt{4}$ 是无理数吗？$-(-5)$ 是正数还是负数？$\sqrt{64}$ 的立方根是4，对吗？

解题时，应先在形式上对原数进行化简，例如，$-\frac{121}{11}=-11$；$\sqrt{4}=2$；$-(-5)=5$；$\sqrt{64}=8$.这样，我们就明确了：$-\frac{121}{11}$ 不是分数；$\sqrt{4}$ 不是无理数；$-(-5)$ 是正数；$\sqrt{64}$ 的立方根就是8的立方根，答案是2而不是4.

4. 关于实数的分类，我们应该注意以下几点：

(1)所有的有限小数和无限循环小数都可以化成分数；所有的分数都可以化成有限小数或无限循环小数；整数可以看成是分母为1的分数，也可以说是小数部分为0的有限小数，它们都是有理数.

(2)凡有理数开方开不尽的方根(例如 $\sqrt{5}$，$\sqrt[3]{4}$ 等)都是无理数，但要注意并不是所有的无理数都可以写成开不尽的方根的形式(例如，圆周率 π，0.1010010001…等).

解题策略·典例分析

例1 在 -7，$\frac{3}{11}$，$-\sqrt{9}$，$\sqrt[3]{4}$，$(\sqrt{5})^0$，$-\frac{\sqrt{3}}{2}$，$\frac{\pi}{5}$，$0.\dot{2}0\dot{6}$，1.3232232223…，$1-\sqrt[3]{18}$ 这十个数中，是有理数的是__________.

解法分析 $\sqrt[3]{4}$、$-\frac{\sqrt{3}}{2}$、$\sqrt[3]{18}$ 是不尽方根，$\frac{\pi}{5}$、1.3232232223…都是无限不循环小数，它们是无理数.$-\sqrt{9}=-3$，$(\sqrt{5})^0=1$，它们和 -7 都是整数，$\frac{3}{11}$ 是分数，$0.\dot{2}0\dot{6}$ 是无限循环小数，这些数都是有理数.

解 $-\sqrt{9}$，$(\sqrt{5})^0$，-7，$\frac{3}{11}$，$0.\dot{2}0\dot{6}$.

例2 选择题

(1)数轴上表示数 a 的点在原点的左边，则化简 $|2a+\sqrt{a^2}|$ 的结果是(　　).

A. $3a$　　B. $-3a$　　C. a　　D. $-a$

(2)下列说法不正确的是(　　).

A. -1 的平方是 $+1$　　B. -1 是1的平方根

C. 1的平方根是0　　D. -1 的立方根是 -1

(3)倒数和绝对值都等于它本身的数是(　　).

A. 正数　　B. 0　　C. ±1　　D. 1

解法分析

(1)数 a 的对应点在原点的左边,可知 a 是负数,由$\sqrt{a^2}=|a|=-a(a<0)$得$|2a+\sqrt{a^2}|=|2a-a|=|a|=-a$.

(2)$(-1)^2=1$,所以A正确,由此得-1是1的一个平方根.但是由于$1^2=1$,所以1还有一个平方根是1.因此C的说法是不正确的.$(-1)^3=-1$,由此得-1的立方根是-1,D是正确的.

(3)正数的绝对值是它本身,但不是所有正数的倒数都是它本身;零没有倒数;$|-1|=1$,不是-1的本身.因此,只有D是符合条件的.

解这类题还可利用解方程的方法.由

$\begin{cases}\dfrac{1}{a}=a,\\ |a|=a.\end{cases}$ 得 $a^2=1$ 且 a 为非负数,所以答案是 $a=1$.

解 (1)D;(2)C;(3)D.

例3 填空题

(1)$-|-\dfrac{1}{2}|$的倒数是________.

(2)若 $2a$ 与$\dfrac{b}{2}-a$互为相反数,且$|b|=3$,则 a 的值是________.

(3)如果$\sqrt{a}$的平方根是± 3,则 $a=$________.

(4)观察下列等式:$9-1=8,16-4=12,25-9=16,36-16=20$……这些等式反映出自然数间的某种规律,设 n 表示自然数,用关于 n 的等式表示为________.

解法分析 (1)先化简$-|-\dfrac{1}{2}|$得$-\dfrac{1}{2}$,再取倒数得-2.

(2)根据互为相反数的两个数的和为0,得$2a+(\dfrac{b}{2}-a)=0$,所以$a=-\dfrac{b}{2}$.由$|b|=3$,得$b=\pm 3$,所以$a=\pm\dfrac{3}{2}$.

(3)把$\sqrt{a}$看成一个整体,因为它的平方根是± 3,所以$\sqrt{a}=9$,从而得$a=81$.

