信号与系统分析

张明友　主编

四川科学技术出版社

中国　　成都

信号与系统分析

张明友　主编

四川科学技术出版社
1991年5月

信号与系统分析

张明友　主编

责任编辑　尧汝英

四川科学技术出版社出版发行(成都盐道街三号)

四川省林业厅印刷所印刷

开本 787×1092　1/16　印张 21.375　字数 521

1991 年 5 月第一版　1991 年 5 月第一次印刷　印数 1—2000 册

ISBN7—5364—1971—6/TN·64　　定价:7.05 元

内容简介

本书全面介绍信号与系统的基本理论和基本分析方法。从连续时间到离散时间，从输入—输出描述到状态描述，力求以统一的观点阐明基本概念和方法。全书共有七章，内容包括：信号与系统概述，线性时不变系统的时域分析，连续时间信号与系统的傅里叶分析，复频域分析，离散时间信号与系统的傅里叶分析，Z域分析，系统的状态变量分析法。

本书取材注意结构的完整性和内容的典型性，注意理论联系实际，深入浅出，易为读者自学。

本书可供电子学与通信等学科的本科生、大专生，电大生和成人自学者使用，也可供有关科技，工程人员参考。

前　言

“信号与系统分析”是通信、雷达、自动控制、光学、生物电子学、地震勘探等多种学科的一门主干专业基础课程。作为该课程核心的一些基本概念和方法，对于其它的社会和自然学科都是很重要的。近年来，由于电子技术和集成电路工艺的迅速发展，电子计算机已成为信号处理的重要手段，系统设计方面也引起一场变革。因此，信号与系统分析方法潜在的和实际的应用一直在扩大，随之而来的该课程的理论教学也在不断地革新，国外每隔一年就有一本这类代表性的著作问世，国内同类书籍也出版多种。本书是我们在电子科技大学电子工程系采用英文原版“SIGNALS AND SYSTEMS”(A. V. Oppenheim 等著)和自编教材对六届本科生开设该课程的基础上，并参考国内外大量同类书籍编写而成的。

本书的目的在于系统地论述信号与系统的基本概念、基本理论和基本分析方法。本书在体制上有以下几个特点：将信号分析与系统分析二者融为一体，并适当扩充信号分析内容；对连续时间和离散时间信号与系统采用并行的分析方法，通过对比两者的共同点和差异，使读者加深对各自内容的概念和特性的理解；在内容选择上注意到时域处理和变换域处理的联系，基本理论与实际应用的联系；为解决“解题难”，我们用大量例题介绍分析方法和技巧，用以开拓思维，促进对基本概念和基本理论的理解。在各主要章节之后还附有类型各异、不同深度的习题，供读者练习。

本书由张明友编写第一章、第二章和第三章，李瑞彬编写第四章，黄鑑忠编写第五章和第七章，吕幼新编写第六章和全部题解答案，张明友统编全稿。

在编写过程中，得到了黄振兴教授的大力支持，王崇文曾参加过该书自编教材的部分编写，在教学过程中得到了张扬、何子述和吕明等的协助，为本书提供了不少素材。在本书出版中得到李春元、胡浩的热情支持，在此表示感谢！

限于水平，书中难免有错误和不当之处，希望读者批评指正。

编　者

1990 年 9 月电子科技大学

中国·成都

4

目　录

第一章　信号与系统概述

§1.1　信息、消息和信号

在人类认识和改造自然界的过程中都离不开获取自然界的信息。所谓信息，是指存在于客观世界的一种事物形象，一般泛指消息、情报、指令、数据、信号等有关周围环境的知识。凡是物质的形态、特性在时间或空间上的变化，以及人类社会的各种活动都会产生信息。千万年来，人类用自己的感觉器官从客观世界获取各种信息，如语言、文字、图像、颜色、声音、自然景物信息等等，可以说，我们是生活在信息的海洋之中，因此获取信息的活动是人类最基本的活动之一。

所谓消息，是指用来表达信息的某种客观对象，如电报中的电文、电话中的声音、电视中的图像、雷达的目标距离、高度、方位等参量都是消息。在我们得到一个消息后，可能得到一定数量的信息，而我们所得到的信息，显然与我们在得到消息前对某一事件的无知程度以及得到后对同一事件无知的程度有关。

