

TONGSU SHUXUE MINGZHU YICONG



通俗数学名著译丛

YIJI XUNZONG

JI QITA SHUXUETANSUO

[美] 戴维·盖尔 编著

朱惠霖 译

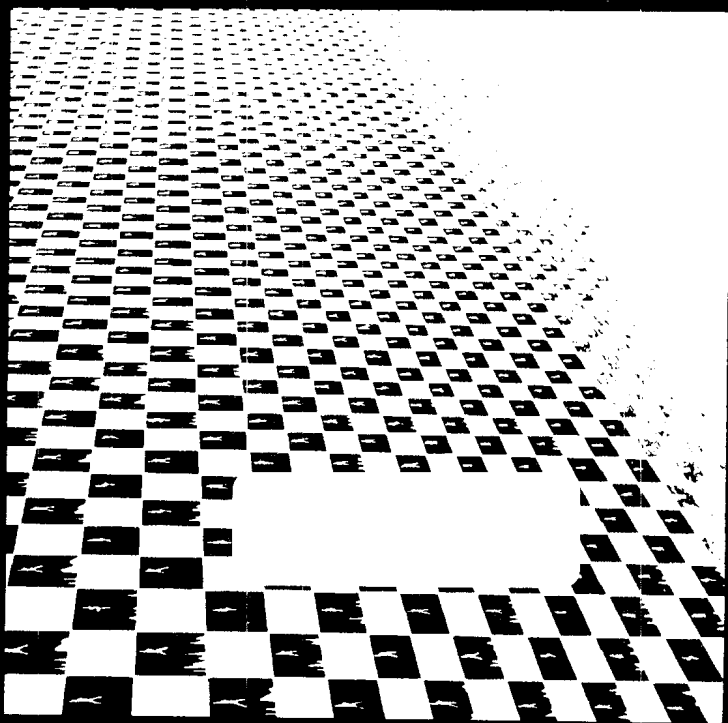
上海教育出版社

蚁迹寻踪

及其他数学探索

蚁迹寻踪 及其他数学探索

[美] 戴维·盖尔 编著 朱惠霖 译 • 上海教育出版社



David Gale

**Tracking the Automatic Ant
and Other Mathematical Exploration**

Springer-Verlag New York, Inc.

© 1998 by Springer-Verlag New York, Inc.

根据斯普林格出版社(纽约)1998年版译出

本书中文版权由上海市版权代理公司帮助取得

图书在版编目(CIP)数据

蚁迹寻踪及其他数学探索 / (美) 盖尔编著; 朱惠霖
译. —上海: 上海教育出版社, 2001. 12

(通俗数学名著译丛 / 史树中主编)

ISBN 7-5320-7996-1

I. 蚁... II. ①盖... ②朱... III. 数学—通俗读物
IV. 01-49

中国版本图书馆CIP数据核字(2001)第094816号

通俗数学名著译丛

蚁迹寻踪及其他数学探索

[美国] 戴维·盖尔 编著

朱惠霖 译

上海世纪出版集团 出版发行
上海教育出版社

(上海永福路123号 邮政编码:200031)

各地新华书店经销 上海书刊印刷有限公司印刷

开本 850×1156 1/32 印张 11 插页 4 字数 259,000

2001年12月第1版 2001年12月第1次印刷

印数 1—5,150 本

ISBN 7-5320-7996-1/G·8081 定价:(软精)19.20 元

開創新世紀的
數學文化

陳省身
二千年十一月

译丛序言

数学,这门古老而又常新的科学,已阔步迈进了 21 世纪.

回顾过去的一个世纪,数学科学的巨大发展,比以往任何时代都更牢固地确立了它作为整个科学技术的基础的地位.数学正突破传统的应用范围向几乎所有的人类知识领域渗透,并越来越直接地为人类物质生产与日常生活作出贡献.同时,数学作为一种文化,已成为人类文明进步的标志.因此,对于当今社会每一个有文化的人士而言,不论他从事何种职业,都需要学习数学,了解数学和运用数学.现代社会对数学的这种需要,在未来的世纪中无疑将更加与日俱增.

另一方面,20 世纪数学思想的深刻变革,已将这门科学的核心部分引向高度抽象化的道路.面对各种深奥的数学理论和复杂的数学方法,门外汉往往只好望而却步.这样,提高数学的可接受度,就成为一种当务之急.

