

测量结果不确定度的 估计与表达

李慎安 编著

中国计量出版社

测量结果不确定度的 估计与表达

李慎安 编著

中国计量出版社

图书在版编目 (CIP) 数据

测量结果不确定度的估计与表达/李慎言等著. —北京: 中国计量出版社, 1997. 6

ISBN 7-5026-0938-5

I. 测… II. 李… III. 测量-结果-不可判定性-估计
IV. TB22

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (97) 第 08952 号

测量结果不确定度的估计与表达

中国计量出版社出版

北京和平里西街甲 2 号

邮政编码 100013

中国计量出版社印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行

版权所有 不得翻印

开本 787×1092/32 印张 4.625 字数 98 千字
1997 年 5 月 第 1 版 1997 年 5 月 第 1 次印刷

印数 1—4000 定价: 8.00 元

前 言

近些年来, 由于对测量结果的不确定度的估计方法以及其表达形式在一些国家和不同科学领域中的不一致, 导致了不好相互理解和对测量结果的正确运用。为此, 由有关的一些国际组织, 如国际计量局 BIPM, 国际标准化组织 ISO, 国际法制计量组织 OIML, 国际电工委员会 IEC, 后来又有国际纯化学和应用化学联合会 IUPAC, 国际纯物理和应用物理联合会 IUPAP 以及国际临床化学联合会 IFCC 参加, 致力于制定一个统一的文件, 以提供一个较为全面的能为各方接受的合理可行的方案。这些工作在编号为 ISO/TAG4/WG3 这个工作组中, 在有关各方的专家参与下, 于 1993 年公布了其正式版本, 称之为《测量不确定度表达导则》(Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement) (本书中简称为 ISO《导则》)。与此相关的计量学中的基本名词及其定义问题, 也在以上七个国际组织的参与下, 以他们联合的名义, 于 1993 年公布了《国际通用计量学基本术语》(第二版) (International Vocabulary of Basic and General Terms in Metrology) (本书简称《VIM》), 其中对有关误差的术语, 不少都有了新的定义。这类问题, 与本书内容有关者, 均已反映在本书的第 1 章之中。

由于以上 ISO《导则》以及 VIM 的出现, 我国公布的计

6A04374 10

量技术规范 JJG 1001《通用计量名词及定义》(1991) 以及 JJG 1027《测量误差及数据处理》(1991) 就显得不完全协调了。

1985 年我国《计量法》颁布后, 根据《计量检定印、证管理办法》的规定, 国家技术监督局曾制订了一套计量检定证书的规格和要求。尤其在按 GB/T 19000—ISO 9000 系列标准建立质量体系时, 对计量器具检定、校准的溯源性提出了更高要求。为此, 该局于 1996 年元月 6 日发出了《关于正式使用“检定/校准证书”的通知》, 其中要求在证书中明确给出所使用的计量标准的扩展(或合成标准)不确定度(或准确度), 在给出检定校准结果的证书中要求用测量结果的不确定度(或准确度)表达。关于测量结果的不确定度, 可用 u_c 表示, 也可用相对合成标准不确定度 $u_c(y)/y$ 表示。此外, 也常用扩展不确定度 U 表示。同时, 应说明覆盖因子 k 或按 k_p 给出的置信水平(置信概率) p (按 ISO《导则》, 还应指明 u_c 或 U 的自由度 ν)。

近几年来, 我国开展了宣贯实施 GB/T 19022.1《测量设备的计量确认体系》以及 GB/T 19022.2《测量过程控制》, 其中要求对测量不确定度进行全面评定, 用以作为保证测量结果可靠的依据。这样, 我国计量学界自 50 年代以来所形成的至今基本上没有改变的习惯概念和数据的处理方式及测量结果的表达方式就面临着一个颇大的必须接受的变革。不少单位和地方, 已体察出这一形势, 正在积极组织学习和探讨 ISO《导则》的有关问题。本人将自 1993 年以来应邀在一些学习班的讲授中所接触到的和学员提出的较多的、具有普遍性的问题, 写成这本小册子, 供一般初、中级计量技术人员在初接触这个新问题时学习参考。必须说明, 本书并未包括 ISO《导则》的全部内容, 更不能代替它。书中的某些论点, 甚至