(4)把第1个等式看成 $n=1$ 的情况,…,将等式的左边和右边对照 n,找出它们与 n 之间的关系:

①$n=1$时,$9-1=8\longrightarrow 3^2-1^2=4\times 2\longrightarrow (1+2)^2-1^2=4\times(1+1)$;

②$n=2$时,$16-4=12\longrightarrow 4^2-2^2=4\times 3\longrightarrow (2+2)^2-2^2=4\times(2+1)$;

③$n=3$时,$25-9=16\longrightarrow 5^2-3^2=4\times 4\longrightarrow (3+2)^2-3^2=4\times(3+1)$;

④$n=4$时,$36-16=20\longrightarrow 6^2-4^2=4\times 5\longrightarrow (4+2)^2-4^2=4\times(4+1)$;

……

综合上述情况,分析得:$(n+2)^2-n^2=4n$.

解 (1)-2;(2)$\pm\dfrac{3}{2}$;(3)81;(4)$(n+2)^2-n^2=4n$.

点评 第(4)题是一种根据条件,探索出关于自然数 n 间规律的题,它对培养探索精神及归纳能力很有帮助,是近年在中考题中新出现的热点题.

例4 已知 a、b 为实数,且$\sqrt{2a+1}+|b+1|=0$,则$-a^2-b^5=$________.

解法分析 这里要用到非负数的知识,要记住我们学过的代数式中有下列形式的非负数:

①任何一个实数的偶数次方均为非负数，即 $a^{2n}\geqslant 0$；

②任何一个实数的绝对值均为非负数，即 $|a|\geqslant 0$；

③任何一个非负数的算术平方根均为非负数，即 $\sqrt{a}\geqslant 0(a\geqslant 0)$；

④几个非负数的和等于零，则这几个非负数都必须等于零.

解 $\because\ \sqrt{2a+1}\geqslant 0,|b+1|\geqslant 0$，且 $\sqrt{2a+1}+|b+1|=0$.

$\therefore\ 2a+1=0,b+1=0$，即：$a=-\dfrac{1}{2},b=-1$.

$\therefore\ -a^2-b^5=-(-\dfrac{1}{2})^2-(-1)^5=-\dfrac{1}{4}-(-1)=-\dfrac{1}{4}+1=\dfrac{3}{4}$.

例5 如图 1－1，实数 a、b、c 在数轴上的对应点为 A、B、C，且 $|a|=|c|$.

化简：$|a|-|a+b|+|c-b|+|a+c|$.

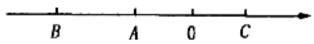

图 1－1

解法分析 ①去掉绝对值符号是这个化简中最关键的一步，先应把绝对值符号内的部分看成一个整体，确定它的正负，再根据绝对值的意义去掉绝对值的符号.

②根据数轴上的点的位置，可以确定 a、b、c 的符号和比较它们的大小，这就运用了数形结合的方法.

解 观察上图可知 $b<a<0<c$，又 $\because\ |a|=|c|$，

$\therefore\ a<0,a+b<0,c-b>0,a+c=0$.

$\therefore\ |a|-|a+b|+|c-b|+|a+c|$

$=-a-[-(a+b)]+c-b+0$

$=-a+a+b+c-b=c$.

例6 用"<"、"="或">"号填空：

(1) $-\sqrt{10}$______ $-3\dfrac{1}{6}$. (2) $3\sqrt{5}$______ $5\sqrt{3}$.

解法分析 (1)用平方法较好. (2)可以将根号外的因数移到根号里面去。

解 (1) $(-\sqrt{10})^2=10,(-3\dfrac{1}{6})^2=(-\dfrac{19}{6})^2=\dfrac{361}{36}$.

$\because\ 10<\dfrac{361}{36}$，$\therefore\ \sqrt{10}<3\dfrac{1}{6}$，$\therefore\ -\sqrt{10}>-3\dfrac{1}{6}$.

(2) $3\sqrt{5}=\sqrt{9\times 5}=\sqrt{45}$；$5\sqrt{3}=\sqrt{25\times 3}=\sqrt{75}$.

$\because\ \sqrt{45}<\sqrt{75}$，$\therefore\ 3\sqrt{5}<5\sqrt{3}$.

例7 填空

(1) 2000 年我国第五次人口普查表明，我国的人口总数为 12.9533 亿人，用科学计数法表示为__________人(保留两个有效数字).

(2) 2074600 精确到万位的近似值是__________，这个近似数有__________个有效数字.

解法分析 (1) 12.9533 亿 $=12.9533\times 10^8$，要保留两个有效数字，可将原数用科学记数法记为 1.29533×10^9，再四舍五入取 2 个有效数字(从左边第 1 个不为 0 的数起，后面的所有数字都是有效数字)，得 1.3×10^9.

(2) $2074600\approx 2.0746\times 10^6$，万位上的数是 7，应从 7 的下一位数 4 考虑四舍五入，得

$2074600 \approx 2.07 \times 10^6$.

解 (1)12.9533 亿 $= 1.29533 \times 10^9 \approx 1.3 \times 10^9$.

(2)$2074600 = 2.074600 \times 10^6 \approx 2.07 \times 10^6$,这个近似数有三个有效数字.

分层体验·迁移训练

基础训练

一、填空题

1. -2 的相反数是_________.

2. 比较大小:$-\frac{1}{2}$_________$-\frac{2}{3}$(填">"或"<"号).