例如，在发送端传出的消息 A，在接收端可以看成某一随机事件，在没有收到任何消息之前，它的出现概率 $P(A)$（先验概率），显然和消息 A 所含有的信息多少有关。如果在接收端事先已知 A 必然发生（消息 A 一定发送），则 A 为必然事件，$P(A)=1$，那么，事实上等于没有传递任何信息，或者说传递的信息量等于零。反之，如果事先认定 A 几乎不可能发生，即 A 为小概率事件，$P(A)\approx 0$。但是，当我们在接收端突然发现，它居然发生了，事实上，这的确是一条令人惊奇的消息，它含有我们完全不知的信息，或者说，这一消息含有极大的信息量。例如，一封“母病重，速归”的电报，如果收报人的母亲一直很健康，那么，这封电报就会使他感到突然和震惊，换句话说，这封电报便含有很大的信息量（“母病重”这一事件对于收报人来说，出现的概率是很小的）。反之，如果在收到这封电报前，收报人已知其母年迈体衰，新染恶疾，那么，这封电报便是意料之中的了，换言之，它并没有带来更多的信息。由此，我们可把信息与消息在含义上的区别概括为：信息是消息中不确定性的消除，消息就是知道了的信息。

所谓信号，是指消息的表现形式，是带有信息的某种物理量，如电信号、光信号、声信号等等。因为消息的传送一般都不是直接的，而必须借助于一定形式的信号才能便于远距离快速传输和进行各种处理。由于信号是带有信息的某种物理量，这些物理量的变化包含着信息。因此信号可以是随时间变化或随空间变化的物理量。在数学上，信号可以用一个或几个独立变量的函数表示，也可以用曲线图形等表示。

有人这样认为：在人类社会中，从原始社会人们利用手势、声音、火光这类非语言传播发展到语言传播是人类信息传播史上的第一次革命。文字的出现，印刷术、纸张的发明和推广应用，使人类社会的信息传播打破了时间、空间的障碍，标志着信息传播的第二次革命。第三次信息传播革命是与电磁波传播媒介联系在一起，如电报、电话、无线电广播、电视乃至通信

卫星等一系列现代电磁波传播媒介的出现，使人类收集和传递信息的能力大大提高了，这是人类信息传播史上具有划时代意义的革命。

典型的通信系统的简要框图，如图 1－1 所示。图 1－1 中，信号源产生的信息信号，通过发射机加工处理后，沿某一通信线路发送出去。在接收端，信息信号被提取出来，再送到终端处理机中。在发射和接收过程中，还会从各种噪声源引入噪声。

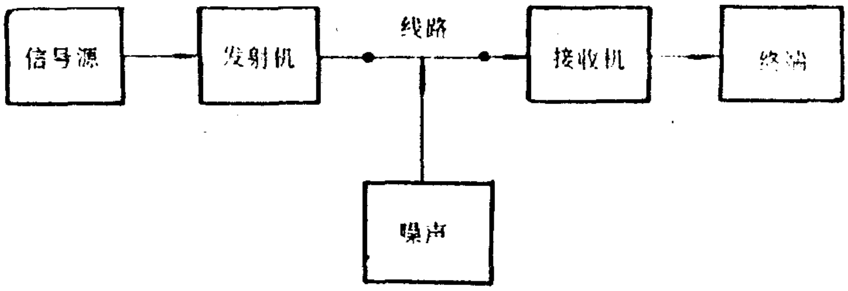


图 1－1　典型的通信系统方框图

本书主要讨论电信号，即以时间变量作为信号表达式的独立变量。我们将着重研究信号的各种表示方法，刻划信号的特征，并讨论信号的分析计算方法。同时，对于信号的传输和处理等基本问题也将作初步介绍。

§ 1.2　信号的类型

根据信号时间函数的性质，从不同的研究角度出发，可将信号大致分为下列类型：能量信号与功率信号；确定性信号与随机信号；连续时间信号与离散时间信号；实信号与复信号；周期信号与非周期信号、奇异信号与普通信号等。

1.2.1　确定性信号与随机信号

确定性信号是指能够以明确的数学表示式描述的信号。对于指定的某一时刻，可以确定一个相应的函数值。工程上，有许多物理过程产生的信号都是可以重复出现、可以预测的，能够用明确的数学表示式表示。例如，卫星在轨道上的运行。电容器通过电阻放电时电路中电流的变化、机器工作时各个构件的运动等等。因此，它们产生的信号都属于确定性信号。

与确定性信号对应的是随机信号。它是随机的，不可预测的，不能以明确的数学表示式表示的，只能用概率统计方法描述的信号。例如，在通信传输过程中引入的各种噪声，如图 1－2 所示，即便是在同样的条件下进行观察测试，每次观测的结果都是各不相同的，呈现出随机 性和不可预测性。又如汽车行驶时乘客座椅的振动、海面上海浪的起伏、窗外树叶的摆动等等，描述这类运动状态的信号均是随机信号。