可能存在谬误。祈盼读者赐教、探讨，指出错误之处，本人将十分感激。来函请寄 100013（邮编）北京和平里 11 区中国计量科学研究院离退休科技协会。

本书的完稿得到罗振之、戴润生、刘智敏、李谦诸位同志的帮助，谨此致谢。

作 者

1997-03-20

目 录

1 有关基本术语及其概念	(1)
1.1 可测量或物理量	(1)
1.2 量值	(2)
1.3 量的真值	(2)
1.4 量的约定真值	(3)
1.5 测量	(3)
1.6 量的数值	(3)
1.7 计量学	(4)
1.8 测量原理	(4)
1.9 测量方法	(4)
1.10 测量程序	(4)
1.11 被测量	(4)
1.12 影响量	(5)
1.13 测量结果	(5)
1.14 示值	(5)
1.15 测量准确度	(6)
1.16 测量结果的重复性	(6)
1.17 测量结果的再现性	(8)
1.18 实验标准偏差	(9)
1.19 测量不确定度	(11)
1.20 测量误差或绝对误差	(13)
1.21 相对误差	(14)
1.22 随机误差	(14)
1.23 系统误差	(15)
1.24 修正值和修正因子	(16)

1.25	漂移	(16)
1.26	测量仪器的准确度	(16)
1.27	测量仪器的示值误差和允许误差	(16)
1.28	测量仪器的畸差	(17)
1.29	测量仪器的重复性	(17)
1.30	测量仪器的引用误差	(18)
1.31	量化误差	(18)
1.32	自由度	(19)
2	INC-1 建议书及其问题	(20)
2.1	问题的提出	(20)
2.2	INC-1 建议书	(22)
2.3	INC-1 的具体化	(23)
2.4	INC-1 的几个基本问题	(24)
3	不确定度的 A 类评定	(27)
3.1	统计方法的基本概念	(27)
3.2	统计学基本术语及其概念	(28)
3.3	A 类评定的基本方法	(33)
3.4	A 类评定的其它简化方法	(35)
3.5	不等精度测量列的期望估计值的不确定度评定	(40)
4	不确定度的 B 类评定	(43)
4.1	非统计方法的基本概念	(43)
4.2	已知给定置信概率下的扩展不确定度	(45)
4.3	已知误差限	(48)
4.4	按均匀分布考虑的其它不确定度分量	(52)
4.5	其它几种情况	(53)
4.6	自由度的估计	(55)
5	合成标准不确定度的评定	(57)
5.1	相关的概念	(57)
5.2	不相关的输入量	(60)
6	扩展不确定度	(67)

6.1	用合成标准不确定度给出的扩展不确定度	(67)
6.2	合成标准不确定度的有效自由度	(69)
6.3	给定置信概率下的置信区间	(70)
6.4	非正态分布的置信概率	(72)
6.5	测量结果与不确定度的有效位	(73)
6.6	测量结果的表达形式	(76)
7	测量不确定度的报告	(78)
	附录	(81)
	附录 1 计算举例	(81)
	附录 2 不确定度表达基本符号	(93)
	附录 3 数值和量值的修约	(100)
	附录 4 正态分布中异常值的判断和处理	(106)
	附录 5 极限误差及扩展不确定度的概念与计算中的比较	(129)
	参考文献	(135)

1 有关基本术语及其概念

1.1 可测量或物理量 (measurable quantity or physical quantity)

定 义：现象、物体或物质的可以定性区别并定量确定的物理属性。

可测量或物理量一般均简称为量。它可指广义量 (quantity in a general sense)，例如：长度、热力学温度、质量、重力、物质的量浓度；也可用于指特定量 (particular quantity)，例如：某给定量块的中心长度，某纯物质的三相点热力学温度，某砝码的质量。

往往把同一广义量某些特定情况下的量称之为同种量 (quantities of the same kind)。例如：在不同时间的室内某一点的温度；连续生产中不同时间的抽样的某个性能的观测值。

