

自动控制原理

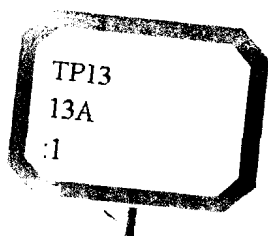
360题

李友善 梅晓榕 王彤 编



哈尔滨工业大学出版社





自动控制原理 360 题

李友善 梅晓榕 王 彤 编

哈尔滨工业大学出版社
·哈尔滨·

内 容 提 要

本书是在李友善编写的《自动控制原理 200 题》一书的基础上,又增加了哈尔滨工业大学出版社出版的《自动控制原理》一书中的习题解答,共计 360 题。本书是高等院校“自动控制原理”课程的教学辅助用书,与教学同步使用,还可供报考硕士研究生的考生复习备考使用。

图书在版编目(CIP)数据

自动控制原理 360 题/李友善等编. —2 版. —哈尔滨:
哈尔滨工业大学出版社, 2002. 4

ISBN 7-5603-1703-0

I. 自… II. 李… III. 自动控制理论 - 高等学校 -
试题 IV. TP13 - 44

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2002)第 017317 号

出版发行 哈尔滨工业大学出版社
社 址 哈尔滨市南岗区教化街 21 号 邮编 150006
传 真 0451 - 6414749
印 刷 哈尔滨市龙华印刷厂
开 本 850 × 1168 1/32 印张 13 字数 338 千字
版 次 2002 年 4 月第 2 版 2002 年 4 月第 3 次印刷
书 号 ISBN 7-5603-1703-0/TP·171
印 数 14 001 ~ 19 000
定 价 15.00 元

再 版 前 言

本书是高等院校“自动控制原理”课程的教学辅助用书,是与李友善教授主编的“自动控制原理”(国防工业出版社,修订版)和鄢景华教授主编的“自动控制原理”(哈尔滨工业大学出版社,修订版)两套教材配套使用,并可供报考硕士研究生的考生应试复习用。

本书第一篇是李友善教授编写的《自动控制原理 200 题》,是为李友善主编的《自动控制原理》一书配套编写的,该书自 1988 年出版以来深受读者欢迎。第二篇是由梅晓榕教授和王彤副教授编写的习题解答 160 题,该篇包含了由哈尔滨工业大学出版社出版的,由鄢景华等主编的《自动控制原理》一书中全部习题的解答。

书中不足之处,恳请读者批评指正。

编 者

2002 年 2 月

前 言

本书是高等院校控制理论与应用、过程控制、工业电气自动化、工业仪表自动化、液压控制、计算机控制与应用等专业“自动控制原理”课程的辅助教学用书,是与李友善主编的《自动控制原理》(国防工业出版社,修订版)一书配套编写的。全书共分八章,其中选编了在线性、非线性、离散系统理论领域内典型性与概念性均较强的 200 个例题与习题。在每一章里,重点阐述了与该章内容有关的几个方面的基本概念问题,并通过具有代表性的例题较全面地介绍了解题的思路与步骤,说明分析问题与解决问题的基本方法。俾使读者通过阅读例题的解题与习题的演算,深入掌握反馈控制的基本概念与基本分析方法。

书后附录给出了哈尔滨工业大学控制理论与应用专业 1979 ~ 1986 年度攻读硕士学位研究生入学考试《自动控制原理》试题汇编,供报考硕士研究生的读者应试复习之用;附录中还给出了书中部分习题参考答案,供读者解题时参考。

由于编者水平有限,书中的缺点与错误在所难免,恳请广大读者批评指正。

编 者

1987 年 5 月于哈工大

目 录

第一篇

第一章	关于传递函数的基本概念	
	例题.....	(1)
	习题	(24)
第二章	关于时域分析的基本概念	
	例题	(29)
	习题	(60)
第三章	关于根轨迹的基本概念	
	例题	(67)
	习题	(93)
第四章	应用频率响应法分析控制系统的基本概念	
	例题	(95)
	习题	(124)
第五章	应用频率响应法综合控制系统的基本概念	
	例题.....	(130)
	习题.....	(150)
第六章	非线性系统分析的基本概念	
	例题.....	(153)
	习题.....	(175)
第七章	离散系统分析与综合的基本概念	
	例题.....	(180)

