

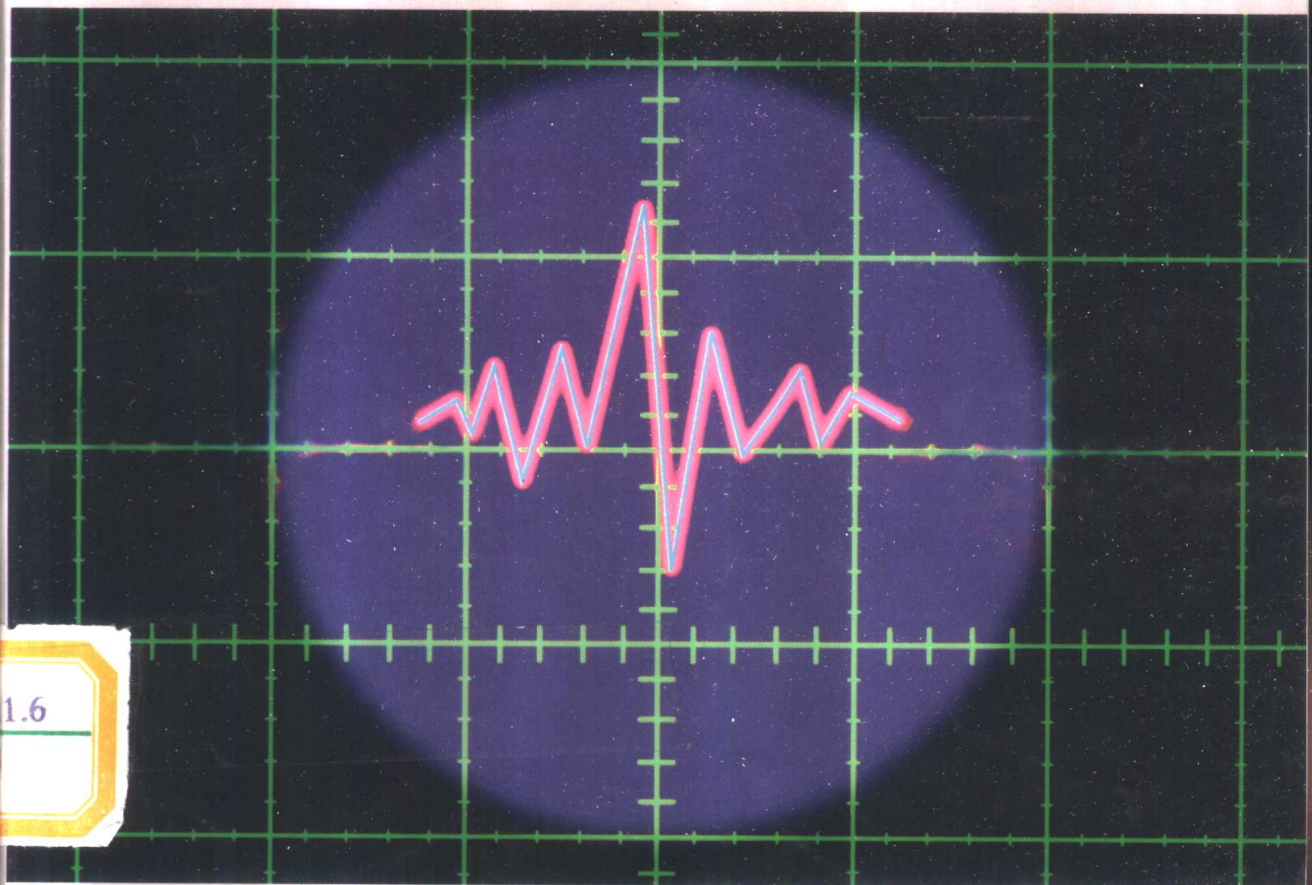


面向 21 世纪课程教材
Textbook Series for 21st Century

普通高等教育机电类规划教材

信号分析与处理

浙江大学 赵光宙
四川大学 舒勤 编



1.6

机械工业出版社
China Machine Press

面向 21 世纪课程教材
普通高等教育机电类规划教材

信号分析与处理

浙江大学 赵光宙 编
四川大学 舒勤



机械工业出版社

本书是教育部“面向 21 世纪电气信息类专业人才培养方案及教学内容体系改革的研究与实践”项目的研究成果，是面向 21 世纪课程教材和普通高等教育机电类规划教材

本书以系统介绍信号分析与处理的基本概念、原理、技术、方法为主线，与《自动控制理论》有较明确的分工和很好的衔接，使二者相辅相成，共同构成关于信号与系统的完整的工程科学基础。本书还兼顾电气工程与自动化专业的特点，介绍有关的信号领域知识以及随机信号分析与处理的基础知识和有关新技术。全书分为五章，内容包括绪论、连续信号分析（时域、频域、复频域）、离散信号分析（频域、复频域）、信号与线性系统、模拟和数字滤波器、随机信号分析与处理基础。每章内容都力求简明扼要，叙述深入浅出，并尽量体现工程背景，克服冗长的数学推导。