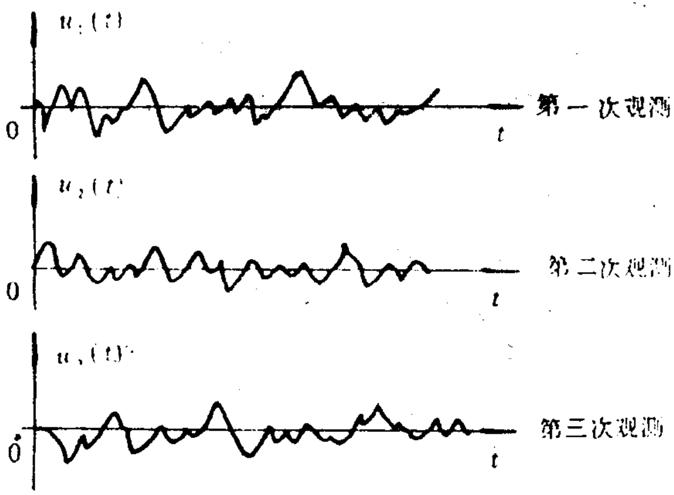
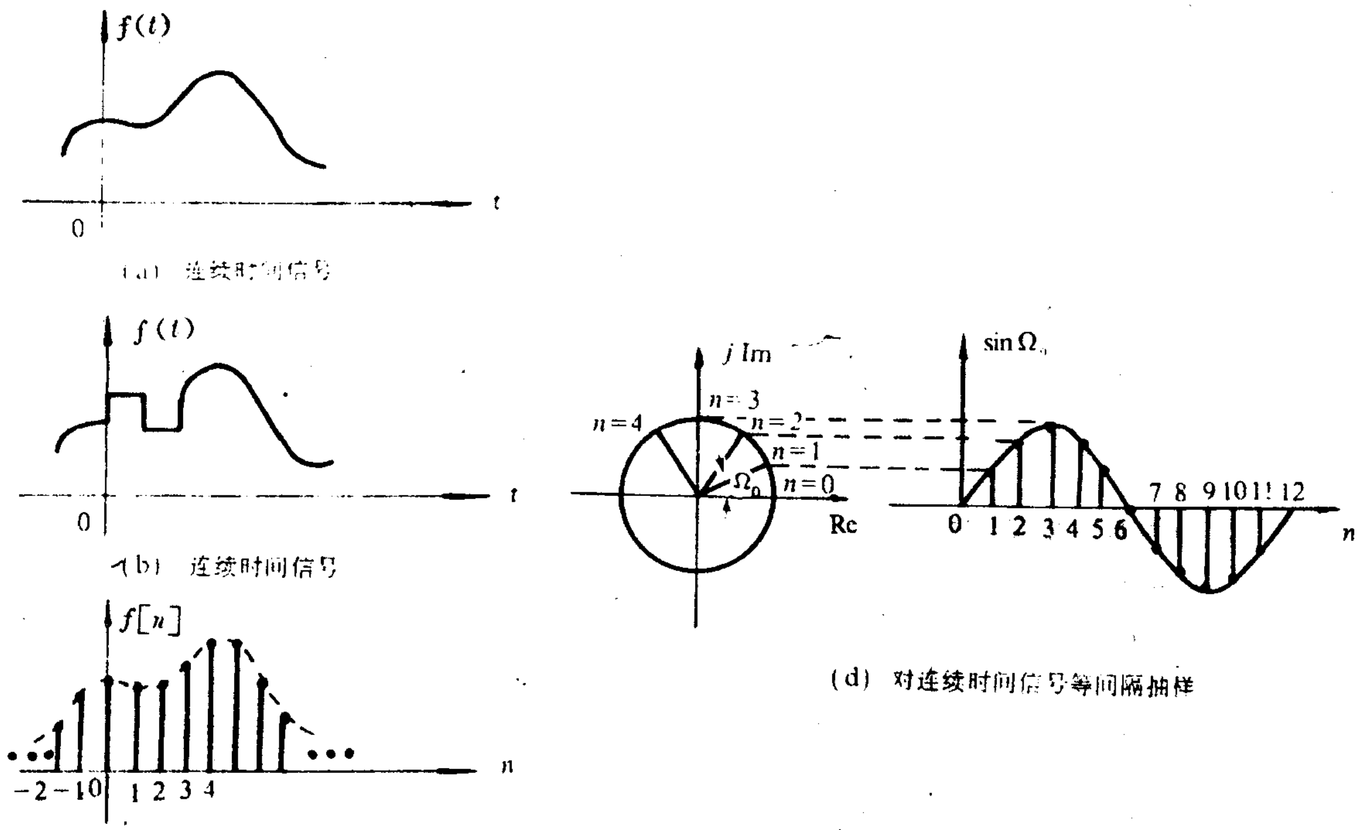