可以相互比较，具有相同量纲和可具有相同计量单位，或者从物理意义上来说，能相加或相减的量，称为同类量 (categories of quantities)，例如：热量、功、电能。

除基本量 (base quantity) 外，全部导出量无例外地应可用量方程予以定义，无例外地可以用计量单位表达其量值。例如：密度 ρ 定义式为： $\rho = m/V$ 。其中 m 为质量； V 为体积； ρ 的单位 $[\rho]$ 一般可以用质量的单位除以体积单位给出，例如： kg/m^3 ， g/cm^3 。

本书中全部量的符号均为斜体字母。例如：被测量 Y ，它的测量结果 y ，平均测量结果 $\bar{y}$ ，第 i 个测量结果 y_i ；自由度 ν ； $\nu_{\text{eff}A}$ 为所有 A 类标准不确定度分量的合成不确定度 $u_{cA}(y)$ 的有效自由度。但它们的下标则不完全是正体，也不完全是斜体，均按国家标准GB 3101—93《有关量、单位和符号的一般原则》给出。

1.2 量值 (value of a quantity)

定义：一般为一个数乘计量单位所表示的特定量的大小。简称值。

按标准用花括号表明某量 Q 的数值 $\{Q\}$ ，用方括号表示其单位 $[Q]$ ，则 Q 的量值可表示为： $Q = \{Q\} \cdot [Q]$ 。

当 $[Q] = 1$ 时，则 Q 表示为纯数。 $[Q]$ 也可以是 10^{-3} ， 10^{-6} 或 10^3 ， 10^6 等10的幂。这时，在它们和前面的数值之间应有乘号“ $\times$ ”，但用百分号%代替 10^{-2} 时，不再使用乘号。

1.3 量的真值 (true value of a quantity)

定义：与给定的特定量的定义一致的量值。

简称真值。

真值只能由充分完善的测量才能获得，因此按其本性是不能通过测量获得的。VIM指出：由于与给定的特定量定义一致的值可以有多个，因此，它的冠词用不定冠词比用定冠词好，即用“一个”比“这个”好；在英语中用“a”比用“the”好。

在ISO《导则》中，把“被测量的真值”与“被测量的值”视为同一概念而只使用后者。“真值”只是理论上的一个概念。

上述定义强调了“给定量的定义”。往往这种定义只能近似地给出。例如：某一量块在 $20\text{ }^{\circ}\text{C}$ 下的中心长度，定义为该量块上表面的中点对下表面作垂直线的长度。这个定义中的

“中点”以及“下表面”和“垂直”实际上都是理想中的，而我们在测量时往往也不是按这个定义进行，从而需要对测量结果进行修正。只有完成了全部修正，测量结果才是被测量的最佳估计值，或是真值的最佳估计值。

尽管对被测量应尽可能详细地予以定义，但也往往由于定义本身不够完善而导致测量结果出现额外的不确定度分量。

1.4 [量的] 约定真值 (conventional true value [of a quantity])

定义：被认为是特定量的值。有时，这个值是约定产生的。就给定目的而言，这样的值的不确定度应是可以忽略的。

约定真值有时是指：指定值 (assigned value)，例如：国际温标 ITS-90 中所给出的固定点；最佳估计值 (best estimate)，例如：常数委员会 (CODATA) 所公布的物理常量的值；约定值 (conventional value)，例如：现在把光在真空中的传播速度约定为： $c=299\,792\,458\text{ m/s}$ ，把水三相点热力学温度约定为 $T_{\text{tr}}(\text{H}_2\text{O})=273.16\text{ K}$ ；参考值 (reference value)，例如：在比较测量质量时所用标准砝码在其检定证书中所给出的值。

通常将一被测量在重复条件或复现条件下的多次测量结果的平均值作为其最佳估计值而并作为约定真值。

1.5 测量 (measurement)

定义：以确定量值为目的的一组操作。

例如：对固体表面所进行的硬度试验即不能称之为测量，因为这一操作中并不能给出量值。硬度值与操作有关，也不存在计量单位。但可以估算其试验结果的不确定度。

1.6 量的数值 (numerical value of a quantity)