本书可作为电气工程及其自动化、自动化、电子信息工程等电气信息类专业的“信号分析与处理”课程教材，特别适用于同时开设“自动控制理论”课程的有关专业学习信号领域知识之用，并可作为其它工科类专业的本科生、研究生及从事电气工程、自动化等领域工作的科技工作者的参考书。

图书在版编目 (CIP) 数据

信号分析与处理/赵光宙、舒勤编. —北京：机械工业出版社，2001.8

面向 21 世纪课程教材·普通高等教育机电类规划教材

ISBN 7-111-08492-6

I. ① 信… II. ① 赵…② 舒… III. ① 信号分析—高等学校—教材
② 信号处理—高等学校—教材 IV. TN911

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2001) 第 042507 号

机械工业出版社 (北京市百万庄大街 22 号 邮政编码 100037)

责任编辑：周 娟 版式设计：冉晓华 责任校对：樊钟英

封面设计：姚 毅 责任印制：路 琳

中国建筑工业出版社密云印刷厂印刷·新华书店北京发行所发行

2001 年 8 月第 1 版·第 1 次印刷

1000mm × 1400mm B5·9.25 印张·356 千字

0 001—4 000 册

定价：23.00 元

凡购本书，如有缺页、倒页、脱页，由本社发行部调换
本社购书热线电话 (010) 68993821、68326677·2527

前 言

本教材是普通高等教育机电类规划教材，并被教育部批准列为“面向 21 世纪课程教材”。

教育部 1998 年颁布的新专业目录中，把原强电类专业归并为电气工程及其自动化专业，把自动化类专业（包括工业自动化、自动控制等专业）归并为自动化专业，在同时公布的引导性目录中，又把以上两个专业（自动化专业为其中一部分）进一步合并成为强弱电结合，软硬件结合，电气工程专业知识与自动化、信息技术基础知识相结合，宽口径的电气工程与自动化专业。这一新专业的设置是科学技术发展到信息时代的结果，必将促进新兴的信息学科向传统的电工学科渗透。本教材正是适应电气工程与自动化专业（或电气工程及其自动化专业和自动化专业）以及相关专业的需要而编写的。电气工程与自动化专业涉及电力系统、电机系统、电力电子装置及系统、工业自动化系统等等。众所周知，系统和信号是息息相关、密不可分的，从某种意义上说，系统是为了达到特定的目的对信号进行处理、变换的器件、装置、设备及其组合，而信号是系统要处理、加工和变换的对象，可以说，系统的发展与信息的利用程度紧密相连，而信息的利用程度则有赖于信号的分析、处理技术。实际上，电气系统和自动化系统都广泛地涉及信号分析与处理技术，自动化系统中按一定的控制规则得出的控制信号、系统状态的估计、控制对象数学模型的确定、系统测量噪声的剔除，直至自适应控制、智能控制等都通过信号的分析与处理来实现；电机、电子系统的故障分析和诊断，电力系统的微机保护、谐波抑制等更是信号分析与处理技术的直接应用例子。随着电工学科的进一步发展，信号分析与处理技术对它的作用和影响必将越来越大。

本教材考虑电气工程与自动化专业或相关专业的学生已经在“自动控制理论”课程中较系统地学习了系统的时域、频域、复频域的分析方法和设计方法，因此，紧紧抓住信号这一主线，重点介绍信号分析、处理的基本原理和方法，尽量避开《自动控制理论》中已介绍的内容，并兼顾专业特点，从信号处理角度出发，适当介绍系统辨识、最优估计等内容。因此，本教材有别于传统的《信号与系统》教材，克服了与《自动控制理论》有关系统内容的重叠。为适应现代信号分析与处理技术的飞速发展，本教材简要地介绍了随机信号分析与处理的基础知识、自适应信息处理及小波分析等新技术、新方法，这些章节前标有 * 号，供大家选用。

IV

本教材由浙江大学赵光宙和四川大学舒勤编写。其中绪论、第一章、第三章、第五章由赵光宙编写，第二章、第四章由舒勤编写。浙江大学齐冬莲博士承担了大部分书稿的计算机录入工作。