一般说来,一个国家数学普及的程度与该国数学发展的水平相应并且是数学水平提高的基础.随着中国现代数学研究与教育的长足进步,数学普及工作在我国也受到重视.早在 60 年代,华罗庚、吴文俊等一批数学家亲自动手撰写的数学通俗读物,激发了一代青少年学习数学的兴趣,影响绵延至今.改革开放以来,我国数学界对传播现代数学又作出了新的努力.但总体来说,我国的数学普及工作与发达国家相比尚有差距.我国数学要率先赶超世界先进水平,数学普及与传播方面的赶超乃是一

个重要的环节和迫切的任务.为此,借鉴国外的先进经验是必不可少的.

《通俗数学名著译丛》的编辑出版,正是要通过翻译、引进国外优秀数学科普读物,推动国内的数学普及与传播工作,为我国数学赶超世界先进水平的宏伟工程贡献力量.丛书的选题计划,是出版社与编委会在对国外数学科普读物广泛调研的基础上讨论确定的.所选著述,基本上都是在外国已广为流传、受到公众好评的佳作.它们在内容上包括了不同的种类,有的深入浅出介绍当代数学的重大成就与应用;有的循循善诱启迪数学思维与发现技巧;有的富于哲理阐述数学与自然或其他科学的联系;等等,试图为人们提供全新的观察视角,以窥探现代数学的发展概貌,领略数学文化的丰富多采.

丛书的读者对象,力求定位于尽可能广泛的范围.为此丛书适当纳入了不同层次的作品,以使包括大、中学生;大、中学教师;研究生;一般科技工作者等在内的广大读者都能开卷受益.即使是对于专业数学工作者,本丛书的部分作品也是值得一读的.现代数学是一株分支众多的大树,一个数学家对于他所研究的专业以外的领域,也往往深有隔行如隔山之感,也需要涉猎其他分支的进展,了解数学不同分支的联系.

需要指出的是,由于种种原因,近年来国内科技译著尤其是科普译著的出版不景气.在这样的情况下,上海教育出版社按照国际版权公约,不惜耗资购买版权,组织翻译出版这套《通俗数学名著译丛》,这无疑是值得称道和支持的举措.参加本丛书翻译的专家学者们,自愿抽出宝贵的时间来进行这类通常不算作成果但却能帮助公众了解和欣赏数学成果的有益工作,同样也是值得肯定与提倡的.

像这样集中地翻译、引进数学科普读物,在国内还不多见.值得高兴的是,这项工作从一开始就得到了数学界许多人士的赞同与支持,特别是数学大师陈省身先生两次为丛书题词,使我

们深受鼓舞. 到目前为止, 这套丛书已出版了 13 种, 印数大多逾万, 有的已经是第四次印刷, 这对编译者来说确是令人欣慰的信息. 我们热切希望广大读者继续关心、扶植这项工作, 使《通俗数学名著译丛》的出版获得更大的成功.

让我们举手迎接数学科学的新的黄金时代, 让公众了解、喜爱数学, 让数学走进千家万户!

《通俗数学名著译丛》编委会

2001 年 8 月

序 言

这本书主要由《数学信使》(*Mathematical Intelligencer*)上“数学娱乐”(Mathematical Entertainments)栏目中的文章组成,我于1991年至1996年主持编辑了这个特色专栏.这个栏目本来几乎是专门用于讨论题目的,但当我接手时,在这本杂志主编阿克特勒(Sheldon Axler)的鼓励下,我开始按我喜欢的方式进行编辑.结果是题目变得越来越少,最后全部消失.相反,我却能撰写任何令我感兴趣的东西.结果是选题多种多样,遍及这块领地,不过几乎一直都在关注着非常初等的东西.例如,有三章差不多专门是讨论三角形的,还有两章是讨论用矩形进行铺砌的,有三章多是讨论由简单递归关系给出的序列的神秘性质的,三章是讨论游戏和悖论的,三章是讨论一种特定的自动机的.

从这些列举的这些内容可以看出,似乎并没有把所收集的材料统一起来的主线,但事实上我在决定选用哪些材料时,遵循着某种一般的原则.

(1) 粗略地说,不应当要有任何专门化的知识才能理解所选的论题(虽然偶尔有一些随后的分析会变得稍稍超前一些.)

(2) 高度优先地考虑数学上的意外发现和没有料到的转折,其中有些得到了解释,但还有一些仍然莫名其妙.