图 1－2　噪声电压信号



(a)　连续时间信号

(b)　连续时间信号

(c)　离散时间信号

(d)　对连续时间信号等间隔抽样

图 1－3　四种时间信号图

1.2.2 连续时间信号与离散时间信号

按照信号在时间轴上取值是否连续，又可将信号分成连续时间信号与离散时间信号。连续时间信号是指在连续时间范围的有定义的信号，简称连续信号，如图1－3(a)所示。

由于“连续”是相对时间而言的，故信号幅值可以是不连续的，如图1－3(b)所示。对于幅值和时间都是连续的信号，又称为模拟信号。

离散时间信号是指时间(其定义域为一个整数集)是离散的信号(或称序列)，简称离散信号(序列)，如图1－3(c)所示。如果离散时间信号不仅在时间上是离散的，而且在幅度上又是量化的，则又称为数字信号。“离散时间”和“数字”两个名词在实际应用中经常是指同一种信号。关于离散时间信号的一些理论也 适用于数字信号，所以这两个名词无需严格区分。同样，对连续信号与模拟信号也不作严格的区分。但在习惯上，连续信号与离散信号相对应，模拟信号与数字信号相对应。

为了区别连续信号和离散信号，本书对连续信号采用圆括号，如 $f(t)$。离散信号采用方括号，如 $f[n]$，其中自变量 n 只取整数值，而在 n 为非整数值时函数无定义。离散时间信号往往由对连续时间信号抽样来组成。若样本都是等间隔的，则有

$$f[n]=f(nT) \tag{1-1}$$

其中 T 是抽样间隔。

例如，一个正弦连续信号将它进行取样(离散化)的结果就得到一个正弦序列，即

$$f(t)\big|_{t=nT}=\sin\omega_0 t\big|_{t=nT}$$

得
$$f(nT)=\sin n\omega_0 T,\qquad \text{或 } f[n]=\sin n\Omega_0$$

式中 $\Omega_0=\omega_0 T$ 表示每取样间隔的孤度数，如图1－3(d)所示。

1.2.3 实信号与复信号

物理可实现的信号都是时间的实函数，它在各时刻的函数值均为实数，统称为实信号。例如图1－4示出的电报信号、电话信号、无线电信号、电视信号(黑和白)和雷达信号等均为实信号。