在本教材的大纲编制过程中，上海大学陈伯时教授、西安交通大学王兆安教授等提出了许多宝贵的意见和建议，在此表示衷心的感谢。

由于作者学识所限，加上编写时间仓促，书中在内容取材、概念阐述、文字表达等方面必定存在不少欠妥之处甚至错误，敬请读者批评指正。

编者于浙江大学

2001年6月6日

目 录

前言		
绪论	1	
第一节 信号的定义和分类	1	
一、确定性信号与随机信号	2	
二、连续信号与离散信号	2	
三、周期信号与非周期信号	3	
四、能量信号与功率信号	3	
第二节 信号分析与处理概述	4	
第三节 信号分析、处理与自动控制 控制系统	6	
习题	7	
第一章 连续信号的分析	9	
第一节 连续信号的时域 描述和分析	9	
一、连续信号的时域描述	9	
二、时域计算	13	
三、信号的分解	18	
习题	25	
第二节 连续信号的频域分析	26	
一、周期信号的频谱分析	27	
二、非周期信号的频谱分析	36	
三、傅里叶变换的性质	47	
习题	63	
第三节 连续信号的拉普拉斯 变换分析	68	
一、拉普拉斯变换	68	
二、信号的复频域分析	77	
习题	83	
第四节 信号的相关分析	86	
一、相关系数	86	
二、相关函数	88	
三、相关定理	92	
习题	94	
第二章 离散信号的分析	95	
第一节 连续信号的离散化和 采样定理	95	
一、采样信号及其频谱	95	
二、采样定理	99	
第二节 离散信号的时域运算	102	
一、常见的离散信号	102	
二、离散信号的常见分类	103	
三、常见的时域运算	105	
第三节 离散信号的Z变换分析	112	
一、Z变换	112	
二、反Z变换	115	
三、Z变换的性质	119	
第四节 离散信号的傅里叶分析	122	
一、非周期离散信号的 频域分析	122	
二、周期离散信号的频域分析	128	
习题	136	
第三章 信号处理基础	140	
第一节 系统及其性质	140	
一、系统的描述	140	
二、系统的性质	141	
第二节 信号的线性系统处理	147	
一、时域分析法	147	
二、频域法分析	158	
三、复频域分析	166	
* 第三节 解卷积(逆滤波和系统 辨识)	170	
一、系统辨识问题	172	
二、逆滤波问题	177	
习题	182	
第四章 滤波器	189	
第一节 概论	189	

一、理想滤波器·····	189	第二节 随机信号特征的估计·····	231
二、几个重要的术语·····	190	一、数字特征的估计·····	232
三、滤波器的分类·····	190	二、相关函数的估计·····	234
第二节 模拟滤波器设计·····	191	三、功率谱的估计·····	235
一、原理性问题·····	191	第三节 随机信号通过线性系统的	
二、巴特沃思滤波器·····	192	分析·····	237
三、切比雪夫滤波器·····	193	一、平稳随机信号通过	
四、幅度平方函数设计·····	194	连续系统·····	238
五、从低通型到其它类型		二、平稳随机信号通过	
滤波器·····	194	离散系统·····	242
第三节 数字滤波器设计·····	197	三、过渡过程分析·····	244
一、IIR 数字滤波器设计·····	197	第四节 最优线性滤波·····	247
二、IIR 数字滤波器的实现·····	205	一、维纳滤波·····	248
三、FIR 数字滤波器设计·····	208	二、卡尔曼滤波·····	252
四、FIR 数字滤波器形式·····	213	* 第五节 近代信号分析与	
习题·····	216	处理简介·····	259
第五章 随机信号分析与		一、参数模型及功率谱估计的参数	
处理基础·····	218	模型方法·····	259
第一节 随机信号的描述·····	218	二、自适应信号处理·····	266
一、随机信号及其概率结构·····	218	三、信号的时-频域分析·····	275
二、随机信号在时域的		四、小波分析·····	279
数字特征·····	220	习题·····	283
三、随机信号的频域描述·····	227	参考文献·····	287

绪 论

第一节 信号的定义和分类

什么是信号?“信号”一词在人们的日常生活和社会活动中并不陌生,例如时钟报时、汽车喇叭的声音信号、交叉路口的红绿灯、战场上信号弹的光信号、电子计算机内部以及它与外围设备之间联络的电信号等等,都是人们熟悉的信号。但是,要严格地给信号下定义,必须搞清它和信息、消息之间的联系。

我们生活在信息时代,信息对每个人来说都具有重要的意义。信息是指人类社会和自然界中需要传送、交换、存储和提取的抽象内容。首先,信息具有客观性,它存在于一切事物之中,事物的一切变化和运动都伴随着信息的交换和传送。同时,信息具有抽象性,只有通过一定的形式才能把它表现出来。

由于信息的抽象性,为了交换和传送,必须通过一定的表现形式将它表示出来。人们把表示信息的语言、文字、图像、数据等称为消息,而信息是消息之中赋予人们新知识与新概念的内容。可见,信息是消息的内容,而且是预先不知道的内容。

一般情况下,消息不便于传送和交换,往往需要借助于某种便于传送和交换的物理量作为运载手段,我们把声、光、电等运载消息的物理量称为信号,它们是时间或空间的函数,所携带的消息就体现在它们的变化之中。例如,甲通过电话告诉了乙一件乙不知道的事情,我们说乙得到了信息,它是客观存在的,但是它是乙从甲的语言这一表现形式中得到的,而电话传输线上变化的电物理量是运载语言消息、传送信息的信号。在作为信号的众多物理量中,电是应用最广泛的物理量,因为它容易产生、传输和控制,也容易实现与其它物理量的相互转换。因此,我们通常所指的信号主要是电信号。