定义：在量值表示中用以与单位相乘的数字。

量 Q 的数值与所采用的单位 $[Q]$ 有关。标准化的表达形式有: $\{Q\}$ 和 $Q/[Q]$ 。例如: 用 km/h 作为单位表达速度 v 的数值的形式有: $\{v\}_{\text{km} \cdot \text{h}^{-1}}$ 和 $v/(\text{km} \cdot \text{h}^{-1})$ 两种。它们用于表头和坐标轴以及数值方程之中。

数值之间的关系式称为数值方程。使用数值方程时只能代入量的数值而绝非量值。

1.7 计量学 (metrology)

定义: 有关测量的科学。

计量学包括涉及测量理论和实用的各个方面, 而不论测量的不确定度大小如何, 也不论测量用于哪个科学技术领域。

1.8 测量原理 (principle of measurement)

定义: 测量的科学基础。

例如: 应用于温度测量的热电效应; 应用于电位差测量的约瑟夫森效应; 应用于速度测量的多卜勒效应; 应用于质量测量的杠杆原理。

1.9 测量方法 (method of measurement)

定义: 用于测量实践中的按类别描述的操作逻辑条理。

测量方法可按不同方式划分, 如: 替代法、微差法、零位法、直接测量法、间接测量法、非接触测量法、接触测量法、内插测量法、外推测量法。

1.10 测量程序 (measurement procedure)

定义: 根据给定的测量方法, 对特定测量所采取的一组操作的具体叙述。

测量程序常被理解为一种测量的操作规范而成为一种很详细的资料。例如: 对计量器具进行检定用的检定规程。

1.11 被测量 (measurand)

定义: 受到测量的特定量。

一般用符号 Y 表示泛指的被测量。具体的被测量则用规

定的量的符号。例如：

摩尔体积 $V_m(\text{K}_2\text{SO}_4, \text{在 H}_2\text{O 中}, 0.1 \text{ mol} \cdot \text{dm}^{-3}, 298.15 \text{ K})$ 。在这个例子中，对它量也作了必要的说明，如：浓度 c 为 $0.1 \text{ mol} \cdot \text{dm}^{-3}$ 与热力学温度 T 为 298.15 K 。

1.12 影响量 (influence quantity)

定义：不是被测量但对测量结果有影响的量。

例如：在长度的测量中，作为标准计量器具的线膨胀系数 α_l 与热力学温度 T ；交流电位差 U 测量中的频率 f 。

一般当影响量不等于规定值和具有不确定度时，都会形成测量结果不确定度的一个分量。

1.13 测量结果 (result of a measurement)

定义：由测量所得的被测量的值。

一般用符号 y 表示泛指的被测量 Y 的测量结果。特定量则用其标准化的符号。它是个量值。

有时，计量器具的示值就是测量结果。测量结果这一术语是个一般概念，在使用中往往需要加一定的形容词表明，例如：单次测量结果，平均的测量结果，已修正的测量结果，未修正的测量结果。

在完整的测量结果的报告中，还必须包括测量不确定度及与之有关的问题，例如自由度、置信概率等。

1.14 示值 (indication of a measuring instrument)

定义：测量仪器所给出的量值。

由显示装置给出的值可称为“直接示值”(direct indication)。它有时应乘以仪器常数(instrument constant)才能给出示值。示值可以是被测量、测量信号或用于计算被测量值的其它量。

对于量具而言，例如：砝码、量块、标准电池、标准电阻线圈、量瓶，它们的示值就是其标称值。

1.15 测量准确度 (accuracy of measurement)

定义：测量结果与被测量真值之间的一致程度。

准确度只是一个定性概念而绝不能把它定量地表达为一个量值。当前在有些文献和技术规范中，错误地将测量准确度作为一个量并给予符号为 A ，从而给出一个定义式：

$$A = \epsilon \pm U$$

式中： ϵ 为系统误差； U 为不确定度。无疑，这个式子也是错误的。 ϵ 与 U 都是可以定量的可测量，但准确度却不是。而且， $\epsilon \pm U$ 的含义也是不确切的。 U 绝非 ϵ 的不确定度而是测量结果的不确定度。 ϵ 并非测量结果，只有 y 才是 Y 的测量结果。