3. 已知实数 a、b 在数轴上对应点的位置如图 1-2 所示,化简:$b-\sqrt{(a-b)^2}=$_________.

图 1-2

4. 最小的正整数是_________,最大的负整数是_________,绝对值最小的数是_________.

5. 观察下列各式:$1^2+1=1\times2$,$2^2+2=2\times3$,$3^2+3=3\times4$,…,请你将猜想到的规律 $n(n\geqslant1)$ 表示出来_________.

6. 49 的算术平方根是_________.

7. 绝对值等于 $\sqrt{2}-1$ 的数是_________.

8. 若实数 a 满足 $\frac{a}{|a|}=-1$,则 a 是_________.

9. 若 $|a-4|+\sqrt{b+2}=0$,则 $b^a=$_________.

10. 绝对值小于 4 的整数有_________;绝对值不大于 3 的负整数有_________.

11. 若 x 与 y 互为倒数,则 $xy=$_________;若 a 与 b 互为相反数,则 $a+b=$_________.

12. 由四舍五入法得到近似数 0.030240 的有效数字有_________个.

二、选择题

1. 下列说法中不正确的是(　　).

A. 0 大于一切负数

B. 两个数的绝对值相互为相反数,则这两个都是 0

C. 0 的任何次幂都是 0

D. 0 是绝对值最小的数

2. 下面的四个命题中,正确的是(　　).

A. 相反数等于它本身的实数只有零　　B. 无理数不能用数轴上的点来表示

C. 倒数等于它本身的实数只有 1　　D. 绝对值等于它本身的实数只有零

3. 有 -5.2,$\frac{1}{219}$,$\pi-2$,$\sqrt{5}$,$\sqrt[3]{8}$,0,这六个数中,无理数的个数是(　　).

A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 4

4. $\sqrt{(-2)^2}$ 化简的结果是(　　).

A. 2　　B. -2　　C. 2 或 -2　　D. 4

5. -8 的立方根与 4 的算术平方根的和是(　　).

A.0　　　　B.4　　　　C. -4　　　　D.0或 -4

6. 若 $x>1$，则化简 $\sqrt{(1-x)^2}$ 的结果是(　　).

A. $1-x$　　　　B. $x-1$　　　　C. $1+x$　　　　D. $-(1+x)$

7. 下列说法中正确的是(　　).

A. 绝对值不大于 2 的整数有 4 个　　　　B. $\sqrt{81}$ 的平方根是 ± 9

C. 零的倒数是零　　　　D. $\sqrt{16}$ 的平方根是 ± 2

8. a、b 是任意实数，下列各式的值恒为正数的是(　　).

A. $|a+3|$　　　　B. $(a-b)^{2n}$　　　　C. $b^2+\frac{1}{7}$　　　　D. $\sqrt{a^2+b^2}$

9. 据调查统计，北京在所有申奥城市中享有最高程度的民众支持率，支持申奥的北京市民约有 1299 万人，用四舍五入法保留两个有效数字的近似值为(　　).

A. 1.3×10^3 万人　　　　B. 1300 万人

C. 1.30×10^3 万人　　　　D. 0.13×10^4 万人

三、解答题

1. 比较下列各组数的大小：

(1) $-(-1\frac{1}{3})$ 和 $|-\frac{5}{4}|$.　　　　(2) $-\sqrt{5}$ 和 -2.5.

(3) $-\pi$ 和 -3.14.　　　　(4) $\frac{22}{7}$ 和 π.

2. 一个数减去它的倒数等于它的相反数，求这个数.

3. a、b 在数轴上的位置如图 1－3 所示，且 $|a|>|b|$，化简：$|a|-|a+b|-|b-a|$.

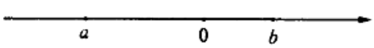

图 1－3

4. 已知：a 的相反数是最小的正整数，b 的倒数等于它的本身，求 a^3-b^3 的值.

提高训练

一、填空题

1. $\frac{1}{\sqrt{2}-1}$ 的倒数是________.

2. 观察下列各式：

$2^1=2, 2^2=4, 2^3=8, 2^4=16,$

$2^5=32, 2^6=64, 2^7=128, 2^8=256,$

…

通过观察，用你发现的规律写出 8^9 的末位数字是________.

3. 已知 a 与 b 互为倒数，m 与 n 互为相反数，则 $\frac{1}{2}ab-3m-3n$ 的值是________.

二、解答题

1. 比较下列各对数的大小：

(1) $-7\sqrt{2}$ 与 $-2\sqrt{7}$；(2) $\sqrt{10}-\sqrt{9}$ 与 $\sqrt{9}-\sqrt{8}$.

2. 已知 a 与 b 互为相反数，d 与 c 互为负倒数，试求 $\frac{ac+bc-3-c}{3-c^2d}$ 的值($c\neq -3$).

3. 已知 $-1<x<3$，化简 $|x+1|-|x-3|+2|4-x|$.

1－2　实数的运算

复习导航·要点归纳

本节复习的主要内容是实数的加、减、乘、除、乘方、简单的开方及混合运算.