	习题	(196)
第八章	关于线性系统理论的基本概念	
	例题	(199)
	习题	(222)
附录一	哈尔滨工业大学自动控制原理研究生	
	考试试题(1979~1986)	(224)
附录二	部分习题参考答案	(248)
附录三	附录一的试题参考答案	(262)

第 二 篇

第一章	自动控制概论	(270)
第二章	控制系统的数学模型	(271)
第三章	控制系统的时域分析	(281)
第四章	根轨迹法	(299)
第五章	频率特性法	(303)
第六章	控制系统的综合与校正	(326)
第七章	非线性控制系统	(338)
第八章	线性离散系统	(359)
第九章	控制系统的状态空间分析法	(372)
第十章	线性系统的状态空间综合法	(381)
附录四	哈尔滨工业大学控制原理研究生	
	考试试题(1995~1997 及 2001)	(391)
附录四	答案	(404)
参考书目		(408)

第一篇

第一章 关于传递函数的基本概念

例 题

一、根据传递函数定义求取二变量间的传递函数时,首先应明确二变量间的关系必须符合线性规律,其次要明确在零初始条件下取变量的拉普拉斯变换。

例 1 求取图 1-1(a)所示电路的传递函数 $I(s)/U(s)$ 。图中 ϕ 为铁心线圈磁链, R 为线圈电阻。

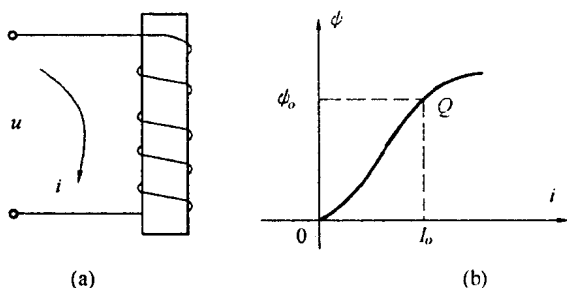


图 1-1

解 描述铁心线圈特性的微分方程式为

$$\frac{d\phi(i)}{dt} + Ri = u$$

或

$$\frac{d\phi(i)}{di} \cdot \frac{di}{dt} + Ri = u \quad (1-1)$$

其中磁链 $\psi(i)$ 是流经线圈电流 i 的函数,如图 1-1(b) 所示,而 $d\psi(i)/di$ 代表 $\psi(i)$ 曲线上各点的斜率。

从图 1-1(b) 可见,磁链 ψ 是电流 i 的非线性函数,因此 $d\psi(i)/di$ 是与变量 i 有关的变系数。这样,方程(1-1) 便不是线性微分方程式,当然也就不能对它取拉普拉斯变换,从而变量 i 与 u 之间也就不存在传递函数。

假若在某一工作点 $Q(\psi_0, I_0)$ 上,电流 $i = I_0 \pm \Delta i$ 的变化甚微,即增量 Δi 很小,从而对应的磁链增量 $\Delta\psi$ 也很小,则在工作点 $Q(\psi_0, I_0)$ 两侧的微小区域内便可视 $d\psi(i)/di$ 为常值。因而方程(1-1) 变成小偏差线性化意义下的线性微分方程式,具备了进行拉普拉斯变换的条件,其变换后的形式为

$$\begin{aligned} \frac{d\psi(i)}{di} \Big|_{i=I_0} \cdot [sI(s) - i(0)] + RI(s) &= U(s) \\ \left(\frac{d\psi(i)}{di} \Big|_{i=I_0} \cdot s + R \right) I(s) - \frac{d\psi(i)}{di} \Big|_{i=I_0} \cdot I_0 &= U(s) \end{aligned} \quad (1-2)$$

其中 $I_0 = i(0)$ ——工作点电流;