1、2、3、1 几种典型的实信号

1. 正弦型信号

正弦信号的表示式为

$$f(t)=A\sin(\omega t+\varphi) \tag{1-2}$$

式中 A 为振幅，ω 为角频率，φ 为初始相位，如图1－5(a)所示。正弦信号的周期 T 为

$$T=\frac{2\pi}{\omega}=\frac{1}{f}$$

在信号分析中，由于余弦信号同正弦信号只是在相位上相差 $\pi/2$，所以将余弦信号和正弦信号统称为正弦型信号。

2. 矩形脉冲信号

矩形脉冲信号的表示式为

$$P_\tau(t)=\begin{cases}1 & |t|<\tau/2\\ 0 & |t|<\tau/2\end{cases} \tag{1-3}$$

如图 1－5(b)所示。

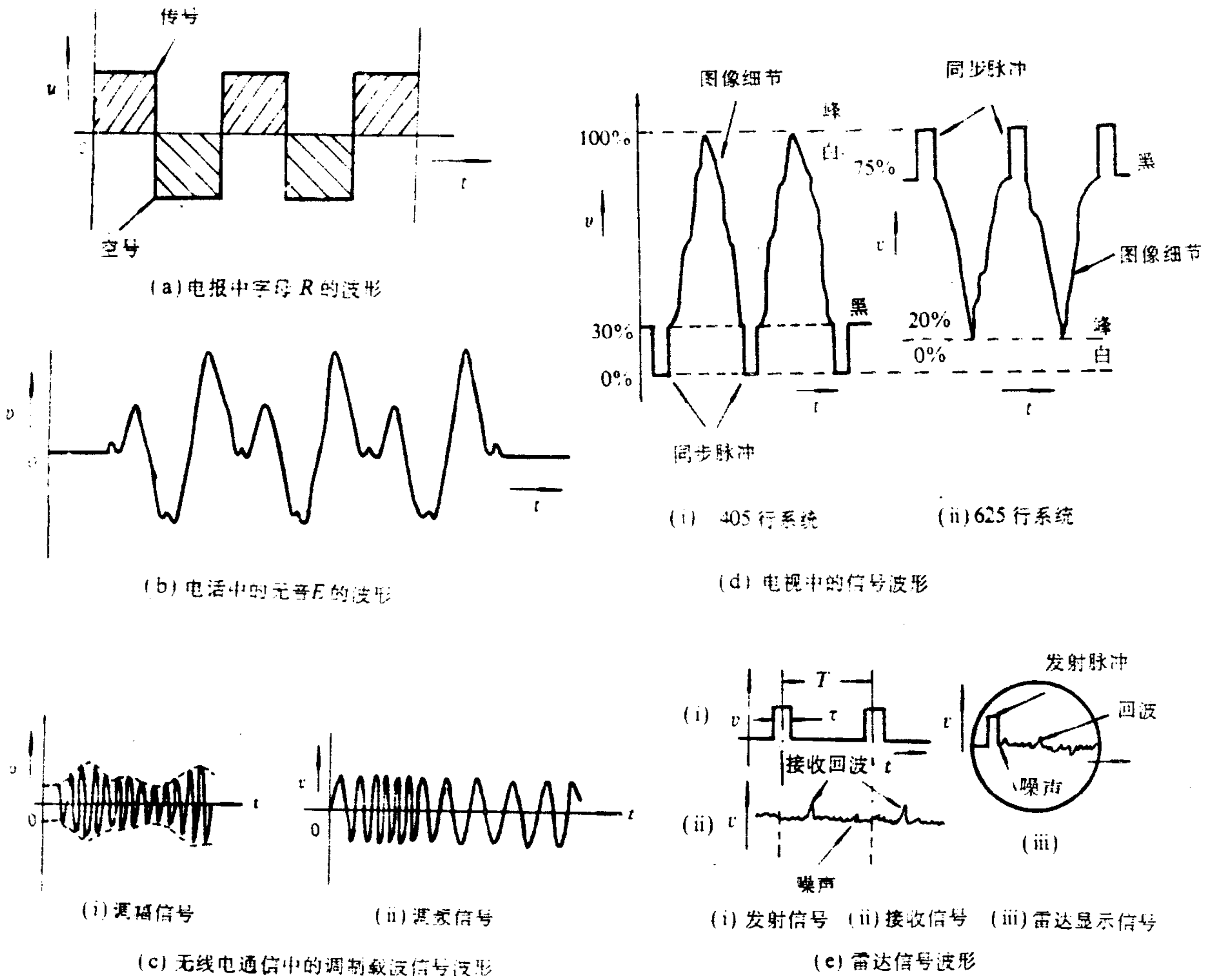


图 1－4 用于电报、电话、无线电通信、电视和雷达中的信号

3. **三角脉冲信号**

三角脉冲信号的表示式为

$$q_\tau(t)=\begin{cases}1-\dfrac{2|t|}{\tau} & |t|<\tau/2\\ 0 & |t|>\tau/2\end{cases} \tag{1-4}$$