掌握好运算法则是计算的基础，灵活地运用运算律是准确快捷解题的关键.

方法指津·考点详析

1. 数扩充到实数范围后，计算就增加关于“数的符号”这个难点，必须经常提醒自己：每个实数都是由符号和绝对值两个部分组成，正号有时可以省略，但负号是绝对不能漏掉的.

2. 理解实数的运算法则时，要弄清各运算之间的辩证关系.

(1)加法与减法

异号两数相加，确定符号为“取绝对值较大的加数的符号”后，计算绝对值时，用的却是减法：“用较大的绝对值减去较小的绝对值”.

“减去一个数，等于加上这个数的相反数”，即 $a-b=a+(-b)$，这样，减法又变成了加法.因此，加减法可以统一成加法.

(2)乘法与除法

①法则类似.两数相乘(除)，同号得正，异号得负，并把绝对值相乘(除).

②除以一个数，等于乘以这个数的倒数.这样，除法就转化为乘法.由此，乘除法统一为乘法了.但应注意，0 不能除数，0 没有倒数.

(3)乘方与乘法

当 n 是正整数时，$a^n=\underbrace{a\cdot a\cdot\cdots\cdot a}_{n\text{个}}$，我们明确了乘方是特殊的乘法，乘方的符号法则和连乘积的符号是相通的.符号由负因数(即乘方中底数是负数)的个数(乘方中的指数)的奇偶性来决定，“奇负偶正”.

(4)乘方与开方

乘方与开方也是逆运算.例如：求 9 的平方根，就是解答 $?^2=9$.

$\because\ (\pm3)^2=9$，$\therefore\ 9$ 的平方根是 3 和 -3.

注意：①负数是没有平方根的，而一个正数的平方根有两个，它们互为相反数.

②$\sqrt{a}$ 表示正数 a 的算术平方根.$\sqrt{a}\,(a\geqslant0)$ 是一个非负数.

例如“$\sqrt{4}=\pm2$”是错误的，$\sqrt{4}$ 只等于 2.

3. 关于运算顺序和运算律

小学所学的运算顺序和运算律在实数范围内仍然适用.正确的运算顺序和灵活地运用运算律，可以保障准确性和提高运算速度.

4. 科学记数法

用 $a\times10^n$ 的形式表示一个数位很多的数，其中 $1\leqslant a<10$，即 a 是只含一位整数的数，n 为整数.用科学记数法既方便，又容易体现对有效数字的要求.

解题策略·典例分析

例 1 计算$(-2)^{2003}+(-2)^{2002}$的结果是(　　).

A. 1　　　　B. -2　　　　C. -2^{2002}　　　　D. 2^{2002}

解法分析 逆用分配律，提出$(-2)^{2002}$，则有$(-2)^{2003}+(-2)^{2002}=(-2)^{2002}(-2+1)$
$=(-2)^{2002}\times(-1)=-(-2)^{2002}=-2^{2002}$.

解 C.

例 2 由四舍五入得到的近似数 0.53 万，精确到________位，有________个有效数字，用科学记数法可表示为________.

解法分析 ①0.53 万中的“万”字不能忽视，它告诉我们，数字“3”不在百分位，而是在百位；②0.53 万若写成 5300 精确度就无法准确体现. 前者是精确到百位，后者是精确到个位. 前者有 2 个有效数字，后者有 4 个有效数字.

因此 0.53 万先化成 5300，再用科学记数法写成5.3×10^3.

解 0.53 万精确到百位，有 2 个有效数字，用科学记数法可表示为 5.3×10^3.

例 3 计算：$\frac{1}{2}(3-\pi)^0\cdot(-2)^3+\frac{\cot45^\circ}{\sqrt{3}+2}+2\cos30^\circ-0.3^{-1}$.

解法分析 在中考题里，有关实数的运算往往都要综合零指数幂、负整数指数幂、特殊角的三角函数值、二次根式的化简等知识，必须透彻理解和牢固记忆. 计算时要注意技巧的运用. 例如此题中的 0.3 化为分数$\frac{3}{10}$，在负指数幂的运算中常常用到这种方法.

解 原式$=\frac{1}{2}\times1\times(-8)+\frac{1}{\sqrt{3}+2}+2\times\frac{\sqrt{3}}{2}-(\frac{3}{10})^{-1}=-4+\frac{1\times(2-\sqrt{3})}{(\sqrt{3}+2)(2-\sqrt{3})}+\sqrt{3}-\frac{10}{3}$

$=-4+2-\sqrt{3}+\sqrt{3}-\frac{10}{3}=-5\frac{1}{3}$.

点评 在学习的过程中，如果我们获得了“$\sqrt{a+1}+\sqrt{a}$与$\sqrt{a+1}-\sqrt{a}$互为倒数”这一条经验. 那么可以直接得到$\frac{1}{2+\sqrt{3}}=2-\sqrt{3}$. 过程就更简捷了.