信号作为时间或空间的函数可以用数学解析式表达,也可以用图形来表示。我们观测到的信号一般是一个或一个以上独立变量的实值函数,具体地说,可以是时间或空间坐标的纯量函数。例如由语言转换得到的电信号,信号发生器产生的正弦波、方波等信号都是一个独立变量时间 t 的函数 $x(t)$;一幅静止的黑白平面图像,由位于平面不同位置呈不同亮度(或灰度)的像点组成,是两个独立变量的函数 $I(x, y)$;而活动的黑白电视图像,像点的亮度还随时间 t 变化,是三个独立变量的函数 $I(x, y, t)$ 。具有一个独立变量的信号函数称为一维信号,同样,

还有二维信号、三维信号等多维信号。本书主要以一维信号 $x(t)$ 为对象，其中独立变量 t 根据具体情况可以是时间，也可以是其它物理量。根据信号所具有的时间函数特性，可以分为确定性信号与随机信号、连续信号与离散信号、周期信号与非周期信号、能量信号与功率信号，现分述如下。

一、确定性信号与随机信号

按确定性规律变化的信号称为确定性信号。确定性信号可以用数学解析式或确定性曲线准确地描述，在相同的条件下能够重现，因此，只要掌握了变化规律，就能准确地预测它的未来。例如正弦信号，它可以用正弦函数描述，对给定的任一时刻都对应有确定的函数值，包括未来时刻。

不遵循任何确定性规律变化的信号称为随机信号。随机信号的未来值不能用精确的时间函数描述，无法准确地预测，在相同的条件下，它也不能准确地重现。马路上的噪声、电网电压的波动量、生物电、地震波等等都是随机信号。

二、连续信号与离散信号

按自变量 t 的取值特点可以把信号分为连续信号和离散信号。连续信号如图 0-1a 所示，它的描述函数的定义域是连续的，即对于任意时间值其描述函数都有定义，有时也称为连续时间信号，用 $x(t)$ 表示。离散信号如图 0-1b 所示，它的描述函数的定义域是某些离散点的集合，也即其描述函数仅在规定的离散时刻有定义，有时也称为离散时间信号，用 $x(t_n)$ 表示，其中 t_n 为某特定时刻。图 0-1b 表示的是离散点在时间轴上均匀分布的情况，但也可以不均匀分布。均匀分布的离散信号可以表示为 $x(nT)$ 或 $x(n)$ ，也可称为时间序列。

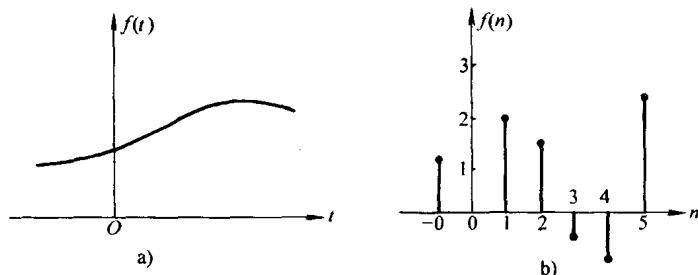


图 0-1 连续时间信号与离散时间信号

a) 连续信号 b) 离散信号

离散信号可以是连续信号的抽样信号，但不一定都是从连续信号采样得到的，有些信号确实只是在规定的离散时刻才有意义，例如人口的年平均出生率、纽约股票市场每天的 Dow - Jones 指数等。

顺便指出，连续信号只强调时间坐标的连续，并不强调函数幅度取值的连续，因此，一个时间坐标连续、幅度经过量化（幅度经过近似处理只取有限个离散值）的信号仍然是连续信号，而那些时间和幅度均为连续取值的信号称为模拟

信号。显然，模拟信号是连续信号，而连续信号不一定是模拟信号。同理，时间和幅度均为离散取值的信号称为数字信号，数字信号是离散信号，而离散信号不一定是数字信号。

三、周期信号与非周期信号

周期信号是依时间周而复始的信号。

对于连续信号，若存在 $T > 0$ ，使

$$x(t) = x(t + nT) \quad n \text{ 为整数} \quad (0-1)$$

对于离散信号，若存在大于零的整数 N ，使

$$x(n) = x(n + kN) \quad k \text{ 为整数} \quad (0-2)$$

则称 $x(t)$ 、 $x(n)$ 为周期信号， T 和 N 分别为 $x(t)$ 和 $x(n)$ 的周期。显然，知道了周期信号一个周期内的变化过程，就可以确定整个定义域的信号取值。

不具有周期的信号就是非周期信号，它们一定不满足式(0-1)或式(0-2)。非周期信号也可以看作为周期是无穷大的周期信号，即在有限时间范围内其波形不重复出现。

四、能量信号与功率信号

可以从能量的观点来研究信号，为此把信号 $x(t)$ 看作加在 1Ω 电阻上的电流，则在时间间隔 $-T \leq t \leq T$ 内所消耗的能量为

$$W = \lim_{T \rightarrow \infty} \int_{-T}^T x^2(t) dt \quad (0-3)$$

其平均功率为

$$P = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T x^2(t) dt \quad (0-4)$$

若信号函数平方可积，则 W 为有限值，称为能量有限信号，简称能量信号。根据式(0-4)，能量信号的平均功率为零。客观存在的信号大多是持续时间有限的能量信号。

另一种情况，若信号 $x(t)$ 的 W 趋于无穷(相当于 1Ω 电阻消耗的能量)，而 P (相当于平均功率)为不等于零的有限值，则称为功率信号。一个幅度有限的周期信号或随机信号能量无限，但功率有限，则为功率信号。