如图 1－5(c)所示。

4. **单位斜坡信号**

单位斜坡信号的表示式为

$$r(t)=\begin{cases}0 & t<0\\ t & t\geqslant 0\end{cases} \tag{1-5}$$

如图 1－5(d)所示。

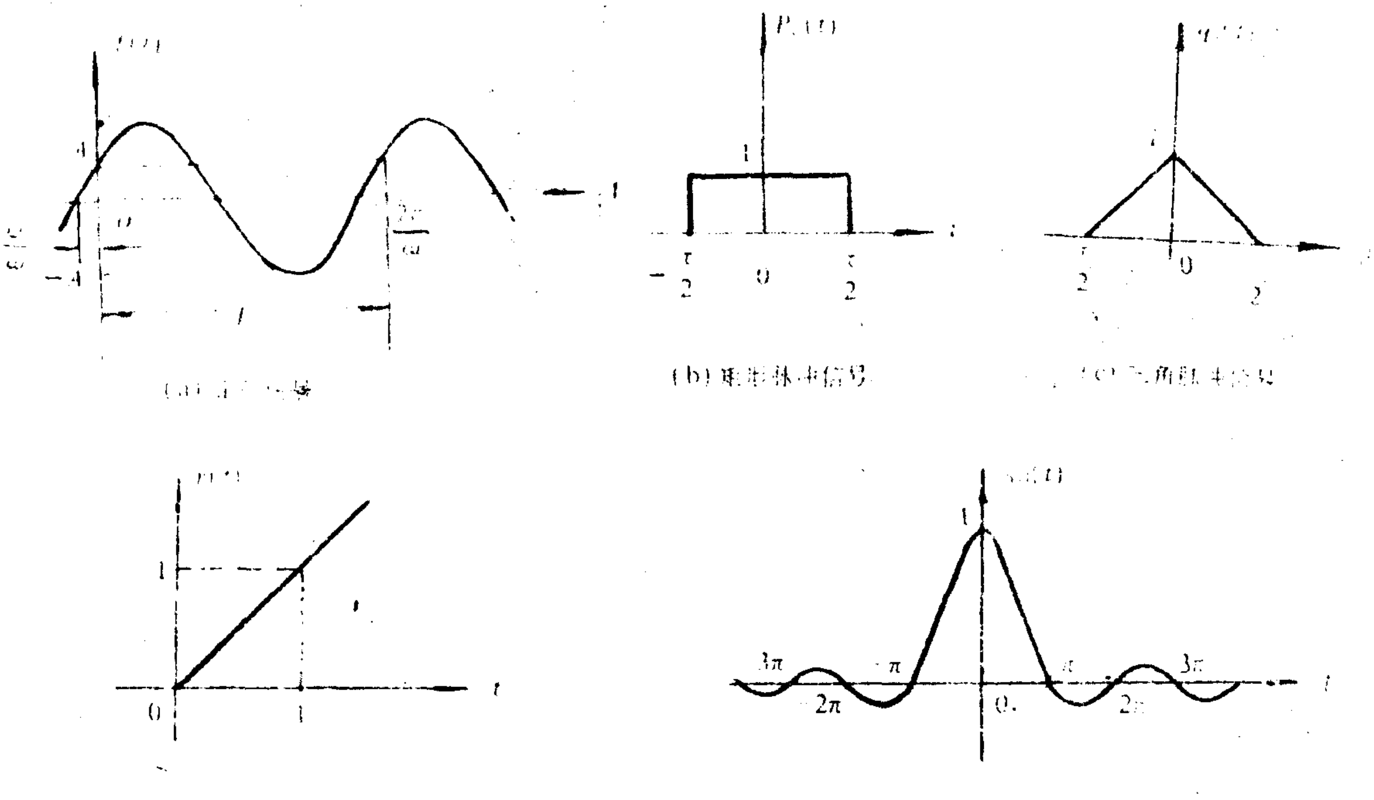
5. 抽样函数 $Sa(t)$

抽样函数 $Sa(t)$ 的表示式为

$$Sa(t) = \sin t/t \tag{1-6}$$

如图 1－5(e)所示。该函数的另一种形式称辛格函数 $\mathrm{sinC}(t)$，其表示式为

$$\mathrm{sinC}(t) = \sin \pi t/\pi t \tag{1-7}$$



(d) 单位斜坡信号　　　　(e) 抽样函数

图 1－5　几种典型的实信号

1、2、3、2　复信号

复信号由实部和虚部组成；虽然在实际中不能产生复信号，但是为了便于理论分析，往往采用复信号来代表某些物理量。在连续信号中最常用的是复指数信号，即

$$f(t) = e^{st} \qquad -\infty < t < +\infty \tag{1-8}$$

式中，复数 $s=\sigma+j\omega$，σ 是 s 的实部，常记作 $\mathrm{Re}\{s\}$；ω 是 s 的虚部，常记作 $\mathrm{Im}\{s\}$。根据欧拉公式，上式可展开为

$$f(t) = e^{(\sigma+j\omega)t} = e^{\sigma t}\cos\omega t + je^{\sigma t}\sin\omega t = f_1(t) + jf_2(t) \tag{1-9}$$

可见，一个复指数信号可分解为实、虚两部分，它们分别是增长(或衰减)的余弦、正弦信号。指数因子的实部 σ 表征了余弦和正弦函数的振幅随时间变化的情况。若 $\sigma>0$，它们是增幅振荡；若 $\sigma<0$，则是衰减振荡；若 $\sigma=0$，则是等幅振荡。指数因子的虚部 ω 表示余弦和正弦函数的角频率。当 $\omega=0$ 时，复指数信号就成为实指数信号。当 $\sigma=\omega=0$ 时，则 $f(t)=1$，就成为直流信号，上述各种情况示于图 1－6(a)～(d)中。可见，一个复指数信号可概括许多常用

的信号。

与连续时间情况一样，一种重要的离散时间复信号是复指数信号(序列)

$$f[n]=\alpha^n \tag{1-10}$$

这里 α 一般为复数。若令 $\alpha=e^{\beta}$，则有另一种表示形式为

$$f[n]=e^{\beta n} \tag{1-11}$$

这里 β 一般也为复数。从形式上看，似乎式(1－11)更加类似于连续时间复指数信号的表达式(1－8)，但在离散时间情况下，往往把离散复指数序列写成式(1－10)更为方便和实用些。