$\frac{d\psi(i)}{di} \Big|_{i=I_0}$ ——在工作点 Q 两侧微小区域内的常值。

基于传递函数定义,欲由式(1-2)写出 $I(s)/U(s)$ 形式,必须令 $I_0 = 0$ 。由此求得传递函数 $I(s)/U(s)$ 为

$$\frac{I(s)}{U(s)} = \frac{1/R}{Ts + 1} \quad (1-3)$$

式中 $T = \frac{d\psi(i)}{di} \Big|_{i=I_0} / R$ 称为时间常数。

式(1-3)说明,传递函数必须在零初始条件下求取。否则,例如从式(1-2)便无法写出变量 i 与 u 间的传递函数 $I(s)/U(s)$ 。

例 2 试求取图 1-2(a) 所示无源电路的传递函数 $U_0(s)/U_i(s)$ 。

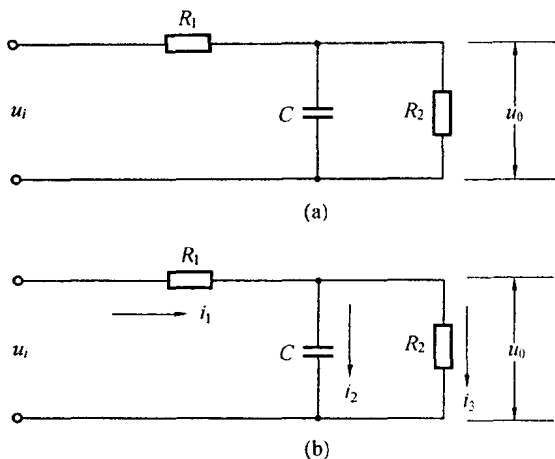


图 1-2

解 本例题有两种解法。

(1) 基于电路的基本定律, 写出图 1-2(b) 所示电路中电压、电流间的关系式如下

$$R_1 i_1 + \frac{1}{C} \int i_2 dt = u_i \quad (1-4)$$

$$\frac{1}{C} \int i_2 dt = R_2 i_3 \quad (1-5)$$

$$R_2 i_3 = u_0 \quad (1-6)$$

$$i_1 = i_2 + i_3 \quad (1-7)$$

设初始条件为零, 分别对式(1-4) ~ (1-7) 取拉普拉斯变换, 得

$$R_1 I_1(s) + \frac{1}{Cs} I_2(s) = U_i(s) \quad (1-8)$$

$$\frac{1}{Cs} I_2(s) = R_2 I_3(s) \quad (1-9)$$

$$R_2 I_3(s) = U_0(s) \quad (1-10)$$

$$I_1(s) = I_2(s) + I_3(s) \quad (1-11)$$

在式(1-8) ~ (1-11) 中消去中间变量 $I_1(s)$ 、 $I_2(s)$ 及 $I_3(s)$, 可得传

递函数

$$\frac{U_0(s)}{U_i(s)} = \frac{\frac{R_2}{R_1 + R_2}}{\left(\frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}\right) C s + 1} \quad (1-12)$$

(2)可应用电路中的阻抗概念来求取电路的传递函数。此时,通过拉普拉斯变换,电感 L 与电容 C 的阻抗形式分别表示为 Ls 与 $\frac{1}{Cs}$ 。

基于阻抗的概念,图 1-2(a)所示电路的输出、输入电压比可写成如下形式

$$\frac{U_0(s)}{U_i(s)} = \frac{\frac{1}{Cs} \parallel R_2}{R_1 + \frac{1}{Cs} \parallel R_2} \quad (1-13)$$

式中 $\frac{1}{Cs} \parallel R_2$ 代表电容 C 与电阻 R_2 的并联阻抗,其值为 $R_2/(R_2 Cs + 1)$ 。

最后求得图 1-2(a)所示电路的传递函数 $U_0(s)/U_i(s)$ 为

$$\frac{U_0(s)}{U_i(s)} = \frac{\frac{R_2}{R_1 + R_2}}{\left(\frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}\right) C s + 1} \quad (1-14)$$

式(1-14)的结果与第一种解法所得结果相同,但其计算量远较第一种解法为小。因此,在求取电路的传递函数时,宜采用第二种解法。

例 3 求取图 1-3 所示有源网络的传递函数 $U_0(s)/U_i(s)$ 。

解

$$I_1(s) = \frac{U_i(s)}{R_1 + \frac{1}{C_1 s}} \cdot \frac{\frac{1}{C_1 s}}{R_1 + \frac{1}{C_1 s}} =$$