例 4 计算：

$(\frac{1}{2003-\sqrt{3}})^0\cdot(-1)^{2002}+0.4\div(-2\frac{2}{5})-\frac{8}{21}\times(-1\frac{3}{4})-\frac{4\cot60^\circ}{2003}\times0.25\times(\frac{1}{3}-1\div3)$.

解法分析 ①在乘、除法运算时，一般把带分数化为假分数，小数化为分数，计算起来比较方便；②审题要细心，这个题中括号里的$\frac{1}{2003-\sqrt{3}}$是非零实数，只要看到 0 指数，就明白无需将$\frac{1}{2003-\sqrt{3}}$进行化简. 又如后面的$(\frac{1}{3}-1\div3)=0$，与 0 相乘的因数再复杂也用不着考虑，直接得 0 就行了；③注意：$(-1)^{2n}=1$，$(-1)^{2n+1}=-1$（n 为自然数）.

解 原式$=1\times1+\frac{2}{5}\times(-\frac{5}{12})-\frac{8}{21}\times(-\frac{7}{4})-0$

$=1-\frac{1}{6}+\frac{2}{3}=1\frac{1}{2}$.

例 5 计算$(\sqrt{3}+\sqrt{2})^{2002}(\sqrt{3}-\sqrt{2})^{2003}$.

解法分析 中考题里出现类似例5的题，主要是考察考生解题时技巧的运用，这里须逆用幂的运算性质公式，$a^{m+n}=a^m\cdot a^n$ 用于合理分拆，$a^nb^n=(ab)^n$ 用来巧妙组合.

解 原式 $=(\sqrt{3}+\sqrt{2})^{2002}\cdot(\sqrt{3}-\sqrt{2})^{2002}\cdot(\sqrt{3}-\sqrt{2})$

$=[(\sqrt{3}+\sqrt{2})(\sqrt{3}-\sqrt{2})]^{2002}\cdot(\sqrt{3}-\sqrt{2})$

$=1^{2002}\cdot(\sqrt{3}-\sqrt{2})=\sqrt{3}-\sqrt{2}$.

例6 小张在电脑中设置了一个实数运算程序：输入 a，加"＊"键，再输入数 b，得到运算 $a*b=4ab-\sqrt{a}+\dfrac{1}{b}$.

(1)求 $16*(-\dfrac{1}{4})$ 的值.

(2)小王运用这个程序时，屏幕出现"该操作无法进行"，你猜小王在输入数 a 和 b 时，可能输入了哪些数?

(3)若不论 x 是什么非零实数时，总有 $a*x=\dfrac{1}{x}$，求 a 的值.

解法分析 (1)按照指定的运算将 $a=16,b=-\dfrac{1}{4}$ 代入 $4ab-\sqrt{a}+\dfrac{1}{b}$ 计算.(2)可能是输入的数在实数范围内不能按指定的程序运算.例如，出现了负数开平方，分母或除数为0等等.(3)可将 $x=b$ 代入 $a*x=\dfrac{1}{x}$，得 $4ab-\sqrt{a}+\dfrac{1}{b}=\dfrac{1}{b}$ 即 $4ab-\sqrt{a}=0$……

解 (1)$16*(-\dfrac{1}{4})=4\times16\times(-\dfrac{1}{4})-\sqrt{16}+(-4)$

$=-16-4-4=-24$.

(2)可能是 a 取负数，使 $\sqrt{a}$ 无意义，或是 b 取了0而使 $\dfrac{1}{b}$ 无意义而造成的.

(3)由已知得 $4ab-\sqrt{a}+\dfrac{1}{b}=\dfrac{1}{b}$，∴ $4ab-\sqrt{a}=0$，∴ $\sqrt{a}(4\sqrt{a}b-1)=0$.

∴ $\sqrt{a}=0$ 或 $\sqrt{a}=\dfrac{1}{4b}$.

即 $a=0$ 或 $a=\dfrac{1}{16b^2}$.$(b\neq0)$

点评 例6的题型与新定义运算的题型类似，练习的目的在于提高阅读理解能力和综合运用知识的能力.

例7 计算

(1)$-2^2-[-1+(1-0.2\times\dfrac{3}{5})\div(-2)]+(\sqrt{2}-1)^0$.

(2)$|[3\dfrac{3}{4}\div(-\dfrac{1}{4})+(+0.4)\div(-\dfrac{2}{5})^2]\div(-\dfrac{3}{5})-20|\times(-1)^{2003}$.

(3)$[2.5-(0.375+\dfrac{1}{6}-\dfrac{3}{4})\times24]\div5\times\dfrac{1}{5}$.

解法分析 较复杂的计算题需要细致的审题，确定好解题思路后方可动笔.第(1)、(2)题没有什么特点，必须依照顺序进行：有括号时，一般从小到大；无括号时，先乘方、开方，再乘除，后加、减.第(3)题可以用分配律简化计算.