当式(1－10)中 α 为复数时，完全和连续时间情况一样，可以用实指数序列和正弦型序列来表示一个复指数序列。若将 α 写成极坐标形式

$$\alpha=\rho e^{j\Omega}$$

其中 $\rho=|\alpha|$，则有

$$f[n]=\alpha^n=\rho^n\cos[\Omega n]+j\rho^n\sin[\Omega n]$$

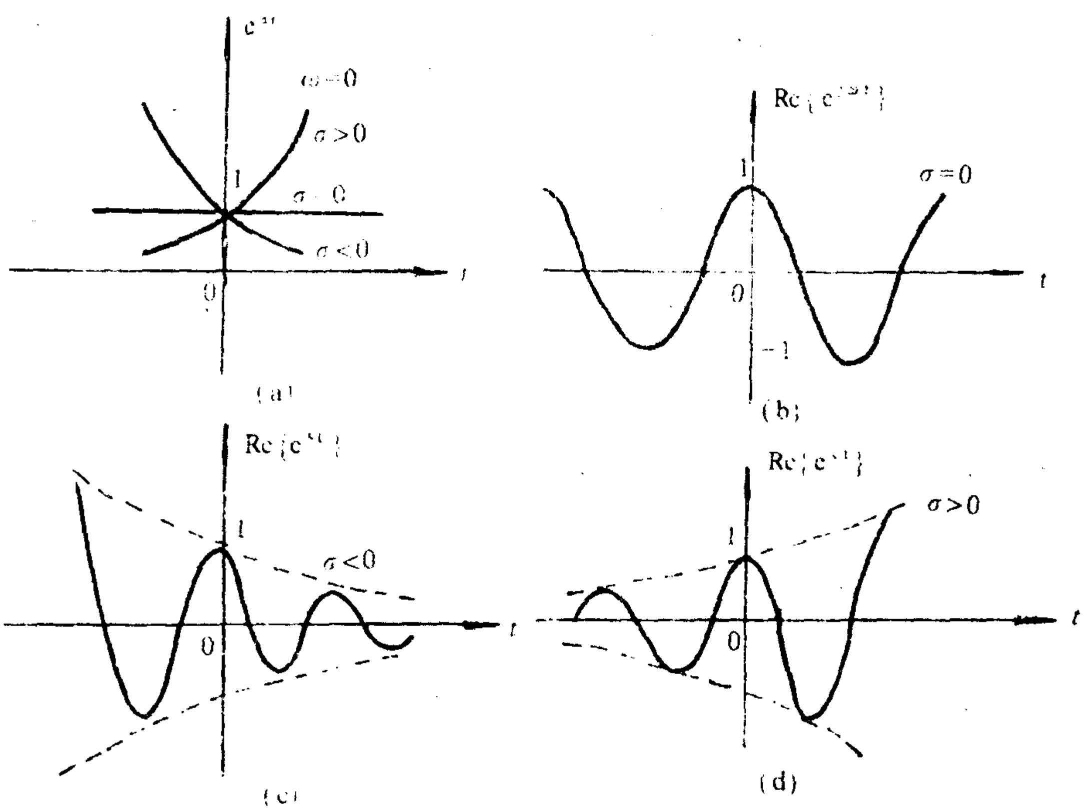


图 1－6　复指数信号 e^{st} 在不同 s 值时的波形

上式中：若 $\rho=1$，则复指数序列的实部和虚部都是正弦型序列；若 $\rho<1$，则其实部和虚部为正弦型序列乘上一个按指数衰减的序列；反之，若 $\rho>1$，则乘上一个按指数增长的序列；若 α 是实数，则复指数序列就成为实指数序列；在 $|\alpha|>1$ 时，信号随 n 指数增长；在 $|\alpha|<1$ 时，随 n 指数下降；若 α 为正值，则 α^n 所有值都具有同一符号；若 α 为负值，则 α^n 的值符号交替变化；若 $\alpha=1$，则 α^n 是一常数；若 $\alpha=-1$，则 α^n 的值在＋1 和－1 之间交替改变。上述各种情况示于图 1－7(a)～(f)中。可见，它同样可概括许多信号。