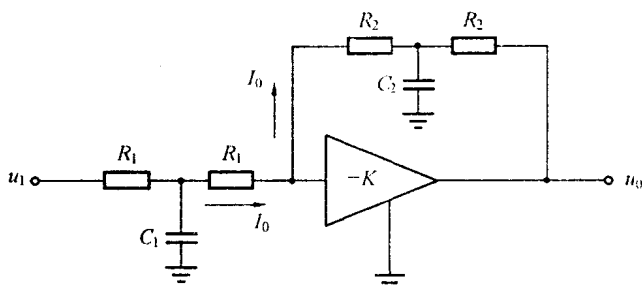


图 1-3

$$\frac{1}{\frac{1}{2}R_1C_1s + 1} \cdot \frac{U_1(s)}{2R_1} = \frac{\frac{1}{2R_1}}{\frac{1}{2}T_1s + 1} U_i(s) \quad (1-15)$$

式中 $T_1 = R_1C_1$ 。

同理

$$I_0(s) = -\frac{\frac{1}{2R_2}}{\frac{1}{2}T_2s + 1} U_0(s) \quad (1-16)$$

式中 $T_2 = R_2C_2$ 。

因为 $I_0(s) = I_i(s)$ ，故得传递函数为

$$\frac{U_0(s)}{U_i(s)} = -\frac{R_2(\frac{1}{2}T_2s + 1)}{R_1(\frac{1}{2}T_1s + 1)} \quad (1-17)$$

例 4 图 1-4 所示为机械平移系统，其中 m 、 k 、 f 分别代表物体质量、线性弹簧的弹性系数、阻尼器的粘性摩擦系数。设输入信号为作用力 $f_i(t)$ ，输出信号为物体位移 $y(t)$ ，试求取该系统的传递函数 $Y(s)/F_i(s)$ 。

解 按牛顿定律 $ma = \Sigma F$ ，图 1-4 所示平移运动方程式为

$$m \frac{d^2y}{dt^2} = f_i - f \frac{dy}{dt} - ky \quad (1-18)$$

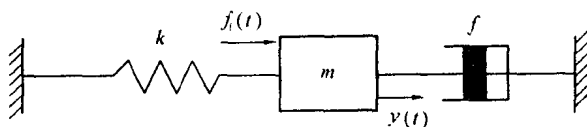


图 1-4

式中 $\frac{d^2y}{dt^2}$ ——物体 m 运动的加速度, 即 $a = d^2y/dt^2$;

$f \frac{dy}{dt}$ ——阻尼器的粘滞阻力;

ky ——线性弹簧的弹性阻力。

设初始条件为零, 对式(1-18)取拉普拉斯变换, 得

$$ms^2Y(s) = F_i(s) - f sY(s) - kY(s)$$

由上式最终求得图 1-4 所示机械平移系统的传递函数 $Y(s)/F_i(s)$ 为

$$\frac{Y(s)}{F_i(s)} = \frac{\frac{1}{k}}{\frac{m}{k}s^2 + \frac{f}{k}s + 1} \quad (1-19)$$

例 5 图 1-5 所示为机械转动系统, 其中 J 表示转动惯量, f 表示粘性摩擦系数。设输入信号为外作用力矩 $m_i(t)$, 输出信号为轴角位移 $\theta(t)$, 试求取该系统的传递函数 $\theta(s)/M_i(s)$ 。

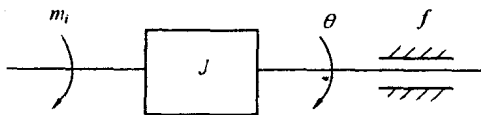


图 1-5

解 按牛顿定律, 机械转动系统的力矩方程式为

$$J \frac{d^2\theta}{dt^2} = m_i - f \frac{d\theta}{dt} \quad (1-20)$$

式中 $\frac{d^2\theta}{dt^2}$ ——轴角加速度;

$\frac{d\theta}{dt}$ ——轴角速度；

$f \frac{d\theta}{dt}$ ——旋转物体的粘性摩擦阻力矩。

设初始条件为零,对式(1-20)取拉普拉斯变换,得

$$Js^2\theta(s) = M_i(s) - fs\theta(s)$$

由上式求得图 1-5 所示机械转动系统的传递函数 $\theta(s)/M_i(s)$ 为

$$\frac{\theta(s)}{M_i(s)} = \frac{\frac{1}{f}}{s\left(\frac{J}{f}s + 1\right)} \quad (1-21)$$