一个信号可以既不是能量信号，也不是功率信号，但不可能既是能量信号又是功率信号。

对于离散信号，可以得出类似的定义和结论。

例 0-1 判断下列信号哪些属于能量信号，哪些属于功率信号。

$$f_1(t) = \begin{cases} A & 0 < t < 1 \\ 0 & \text{其它} \end{cases}$$

$$f_2(t) = A \cos(\omega_0 t + \theta) \quad -\infty < t < \infty$$

$$f_3(t) = \begin{cases} t^{-1/4} & t \geq 1 \\ 0 & \text{其它} \end{cases}$$

解 根据式 (0-3) 及式 (0-4), 上述三个信号的 W 、 P 分别可计算为

$$W_1 = \lim_{T \rightarrow \infty} \int_0^1 A^2 dt = A^2 \quad P_1 = 0$$

$$W_2 = \lim_{T \rightarrow \infty} \int_{-T}^T A^2 \cos^2(\omega_0 t + \theta) dt = \infty \quad P_2 = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{A^2}{2T} \int_{-T}^T \cos^2(\omega_0 t + \theta) dt = \frac{A^2}{2}$$

$$W_3 = \lim_{T \rightarrow \infty} \int_1^T t^{-1/2} dt = \infty \quad P_3 = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_1^T t^{-1/2} dt = 0$$

式中, $f_1(t)$ 为能量信号; $f_2(t)$ 为功率信号; $f_3(t)$ 既非能量信号又非功率信号。

第二节 信号分析与处理概述

信号是信息的载体, 为了有效地获取信息以及利用信息, 必须对信号进行分析与处理。可以说, 对信息的利用程度在一定意义上取决于信号的分析与处理技术。

信号分析最直接的意义在于通过解析法或测试法找出不同信号的特征, 从而了解其特性, 掌握它随时间或频率变化的规律。简言之, 就是从客观上认识信号。因而, 可以通过信号分析, 将一个复杂信号分解成若干简单信号分量之和, 或者用有限的一组参量去表示一个复杂波形的信号, 从这些分量的组成情况或这组有限的参量去考察信号的特性; 另一方面, 信号分析是获取信号源(主要指被研究的系统)特征信息的重要手段, 人们往往可以通过对信号特征的详细了解, 得到信号源特性、运行情况甚至故障等信息, 这正是故障分析和故障诊断的基础。

信号处理是指通过对信号的加工和变换, 把一个信号变换成另一个信号的过程。例如为了有效地利用信号中包含的有用信息, 采用一定的手段剔除原始信号中混杂的噪声, 削弱多余的内容, 这个过程就是最基本的信号处理过程。因此, 也可以把信号处理理解为为了特定的目的, 通过一定的手段改造信号。

信号的分析 and 处理是互相关联的两个方面, 它们的侧重面不同, 采取的手段也不同。但是它们又是密不可分的, 只有通过信号的分析, 充分了解信号的特性, 才能有效地对它进行处理和加工, 可见信号分析是信号处理的基础。另一方面, 通过对信号的一定加工和变换, 可以突出信号的特征, 便于有效地认识信号的特性。从这一意义上说, 信号处理又可认为是信号分析的手段。但是, 认识信号也好, 改造信号也好, 共同的目的都是为了充分地从信号中获取有用信息并实现对这些信息的有效利用。例如, 在通信领域如何实现可靠、经济和快速的信息

传输交换，在自动控制领域如何获取系统输出信号的最佳动态、静态性能。

信息时代的到来使信息科学渗透到社会活动、生产活动甚至日常生活的各个方面。作为信息科学的基础——信号分析与处理原理及技术已经广泛地应用于通信、自动控制、生物医学、遥感遥测、语言处理、图像处理、故障诊断、振动学、地震学、气象学等各种科学技术领域，成为各门学科发展的技术基础和有力工具。

按对信号分析处理方法的不同，有模拟处理系统和数字处理系统两类。

模拟信号处理系统输入模拟信号，通过模拟元件 RLC 及模拟电路构成的模拟系统的加工处理，输出的仍然是模拟信号，其基本形式如图 0-2 所示。人们常用的模拟滤波器是模拟信号处理系统最典型的例子。

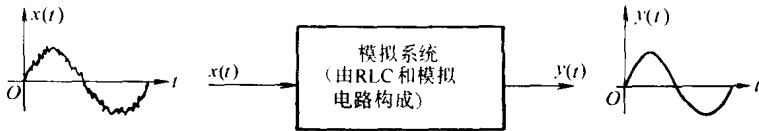


图 0-2 模拟信号处理系统框图

数字信号处理是 20 世纪 60 年代以后发展起来的技术，它依赖于大规模集成电路和数字处理算法的发展，其核心是用数字计算机的运算功能代替模拟电路装置，达到信号加工变换的目的。图 0-3 表示了数字信号处理系统的基本结构，系统首先通过模-数转换(A/D)把原始模拟信号转换成数字信号，当然，如果原始信号是离散时间信号，只要经过量化过程就能成为数字信号。数字系统是通用数字计算机或者专用数字硬件构成的系统，它按预先给定的处理程序对数字信号进行运算处理，处理结果是数字形式的。在一些情况下，这些数字结果就能满足处理的要求，直接可用。在另一些情况下，为了得到模拟输出，将数字输出经过数-模变换(D/A)即可。