也不应用“精度”(precision)一词来代替“准确度”的概念。

除此以外，在计量学中还使用另外两个只有定性概念的术语：

a. 测量精密度 (precision of measurement)。用于表示测量结果中随机误差分量大小的程度。有时称为精度。

b. 测量正确度 (correctness of measurement)。用于表示测量结果中系统误差分量大小的程度。

以上这两个术语在 VIM 中已不再列出，建议不再使用。

由于测量准确度只是个定性的概念，绝不能有诸如测量准确度为 $\pm 24 \text{ mg}$ ，相对准确度为 $\pm 3 \times 10^{-6}$ 等类表达形式。即令去掉其中的正负号，亦属错误。对于测量仪器来说，要表达其准确度，只能用其等别或级别，即按有关 GB 或 JJG 检定规程，其测量不确定度（或示值不确定度）符合某一等或其示值误差符合某一级的要求。

本书前言中提到的，在“检定/校准证书”中所要求给出的准确度，一般就是其等别或级别。

1.16 测量结果的重复性 (repeatability of results of

measurements)

定义：在相同条件下，对同一被测量进行多次独立重复测量所得结果之间的一致性。

简称重复性。

以下条件称为重复性条件 (repeatability conditions)：

- a. 相同测量程序；
- b. 相同观测人员；
- c. 在相同条件下使用相同的测量设备；
- d. 相同地点；
- e. 短时间内重复测量。

上述条件中所谓短时间，一般理解为其它条件能充分保证的时间。例如：观测人员保持有基本不变的精力与精神状态；条件能基本上保持不变。

复现性用测量结果的分散性定量地给出，即用实验标准偏差 s 给出。参见 1.18。

这里所指的测量结果，通常理解为未修正结果，但是否修正，其重复性之值不变。

对于重复性，除以上 VIM 所给出的定义之外，在一些国际标准和国家标准中还给出了另一个定义。在国际标准 ISO5725 给出的另一定义为：在重复条件下，以 95% 的置信概率给出的在两个观测值之间的差的置信区间，符号为 r 。如果测量结果的分散性 s_r 有较大的自由度，而且测量结果的分布接近正态，则有：

$$r = 1.96 \sqrt{2} s \approx 2.77s$$

在 ISO5725 中给出的是：

$$r = 2.83s \text{ (用 } 2 \text{ 代替了 } 1.96)$$

在重复条件下的各个测量结果中，一般存在相同的系统误差分量而不能通过重复的测量列发现。

当两次测量结果之间的差超过了 r 时, 应该怀疑测量中出现了不应有的误差分量。

1.17 测量结果的再现性 (reproducibility of results of measurement)

定义: 在测量条件变化下, 同一被测量的测量结果之间的一致性。

简称再现性。汉语中也译作复现性。

在给出再现性时, 一般应指明哪些测量条件有了变化以及变化的程度。

可以变化的条件包括:

- a. 测量原理;
- b. 测量方法;
- c. 观测人员;
- d. 测量设备;
- e. 用作为标准的标准器;
- f. 地点;
- g. 时间。

在实际中, 以上条件可以只变其中的一条或全部。最大多数情况是只变了人员、设备、标准器、地点和时间, 即只保持了测量原理和测量方法不变, 用于核验采用同一测量程序在不同实验室间, 对同一被测量所得测量结果的一致性。

再现性可用测量结果的分散性定量表达。测量结果在这里一般应是已修正结果, 从而避免某些可减少的系统效应带来的误差分量进入结果而导致再现性增大。哪一些系统效应应作怎样的修正, 一般应在实验前明确。

除以上 VIM 所给出的定义之外, 在一些国际标准和国家标准中还给出了另一个定义。在国际标准 ISO5725 中给出的另一定义为: 在测量条件变化下 (再现性条件), 以 95% 的置