若以轴角速度 $\omega = d\theta/dt$ 为输出,则传递函数为

$$\frac{\Omega(s)}{M_i(s)} = \frac{\frac{1}{f}}{\frac{J}{f}s + 1} \quad (1-22)$$

例 6 图 1-6 所示为齿轮传动系统,其中 M_i 为主动轴上的外作用力矩, M_1 为齿轮 1 承受的阻力矩, M_2 为齿轮 2 的传动力矩。试求取传递函数 $\theta_2(s)/M_i(s)$ 。

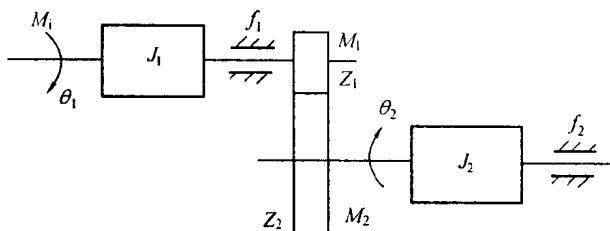


图 1-6

解 主动轴 1 上的力矩方程式为

$$J_1 \frac{d^2\theta_1}{dt^2} + f_1 \frac{d\theta_1}{dt} + M_1 = M_i \quad (1-23)$$

从动轴 2 上的力矩方程式为

$$J_2 \frac{d^2 \theta_2}{dt^2} + f_2 \frac{d\theta_2}{dt} = M_2 \quad (1-24)$$

设初始条件为零,分别对式(1-23)、(1-24)取拉普拉斯变换,得

$$J_1 s^2 \theta_1(s) + f_1 s \theta_1(s) + M_1(s) = M_i(s) \quad (1-25)$$

$$J_2 s^2 \theta_2(s) + f_2 s \theta_2(s) = M_2(s) \quad (1-26)$$

根据齿轮 1、2 做功相等,有

$$M_1 \theta_1 = M_2 \theta_2 \quad (1-27)$$

从式(1-27)得

$$M_2 = M_1 \frac{\theta_1}{\theta_2} = M_1 \frac{Z_2}{Z_1} \quad (1-28)$$

式中 Z_1 、 Z_2 分别表示齿轮 1、2 的齿数。

将式(1-28)代入式(1-25)及式(1-26),得

$$\left[J_1 s^2 + \left(\frac{Z_1}{Z_2} \right)^2 J_2 s^2 + f_1 s + \left(\frac{Z_1}{Z_2} \right)^2 f_2 s \right] \theta_2(s) = \frac{Z_1}{Z_2} M_i(s) \quad (1-29)$$

最后,由式(1-29)求得传递函数 $\theta_2(s)/M_i(s)$ 为

$$\frac{\theta_2(s)}{M_i(s)} = \frac{\frac{Z_1}{Z_2}}{\left[J_1 + \left(\frac{Z_1}{Z_2} \right)^2 J_2 \right] s^2 + \left[f_1 + \left(\frac{Z_1}{Z_2} \right)^2 f_2 \right] s} = \frac{1}{i} \frac{1}{s \left[\left(J_1 + \frac{J_2}{i^2} \right) s + \left(f_1 + \frac{f_2}{i^2} \right) \right]} \quad (1-30)$$

式中 $J_1 + \left(\frac{Z_1}{Z_2} \right)^2 J_2 = J_1 + \frac{J_2}{i^2}$ ——折算到主动轴 1 上的转动惯量;

$f_1 + \left(\frac{Z_1}{Z_2} \right)^2 f_2 = f_1 + \frac{f_2}{i^2}$ ——折算到主动轴 1 上的粘性摩擦系数;

$$i = \frac{Z_2}{Z_1} \text{——齿轮传动系统的速比。}$$

二、传递函数是描述元部件或系统中两个变量(输入与输出量)间固有特性的一种数学模型,其与输入量的变化(输入信号)形式及相应的输出量的变化(输出信号)形式均无关。但需注意,传递函数与输入信号在元部件或系统中的作用点以及输出信号的取出点有关。不明确输入信号的作用点及输出信号的取出点,将无法计算元部件或系统的传递函数。