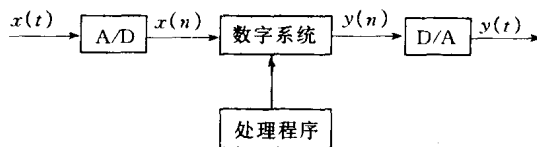


图 0-3 数字信号处理框图

数字信号处理系统以数学运算的形式对信号实现分析和处理，摒弃了传统的模拟电路处理信号的形式，因而具有处理功能强、精度高、灵活性大、稳定性好等突出优点，并且随着大规模集成电路技术的不断发展，处理的实时性不断得到提高。可以说，数字信号处理是信号处理的发展趋势，特别是一些复杂的信号处理任务更是如此。

微电子技术和计算机技术的发展为数字信号处理提供了必要的物质基础。但是由于数字信号处理的核心是处理算法，因此，我们不能不提到库利(J.W.Cooley)和图基(J.W.Tukey)在1965年发明的一种快速傅里叶变换算法(FFT)，它的出现，使数字信号处理的速度提高了几个数量级，真正开创了数字信号处理的新时代。随后，在大规模集成电路技术以及处理算法的进一步发展和推动下，数字信号处理得到了迅猛发展和广泛应用，各种专用器件和设备的不断涌现，特别是20世纪80年代推出了高速数字信号处理芯片(DSP)，极大地提高了信号处理能力，并使设计开发工作简单易行，是数字信号处理技术发展的又一个里程碑。

第三节 信号分析、处理与自动控制系统

自动控制系统是由相互制约的若干个部分组成，为了达到某一控制目的具有一定功能的一个整体，它利用控制器使控制对象的物理量自动地按预定的规律变化。图0-4表示了一个典型的自动控制系统框图。其中 $r(t)$ 为系统输入变量，

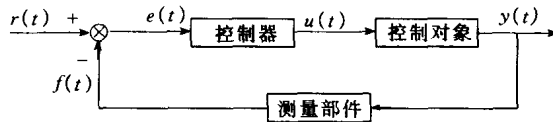


图 0-4 典型自动控制系统框图

$u(t)$ 为控制变量， $y(t)$ 为系统输出变量， $f(t)$ 和 $e(t)$ 分别称为反馈变量和偏差变量。一个系统要实现自动控制，除了能量流和物质流以外，信息流起着关键的作用，通过各个组成环节的信号变换和作用，才能实现系统的自动控制功能。可以认为，自动控制系统就是一个将输入信号加工和变换为人们所期望的输出信号的设备，而自动控制系统的运行过程就是对信号的加工、变换过程。其中最重要的是控制器的作用，它把偏差信号变换为施加于控制对象的控制信号，这一变换过程的正确与否将直接影响自动控制系统的一系列重要特性，如稳定性、动态特性、静态特性等。自动控制系统的研究和设计，主要就是实现对控制器的设计和综合，就是在控制器上实现一定的控制策略，或者说实现一定的信号变换规则。例如常用的PID控制，是一种对偏差信号实现比例、积分、微分变换，并根据控制对象的性质进行加权综合的控制规则。当然，控制器的信号加工变换可以用模拟电路的形式实现，就是常称的模拟控制系统；也可以由数字计算机实现（必须通过A/D、D/A和外界连接），就是常称的计算机控制系统。