这两条原则都通过来自日常生活但竟然具有数学内容的例子得到了体现.其中有我们熟悉的儿童游戏,还有两个章节是关于系鞋带的.在同样的精神下,在一个关于几何作图的章节

中,人们居然可以扔掉使用不灵便的圆规,代之以一把可以在上面标上记号的直尺. 这个工具让人们不仅可以完成传统的作图,而且可以完成任何涉及最高为 4 次的方程的作图,从而使得三等分角和倍立方成为可能(见第 10 章). 在前三个附录中,我提供了一些材料的最初来源.

计算机在许多章节中都有表演,但扮演的角色各种各样. 有时候它们只是用来执行计算,例如找出 2 的几次方幂其开头 4 位数字是 1992(第 7 章). 在其他地方它们用来进行实验,而最为令人感兴趣的或许是证明定理. 例如,人们通过数值计算发现了某些在几何上定义的点是共线的,从而得到了几十个平面几何的新定理(第 6 章). 当这些被发现的共线性接下来用代数式子表示出来时,计算机又以它的符号运算模式而不是数值计算模式参与其事,提供了证明.

然而,以这本书的观点,使用计算机所导致的最令人着迷的后果是,它对我们思考数学本身的方式产生了影响. 从传统上讲,数学是一种演绎科学的典型例子. 例如,不管人们对——比方说——费马大定理的正确性有多少“实验证据”,但在这个定理被证明之前,也就是说,在被证明能由先前所知道的结果推导出来之前,它并不被认为是数学. 但是在 1931 年,事情开始发生变化. 那一年哥德尔证明了不存在非平凡的数学系统能够证明或否证所有可在这系统中作出的陈述. 今天,由于让我们能聚集海量的经验数据,计算机使这场危机变得十分明朗. 例如,根据最新的计算,我们现在知道了 π 的几十亿位小数,其中大约有十分之一是 7,而且偏差非常之小. 然而怎样证明这个行为将“永远”继续下去,没有人能拿得出主意. 事实上,说不定从某一位开始根本就没有 7 了. 乐观主义者会说一定有一个证明在其他什么地方,而当我们变得足够聪明的时候,我们就会发现它. 但要是根本就不存在证明呢? 在第 3 章和第 5 章中,我们考察了另一类关于序列的问题,这里的某些结果看起来极有可能成

立,然而找到证明的希望又是极其的渺茫.于是,数学家们发觉自己处于一种奇特的境地.在一个极端,通过聚集数据,计算机能够先是为我们提供猜想,然后用我们设计的程序,进一步解决它们.上面提到的几何结果就是这种情况.在另一个极端,计算机可能是在让我们看一下正确的数学事实,但对这些事实根本不存在什么证明.当然,在这两个极端之间,还有着足够的空间让数学家为那些可预见的甚至不可预见的未来忙个不停.

因此计算机的到来使数学更像物理科学,因为现在它除了有理论成分外,还有强大的实验成分.为发现物理世界中所发生的情况,物理学家使用粒子加速器,而天文学家使用高能望远镜.对数学家来说,计算机现在扮演了一个类似的角色.重要的区别在于,计算机给我们的信息不是关于物理世界的,而是关于“抽象”世界的.我们研究的东西,有限群,解析函数,其他等等,它们的“真实”性并不比原子或星系更差.区别在于这些对象是抽象的概念,是我们不把它们发明出来就不存在的东西.当然,这些抽象概念中有许多最初产生于一种试图理解物理世界的努力之中,一个典型的例子就是欧几里得的著作.但是也存在着所谓的“纯粹”数学,其中研究的对象就是这些抽象概念本身,因此这里有着一个很大的悖论.作为一个实例,让我们再考察一下 π 的小数,看一看在描述这个问题时涉及了什么.首先我们需要一个圆的概念.大自然给出了提示性的例子:太阳、月球、蘑菇头.但是大自然没有提供圆心.我们得把它发明出来,同样的还有圆周和直径,以及作为一个“数”(这也是我们的发明)的长度概念,最后还有十进制展开.所有这些东西都是人类心智的创造,然而它们似乎具有它们自己的生命,因为它们站起身来向我们提出谜题,其中有些可能我们永远也不能解决.本书的最后一个附录进一步探索了这种事态的哲学涵义.

最后,作一个澄清.正如所说的,这个栏目最初是作为“娱乐”而设立的,而我上面也提到了向我们提供谜题的数学现象.