例7 已知系统方框图如图 1-7(a)所示。试计算传递函数 $C_1(s)/R_1(s)$ 、 $C_2(s)/R_1(s)$ 、 $C_1(s)/R_2(s)$ 及 $C_2(s)/R_2(s)$ 。

解 计算传递函数 $C_1(s)/R_1(s)$ 时,在方框图中需设 $R_2(s) = 0$,画出如图 1-7(b)所示的以 $R_1(s)$ 为输入、 $C_1(s)$ 为输出的系统方框图。

由图 1-7(b)求得传递函数 $C_1(s)/R_1(s)$ 为

$$\frac{C_1(s)}{R_1(s)} = \frac{G_1(s)}{1 - G_1(s)G_2(s)G_3(s)G_4(s)} \quad (1-31)$$

计算传递函数 $C_2(s)/R_1(s)$ 时,设 $R_2(s) = 0$,画出以 $R_1(s)$ 为输入、以 $C_2(s)$ 为输出的方框图,见图 1-7(c)。

由图 1-7(c)求得传递函数 $C_2(s)/R_1(s)$ 为

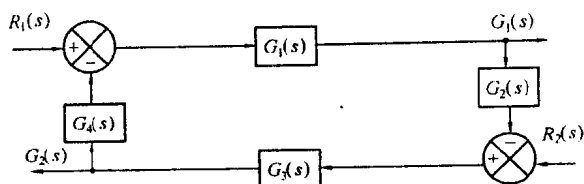
$$\frac{C_2(s)}{R_1(s)} = - \frac{G_1(s)G_2(s)G_3(s)}{1 - G_1(s)G_2(s)G_3(s)G_4(s)} \quad (1-32)$$

计算传递函数 $C_1(s)/R_2(s)$ 时,在图 1-7(a)中需设 $R_1(s) = 0$,并画出以 $R_2(s)$ 为输入,以 $C_1(s)$ 为输出的方框图,见图 1-7(d)。

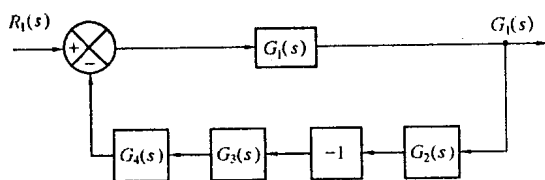
由图 1-7(d)求得传递函数 $C_1(s)/R_2(s)$ 为

$$\frac{C_1(s)}{R_2(s)} = - \frac{G_1(s)G_3(s)G_4(s)}{1 - G_1(s)G_2(s)G_3(s)G_4(s)} \quad (1-33)$$

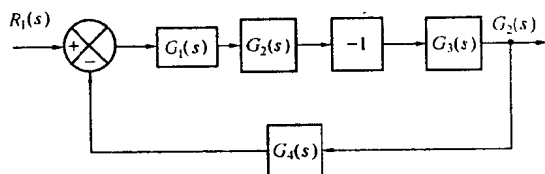
计算传递函数 $C_2(s)/R_2(s)$ 时,设 $R_1(s) = 0$ 的同时,画出以 $R_2(s)$ 为输入、以 $C_2(s)$ 为输出的方框图,见图 1-7(e)。



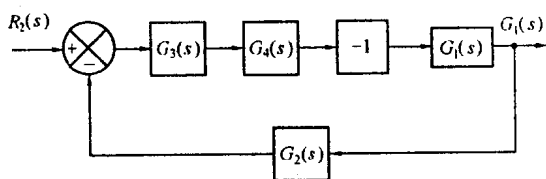
(a)



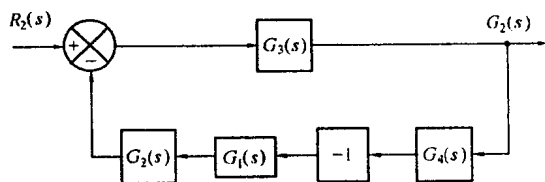
(b)



(c)



(d)



(e)

图 1-7