在控制对象所处环境恶劣、干扰源多的情况下，往往需要在自动控制系统的某些位置设计滤波环节，以排除或削弱混杂在有用信号中的干扰噪声、测量噪

声，这也是自动控制系统中必不可少的信号处理环节，同样，可采用模拟滤波形式或者数字滤波形式。

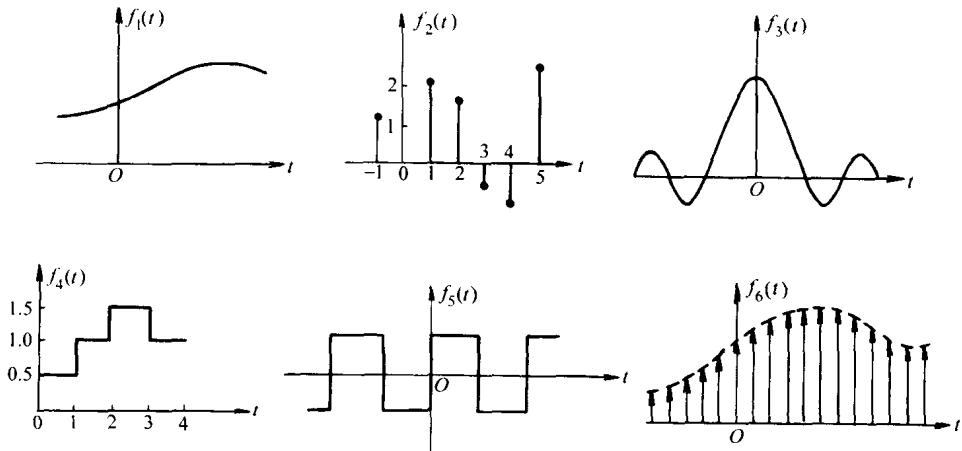
对于随机干扰严重的情况，系统受到外界杂散信号的作用，致使系统的状态的精确性受到很大影响，进而影响系统的最佳运行方式，这对于导弹、雷达跟踪系统等要求控制特性很高的系统显然是不能接受的，解决的办法是应用概率和数理统计的方法对系统的状态进行精确的估计，即所谓的状态估计，这也是通过对系统输入信号和输出信号测量值的统计处理来实现的。

此外，对未知系统的建模，或者对于参数变化的控制对象的自适应控制，都需要通过对输入信号和输出信号的处理，建立系统的数学模型，或者确定变化了的控制对象的模型参数，这就是系统辨识，也可以归结为信号处理问题。

综上所述，自动控制和信号分析、处理是紧密相关的。随着自动控制系统对象和任务的更加复杂化，一些现代的更先进的信号处理理论和技术，如小波分析、智能化处理等也越来越多地自动控制在得到应用。因此，信号分析与处理是从事自动控制工程的科技人员必须掌握的基础理论之一。本书作为电气工程与自动化类专业学生的入门教材，由于课时和篇幅有限，仅介绍信号分析、处理理论和技术的最基本的概念、方法，使学生掌握自动控制技术中涉及的信号处理的基本理论和方法，并为进一步学习该领域的知识打下初步基础。

习 题

1. 指出题图 0-1 所示各信号是连续时间信号？还是离散时间信号？



题图 0-1

2. 判断下列各信号是否是周期信号，如果是周期信号，求出它的基波周期。

(1) $x(t) = 2\cos(3t + \pi/4)$

(2) $x(n) = \cos(8\pi n/7 + 2)$

(3) $x(t) = e^{j(\pi t - 1)}$

(4) $x(n) = e^{j(n/8 - \pi)}$

$$(5) x(n) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} [\delta(n-3m) - \delta(n-1-3m)] \quad (6) x(t) = \cos 2\pi t u(t)$$

$$(7) x(n) = \cos(n/4)\cos(n\pi/4)$$

$$(8) x(n) = 2\cos(n\pi/4) + \sin(n\pi/8) - 2\sin(n\pi/2 + \pi/6)$$

3. 试判断下列信号是能量信号? 还是功率信号?

$$(1) x_1(t) = Ae^{-t} \quad t \geq 0$$

$$(2) x_2(t) = A\cos(\omega_0 t + \theta)$$

$$(3) x_3(t) = \sin 2t + \sin 2\pi t$$

$$(4) x_4(t) = e^{-t}\sin 2t$$

4. 确定下列论点正确与否:

(1) 两个周期信号之和总是周期信号;

(2) 所有非周期信号都是能量信号;

(3) 所有能量信号都是非周期信号;

(4) 所有随机信号都是非周期信号;

(5) 两个功率信号之积总是一个功率信号;

(6) 两个功率信号之和总是一个功率信号;

(7) 一个能量信号和一个功率信号之积总是一个能量信号。

5. 对下列每一个信号求 P_∞ 和 E_∞ :

$$(1) x_1(t) = e^{-2t}u(t)$$

$$(2) x_2(t) = e^{j(2t + \pi/4)}$$

$$(3) x_3(t) = \cos t$$

$$(4) x_4(n) = \left(\frac{1}{2}\right)^n u(n)$$

$$(5) x_5(n) = e^{j(\pi/2 n + \pi/8)}$$

$$(6) x_6(n) = \cos\left(\frac{\pi}{4}n\right)$$

第一章 连续信号的分析

连续的确定性信号是用时域上连续的确定性函数描述的信号，是一类描述和分析最简单的信号，同时又是其它信号分析的基础。本章着重讨论这种信号的分析方法，包括时域分析、频域分析及复频域分析。

第一节 连续信号的时域描述和分析

一个信号应该是时间的函数，在时间领域内对其进行定量和定性的描述、分析是一种最基本的方法，这种方法比较直观、简便，物理概念强，易于理解。

一、连续信号的时域描述

用一个时间函数或一条曲线来表示信号随时间而变化的特性称为信号的时域描述。在多种多样的连续的确定性信号中，大部分都可以用常见的基本函数表示，如正弦函数、指数函数、阶跃函数等，同时它们还可以组成许多更复杂的信号。我们把这类信号称为基本信号。讨论基本信号的时域描述有着重要的意义。通常基本信号可以分为普通信号和奇异信号两类。下面分别对它们进行描述。