这些词的通常涵义让人联想到我们在这里只是涉及一些轻松的事情,而不是那种“严肃的数学”。这种区分只是表面上的而不是实际上的。事实上,人们可以说整个科学事业都是在解决大自然不断抛给我们的谜题。然而,我试图只表现出其中轻松的一面是从某种意义上来说的。努力理解数学结果的过程可能是一种非常艰苦的劳动。对比之下,在这本书中,我努力选取了这样的一些论题:读者用至多中等程度的精力消耗就能从中获得作为回报的发现,换句话说,达到最大的快乐努力比。虽然这本书不打算做到读起来像小说那样,但我的希望是,通过在书中深入挖掘,读者将发现令人愉悦的东西,而且,也是富有启发性的东西。

戴维·盖尔
于加利福尼亚大学
伯克利校区

致 谢

我要向那些为本书作出贡献的人们表示感谢,他们在帮助把这些材料组织起来编成本书的过程中起了重要的作用。

我要感谢《数学信使》的两位主编阿克斯勒和戴维斯(Chandler Davis)对我的支持和鼓励,他们在我担任“数学娱乐”编辑期间,让我放手撰写任何令我感兴趣的东西。有些章节的部分或全部是由“客座”专栏作家撰写的,其中包括纽曼(Donald Newman)、普罗普(Jim Propp)、萨瑟兰(Scott Sutherland)、特罗别茨科伊(Serge Troubetzkoy)、斯坦(Sherman Stein)、霍尔顿(John Halton)、戈隆布(Solomon Golomb)、米休列维奇(Michal Misiurewicz)和马查多(Armando Machado)。

此外,许多章节的材料是通过与许多人的讨论、电子邮件通信和电话交谈而获得的,他们中有索莫斯(Michael Somos)、巴拉尼(Imre Barany)、金伯林(Clark Kimberling)、伯利坎普(Elwyn Berlekamp)、凯勒(Joe Keller^①)、克利福德·加德纳(Clifford Gardner),特别是已故的鲁滨逊(Raphael Robinson),他对几乎所有的早期章节都作出了关键性的贡献。

所有这些人使得那些专栏文章的写作和最后的成书成为一种合作风险事业。我希望读者将分享到一些我们在编这本书时所感到的愉悦。

① 本书第17章提到一位 K. Joy,疑为此人。——译注

目 录

译丛序言

序言

致谢

第 1 章 令人困惑的简单序列	1
计算机产生的谜团	1
索莫斯序列传奇	2
伦斯特拉用数学定理开的玩笑	7
是否有一种数学基因	8
第 2 章 概率论悖论	9
悖论与一对盒子	9
我们都会犯错误	14
萨洛斯的两个贡献	15
第 3 章 历史上的猜想 再说序列之谜	18
猜想	18
再说序列之谜	22
怀特黑德的幽默	26
第 4 章 保护个人隐私的协议	27
无条件安全的协议	27
关于索莫斯序列的最新报道	33
一个真实的故事	36

第 5 章 出人意料的洗牌	37
精心洗牌切牌,结果混沌一片	37
一个西班牙语的自描述子	41
对一些评论的一个再评论	42
第 6 章 一个有两千年历史的学科的几百个新定理:	
何处是尽头?	44
从欧几里得到笛卡儿	
到 <i>MATHEMATICA</i> 再到覆灭?	44
对三角形的见仁见智	47
三角形与教学	48
第 7 章 协议与大众数学	53
再说协议:通过电话玩游戏	53
大众数学	60
一个非数学问题	66
第 8 章 变分方法的六种变分	67
思想	67
变分方法	67
最大公因数	68
西尔维斯特问题	69
然而	72
伯克霍夫的台球	72
废除种族隔离定理	74
稳定指派定理	74
关于变分方法的补遗	78
第 9 章 铺砌环面 切蛋糕	82
用不同的正方形铺砌曲面	82
分蛋糕	86
我们都会犯错误 II	92
第 10 章 自动机蚂蚁 不用圆规的作图	94

勤劳的蚂蚁	94
直尺作图	98
第 11 章 游戏:实的,复的,虚的	107
人们在玩的游戏	107
人们不玩的游戏	112
人们能玩的游戏	115
一个现代背景下的老故事	121
第 12 章 称硬币 化方为方	122
看低了数学	122
再说化方为方和化矩为方	128
两种文化	132
第 13 章 蚂蚁和吉普车又回来了	133
蚂蚁学进修教程	133
吉普车回来了	141
第 14 章 围 棋	148
问题	148
组合对策论	150
解决与分解	157
展望	160
一些反思	161
到处是定理	162
第 15 章 再说悖论——知识游戏	165
第 16 章 三角形与计算机	172
引言	172
西姆森线之舞	173
有理角的构形	177
一些后来的消息	180
三角形中的三角形	182
补遗:拼图悖论	185