解 (1)原式 $= -4-\left[-1+\left(1-\frac{1}{5}\times\frac{3}{5}\right)\times\left(-\frac{1}{2}\right)\right]+1$

$$= -4-\left[-1+\frac{22}{25}\times\left(-\frac{1}{2}\right)\right]+1$$

$$= -4-\left(-1-\frac{11}{25}\right)+1=-4-\left(-1\frac{11}{25}\right)+1$$

$$= -4+1\frac{11}{25}+1=-1\frac{14}{25}.$$

(2)原式 $=\left\{\left[\frac{15}{4}\times(-4)+\frac{2}{5}\div\frac{4}{25}\right]\times\left(-\frac{5}{3}\right)-20\right\}\times(-1)$

$$= -\left[\left(-15+\frac{2}{5}\times\frac{25}{4}\right)\times\left(-\frac{5}{3}\right)-20\right]=-\left[\left(-15+\frac{5}{2}\right)\times\left(-\frac{5}{3}\right)-20\right]$$

$$= -\left[25-\frac{25}{6}-20\right]=-\frac{5}{6}.$$

(3)原式 $=\left[\frac{5}{2}-\left(\frac{3}{8}+\frac{1}{6}-\frac{3}{4}\right)\times 24\right]\times\frac{1}{5}\times\frac{1}{5}$

$$=\left(\frac{5}{2}-9-4+18\right)\times\frac{1}{25}=\left(\frac{5}{2}+5\right)\times\frac{1}{25}$$

$$=\frac{1}{10}+\frac{1}{5}=\frac{3}{10}.$$

点评 第(3)题中"$\div 5\times\frac{1}{5}$"中的两个 5 是不能约分的,只有化除为乘后才能考虑能否约分.

例 8 计算:$(-29.8)\times(+85.9)+(+14.1)\times(-29.8)$.

解法分析 此题中 $85.9+14.1=100$,逆用分配律提出 -29.8,答案可口算得出.

解 原式 $=(-29.8)\times(85.9+14.1)$

$$=-29.8\times 100=-2980.$$

例 9 计算:$\frac{1}{\sqrt{3}-2}-\sqrt{\left(-\frac{3}{4}\right)^2}+|\pi-3|-\sqrt{(\sqrt{3}-4)^2}$.

解法分析 ①化简$\sqrt{\left(-\frac{3}{4}\right)^2}$用的是$\sqrt{a^2}=|a|=\begin{cases}a & (a\geqslant 0),\\ -a & (a<0).\end{cases}$应注意符号;②$\pi-3>0$,$\sqrt{3}-4<0$.

解 原式 $=\frac{\sqrt{3}+2}{(\sqrt{3}-2)(\sqrt{3}+2)}-\frac{3}{4}+(\pi-3)-(4-\sqrt{3})$

$$=\frac{\sqrt{3}+2}{3-4}-\frac{3}{4}+\pi-3-4+\sqrt{3}=-\sqrt{3}-2-\frac{3}{4}+\pi-7+\sqrt{3}$$

$$=-9\frac{3}{4}+\pi=\pi-9\frac{3}{4}.$$

点评 ①化简$\frac{1}{\sqrt{3}-2}$时易犯错误得:$\frac{\sqrt{3}+2}{3-2}$,其中的原因是计算$(\sqrt{3}-2)(\sqrt{3}+2)$时忘记了 2 不带根号,所以漏掉了平方,而写成$(\sqrt{3})^2-2$;②π 也是无理数,在没有指定近似计算时,π 和不尽方根只能保留它本身的最简形式,如 3π, $-2\sqrt{3}$等等.

分层体验·迁移训练

基础训练

一、填空题

1. 用科学记数法表示：

   (1) $-8090000=$ ________；(2) $0.0006308=$ ________.

2. 地球半径约为 6370 千米，用科学记数法保留四个有效数字应记为________米.

3. $\sqrt{(-2)^2}=$ ________；$\sqrt{(\pi-4)^2}=$ ________；$|\sqrt{5}+3|=$ ________.

4. 比 -7 大 -3 的数是________.

5. 计算 $-4^2-(-4)^2=$ ________.

6. 计算：$|-\sqrt{3}|+\sqrt{12}-2\sin60°=$ ________.

7. $\sqrt{2}+1$ 的倒数的相反数是________.

8. -2 的平方是________.

9. 若 $|a-5|+\sqrt{b+\frac{1}{4}}=0$，则 $4b-a=$ ________.

10. 对 402705 四舍五入取近似值（保留三个有效数字）的结果是________.

二、选择题

1. 下列说法中正确的是（　　）.

   A. 32.4049 精确到 0.01 的近似值是 32.40

   B. 近似数 43.08 与 43.080 的意义是相同的

   C. 近似数 3.29×10^4 精确到百分位

   D. 近似数 -2.075×10^5 保留了六个有效数字

2. 若 $a+b<0$，$ab<0$，则下列说法一定成立的是（　　）.

   A. $a<0$，$b<0$　　B. $a<0<b$

   C. a、b 异号，且绝对值较大的数是负数　　D. $b<0<a$

3. 下列计算正确的是（　　）.