(一) 普通信号的时域描述

1. 正弦信号

一个正弦信号可表示为

$$x(t) = A \sin(\omega_0 t + \varphi) = A \cos(\omega_0 t + \varphi - \frac{\pi}{2}) \quad -\infty < t < \infty \quad (1-1)$$

式中， A 为振幅； ω_0 为角频率 (rad/s)； φ 为初相角 (rad)，如图 1-1 所示。

正弦信号是周期信号，其周期为

$$T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} = \frac{1}{f_0} \quad (1-2)$$

余弦信号与正弦信号只是在相位上相差 $\pi/2$ 见 (式 1-1)，所以通常也把它归属为正弦信号。

正弦信号在实际中得到广泛应用，不仅仅因为它是典型信号，还在于它具有一系列对运算非常有用的性质：

(1) 两个同频率的正弦信号相加，即使它们的振幅和初相位不同，但相加的结果仍是原频率的正弦信号。

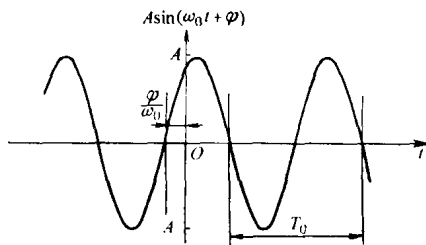


图 1-1 正弦信号

(2) 如果一个正弦信号的频率 f_1 是另一个正弦信号频率 f_0 的整数倍, 即 $f_1 = nf_0$ (n 为整数), 则其合成信号是频率为 f_0 的非正弦周期信号。把 f_0 称为该信号的基波频率, f_1 称为 n 次谐波频率。据此, 可以把一个周期信号分解为基波信号和一系列谐波信号。

(3) 正弦信号的微分和积分仍然是同频率的正弦信号。

2. 指数信号

一个指数信号可以表示为

$$x(t) = Ae^{st} \quad -\infty < t < \infty \quad (1-3)$$

式中, $s = \sigma + j\omega$ 为复数。

如果 $\sigma = 0, \omega = 0$, 则 $x(t) = A$ 即为直流信号。

如果 $\sigma \neq 0, \omega = 0$, 则 $x(t) = Ae^{\sigma t}$ 即为实指数信号, 其中 $\sigma < 0$ 的情况表示了 $x(t)$ 随时间按指数衰减, $\sigma > 0$ 的情况表示了 $x(t)$ 随时间按指数增长, 信号的衰减或增长速度可以用实指数信号的时间常数 τ 表示, 它是 $|\sigma|$ 的倒数, 即 $\tau = 1/|\sigma|$ 。

图 1-2 分别表示了直流信号和实指数信号。

如果 $\sigma \neq 0, \omega \neq 0$, 则 $x(t) = Ae^{\sigma t} e^{j\omega t}$ 即为复指数信号, $s = \sigma + j\omega$ 称为复指数信号的复频率。

按欧拉(Euler)公式, 复指数信号可以写成

$$\begin{aligned} x(t) &= Ae^{\sigma t} = Ae^{\sigma t} e^{j\omega t} = Ae^{\sigma t} \cos \omega t + jAe^{\sigma t} \sin \omega t \\ &= R_e[x(t)] + jI_m[x(t)] \end{aligned} \quad (1-4)$$

可以分解为实部和虚部两个部分

$$R_e[x(t)] = Ae^{\sigma t} \cos \omega t \quad (1-5)$$

$$I_m[x(t)] = Ae^{\sigma t} \sin \omega t \quad (1-6)$$

分别为余弦和正弦信号, $Ae^{\sigma t}$ 反映了它们振荡幅度的变化情况, 即它们的包络线。图 1-3 表示了 $\sigma < 0$ 时的 $R_e[x(t)]$ 和 $I_m[x(t)]$, 其中虚线为包络线 $Ae^{\sigma t}$ 。

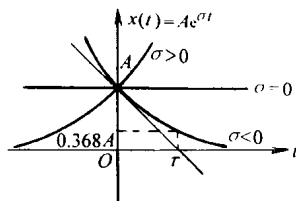


图 1-2 不同 σ 值的指数信号

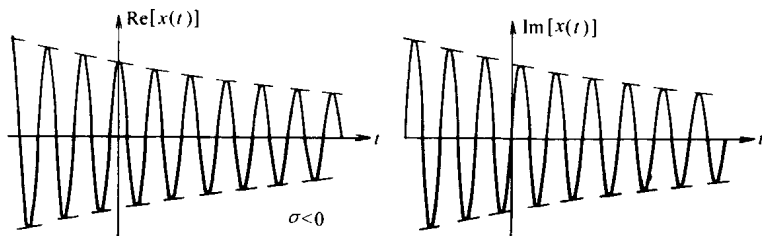


图 1-3 复指数信号 ($\sigma < 0$)

实际的信号总是实的, 即都是时间 t 的实函数, 复指数信号为复函数, 所以不可能实际产生。但是一方面如上所述, 它的实部和虚部表示了指数包络的正弦型振荡, 这本身具有一定的实际意义。其次, 它把直流信号、指数信号、正弦型