   A. $(-1)^0=-1$　　B. $3\times(\sqrt{2})^2=3\times2$

   C. $(5^3)^2\cdot5^4=5^9$　　D. $(-3^5)\div(-3)^3=-3^2$

4. 将 $(\frac{1}{6})^{-1}$，$(-2)^0$，$(-3)^2$ 这三个数按从小到大的顺序排列，正确的结果是（　　）.

   A. $(-2)^0<(\frac{1}{6})^{-1}<(-3)^2$　　B. $(\frac{1}{6})^{-1}<(-2)^0<(-3)^2$

   C. $(-3)^2<(-2)^0<(\frac{1}{6})^{-1}$　　D. $(-2)^0<(-3)^2<(\frac{1}{6})^{-1}$

5. 已知 $|x|=3$，$|y|=2$，且 $x\cdot y<0$，则 $x+y$ 的值等于（　　）.

   A. 5 或 -5　　B. 1 或 -1　　C. 5 或 1　　D. -5 或 1

6. 计算 $(-2003)^0+(\sqrt{5}-2)^{2002}(\sqrt{5}+2)^{2003}$ 的结果是（　　）.

   A. $\sqrt{5}-3$　　B. $\sqrt{5}+2$　　C. $\sqrt{5}-2$　　D. $\sqrt{5}+3$

7. 下列命题正确的是（　　）.

A. 0.7 是$\sqrt{0.49}$的平方根　　B. $\sqrt{0.49}$的平方根是± 0.7

C. 0.7 是$\sqrt{0.49}$的算术平方根　　D. 0.7 是 0.49 的一个平方根

三、解答题

1. 计算：$(\sqrt{2})^2+(-\frac{1}{2})^0-\sqrt{12}\cdot(\sqrt{3}-1)^{-1}$.

2. 计算：$0.25^2\div(-\frac{1}{2})^3+(\frac{1}{5}-\frac{1}{4})\times(-1)^{2003}$.

3. 计算：$3^2\div(-3)^2+|-\frac{1}{6}|\times(-6)+\sqrt{81}$.

4. 计算：$|1-\sqrt{3}|+\frac{2}{\sqrt{3}+1}+(\frac{1}{2})^{-2}+\sin 60°-\cos 30°$.

提高训练

1. 已知$\sqrt{(a-2y-3)^2}+2x^2+4x+2=0$，且 x 与 y 异号，求 a 的取值范围.
2. 若规定两数 a、b 通过"*"运算得 $4ab$，即 $a*b=4ab$，例如：$2*6=4\times2\times6=48$.
   (1)求 $3*5$ 的值.
   (2)若不论 x 是什么数时，总有 $a*x=x$，求 a 的值.
3. 计算$(\sqrt{5}+1)^{2002}-2(\sqrt{5}+1)^{2001}-4(\sqrt{5}+1)^{2000}+2003$.

第一章综合测试题

一、填空题(本题共 10 个小题，每个小题 3 分，满分 30 分)

1. -2003 的倒数的相反数是________.
2. $\sqrt{(-2)^2}=$________.
3. 据报道我国自然保护区面积约占我国陆地面积的 10%(我国陆地面积为 960 万平方公里)，用科学记数法表示约为________平方公里.
4. 计算：$-2^2+(3-\pi)^0+\sqrt{18}=$________.
5. 49 的算术平方根是________.
6. 国家规律的储蓄需征收利息税，利息税的税率是 20%(即储蓄利息的 20%).小红在银行存入人民币 2 万元，定期为一年，利率为 2.16%，存款到期时，应交利息税________元.
7. 如果盈利 238 元记作 238 元，那么 -16 元表示________.
8. 右表是 2001 年 4 月某日几个城市的最低气温预报，把它们按从低到高的顺序排列：________.

哈尔滨	西宁	兰州	天津
5 ℃	−4 ℃	−3 ℃	7 ℃

9. 若$|x-2|+(y+3)^2=0$，则 $xy=$________.

10. 由四舍五入得到的近似值0.0260有______个有效数字,精确到了______位.

二、选择题(本题共10个小题,每个小题3分,满分30分)

11. 计算$(2^{-1})^2$,结果是(　　).

A. 2　　B. 4　　C. $\frac{1}{4}$　　D. $\frac{1}{2}$

12. 下列说法正确的是(　　).

A. -2是-4的平方根　　B. 2是$(-2)^2$的算术平方根

C. 8的立方根是± 2　　D. $(-2)^2$的平方根是2

13. 纳米技术是21世纪新兴技术,纳米是一个长度单位,1纳米等于1米的10亿分之1,关系式:1纳米$=10^{-n}$米中,n应该是(　　).

A. 10　　B. 9　　C. 8　　D. -10

14. m是实数,则$|m|+m$(　　).

A. 可以是负数　　B. 不可能是负数

C. 必是正数　　D. 可以是正数也可以是负数

15. 下列各组数中,互为相反数的是(　　).

A. -2与$-\frac{1}{2}$　　B. $|-2|$与2　　C. -4与$\sqrt[3]{-64}$　　D. -3与$\sqrt{(-3)^2}$

16. 计算$(\sqrt{2}-1)^3(\sqrt{2}+1)^2$的结果是(　　).

A. $\sqrt{2}-1$　　B. $3(\sqrt{2}-1)$　　C. 1　　D. -1

17. 观察一列数:0,3,8,15,24……的规律,则下列结论不成立的是(　　).

A. 第n个数为(n^2-1)　　B. 第n个数是$(n+1)(n-1)$

C. 第2003个数是一个奇数　　D. 第2003个数等于4012008

18. 下列说法正确的是(　　).

A. 负数和零没有平方根　　B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$是分数

C. 0和-1的相反数都是它本身　　D. $-\frac{1}{2003}$的倒数是-2003

19. 若$x<2$,则化简$\sqrt{(x-2)^2}+|3-x|$的正确结果是(　　).

A. -1　　B. 1　　C. $2x-5$　　D. $5-2x$

20. 对于任何实数x,下列各式的一定是正数的是(　　).

A. $\frac{1}{|x|}$　　B. $\sqrt{x^2+1}$　　C. $(x+1)^2$　　D. $|x+1|$

三、解答题(本题共4个小题,每个小题5分,满分20分)

21. 计算$(-1)^{2002}+(-2)^2\times\left|-\frac{3}{4}\right|-4^2\div(-2)^4$.

22. 计算:$\frac{1}{2+\sqrt{3}}+\tan 60^\circ-\left(\frac{1}{\sqrt{2}-1}\right)^{-1}$.

23. 计算:$\sqrt{2}(2\cos 45^\circ+\tan 30^\circ)+(4-5\pi)^0-|1-\sqrt{3}|+\frac{\sqrt{27}}{4}$.

24. 已知:$\sqrt{x+y-5}+|x-2y+4|=0$,求x^2y+5xy^2的值.

四、(本题 6 分)

25. 已知 $(x-15)^2=169$，$(y-1)^3=-0.125$，求 $\sqrt{x}-\sqrt{2xy}-\sqrt[3]{2y-2}$ 的值.

五、(本题 6 分)

26. 若 $(\frac{\cos60^\circ}{\tan45^\circ})^{-2}=x$，化简 $|x-3|+\sqrt{(2x-9)^2}+|x-5|$.

六、(本题 8 分)

27. 阅读下面的材料：

点 A、B 在数轴上分别表示实数 a、b，A、B 两点间的距离用 $|AB|$ 来表示.

当 A、B 两点中有一点在原点时，不妨设点 A 为原点，如图 1－4 所示，$|AB|=|OB|=|b|=|a-b|$.

当 AB 都不在原点时：

①如图乙，点 A、B 都在原点的右边，

$|AB|=|OB|-|OA|=|b|-|a|=b-a=|a-b|$；

②如图丙，点 A、B 都在原点的左边，

$|AB|=|OB|-|OA|=|b|-|a|=-b-(-a)=a-b=|a-b|$；

③如图丁，点 A、B 分别在原点的两边，

$|AB|=|OB|+|OA|=|b|+|a|=a-b=|a-b|$.

综上所述，数轴的两点 A、B 间的距离 $|AB|=|a-b|$.

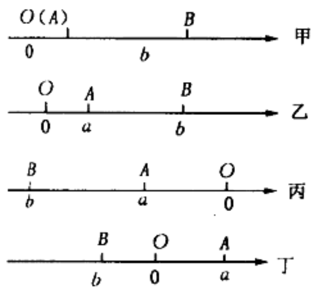

图 1－4

(2)回答下面的问题：

①数轴上表示 2 与 5 的两点间的距离是__________，数轴上表示 －2 与 －5 的两点间的距离是__________，数轴表示 3 和 －8 的两点间的距离是__________；

②在数轴上表示数 x 与 －1 的两点 A 和 B 之间的距离是__________，如果 $|AB|=2$，那么 $x=$__________.

③当代数式 $|x+1|+|x-2|$ 取最小值时，相应的 x 的取值范围是__________.

◆参考答案◆

1－1 基础训练

一、1. 2　2. >　3. a　4. 1，－1，0　5. $n^2+n=n(n+1)$　6. $7\sqrt{2}-1$ 和 $1-\sqrt{2}$

8. 负数　9. ($a=4$，$b=-2$)，16　10. ±3，±2，±1，0　－3，－2，－1　11. 1，0；　12. 5

二、1. C　2. A　3. B　4. A　5. A　6. B　7. D　8. C　9. A

三、1. (1) $-(-1\frac{1}{3})>|-\frac{5}{4}|$　(2) $-\sqrt{5}>-2.5$

(3) $-\pi<-3.14$　(4) $\frac{22}{7}>\pi$

2. 设这个数为 a，则 $a-\frac{1}{a}+a=0$，解得 $a=\pm\frac{\sqrt{2}}{2}$

3. a

4. $-a=1$，$\frac{1}{b}=b\Rightarrow a=-1$，$b=\pm1\Rightarrow a^3-b^3=0$ 或 -2.

提高训练