如果把式(1－11)中的 β 值局限为纯虚数，即令 $\beta=j\Omega_0$，则可得到另一种重要的复指数序列，即

$$f[n]=e^{j\Omega_0 n} \tag{1-12}$$

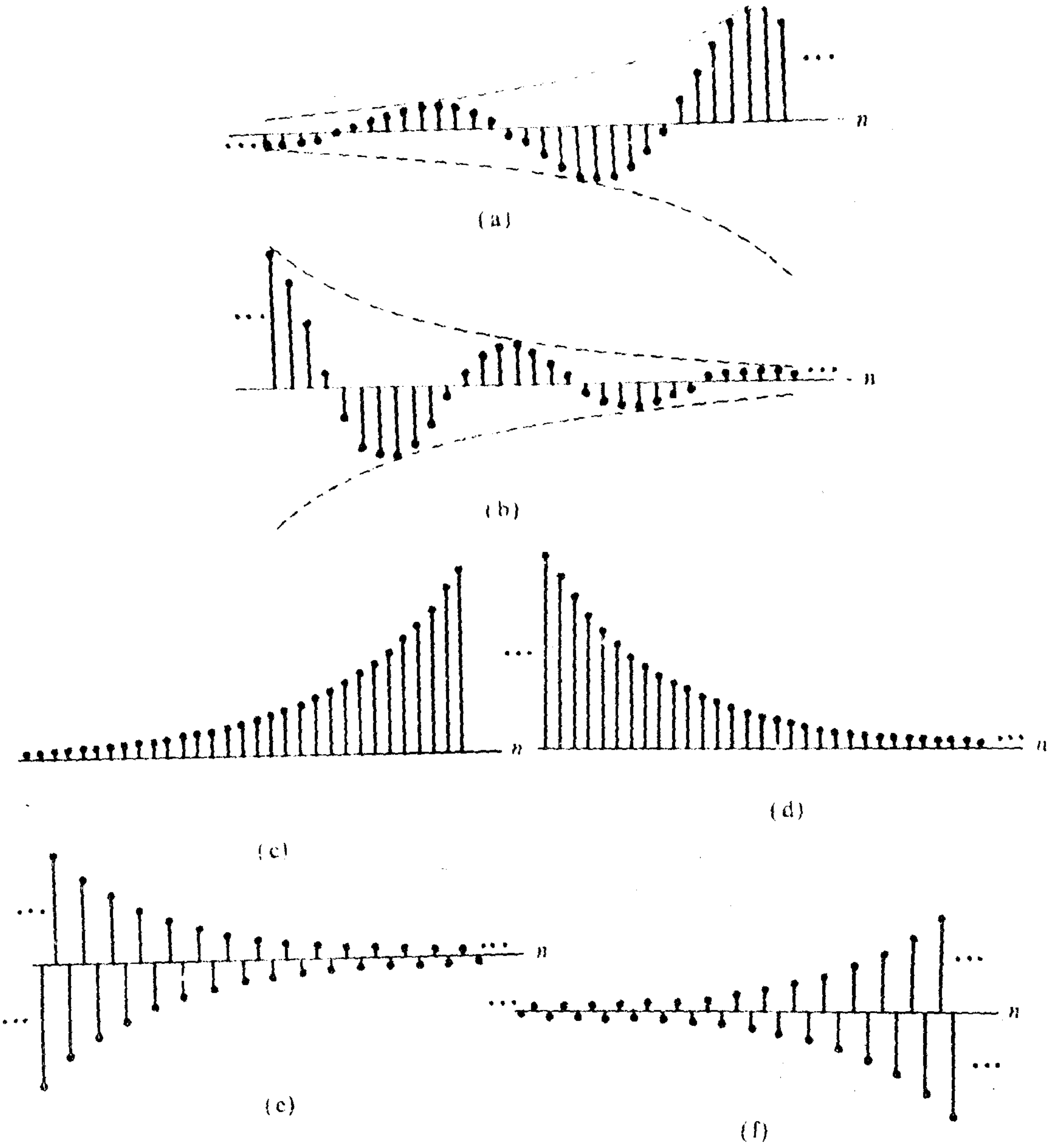


图 1－7 (a)增长的离散正弦型序列； (b)衰减的离散正弦型序列； 在 a 为实数时：(c)$a>1$，(d)$0<a<1$，(e)$-1<a<0$，(f)$a<-1$。

1.2.4 周期信号与非周期信号

所谓周期信号 $f(t)$，就是依一定的时间间隔，周而复始出现，而且无始无终的信号。周期的连续时间信号 $f(t)$ 可写成

$$f(t) = f(t + kT) \qquad k = 0, \pm 1, \pm 2, \cdots \qquad (1-13)$$

如图 1－8(a)、(b)所示。

周期离散时间序列 $f[n]$可写成

$$f[n] = f[n + mN] \qquad m = 0, \pm 1, \pm 2, \cdots \qquad (1-14)$$

如图 1－8(c)、(d)所示。

满足式(1－13)和式(1－14)的最小 T 和 N 值，称为该信号的重复周期，简称周期，只要给出周期信号在任一周期内的函数式或波形，便可确知它在任一时刻的数值。

再以图 1－3(d)为例，该周期序列在一个周期内样点的总数为

$$N = \frac{2\pi}{\Omega_0}$$

设 $\Omega_0 = \frac{\pi}{6}$，则 $N=12$；$\Omega_0=0.1\pi$，则 $N=20$。显然，N 代表正弦序列的周期，它反映每隔多少个样点循环一次，因此 N 必须是整数，若 $2\pi/\Omega_0$ 不是整数而是有理数，则连续正弦信号取样后的序列仍然是周期序列；若 $2\pi/\Omega_0$ 是无理数，则序列是非周期性的。

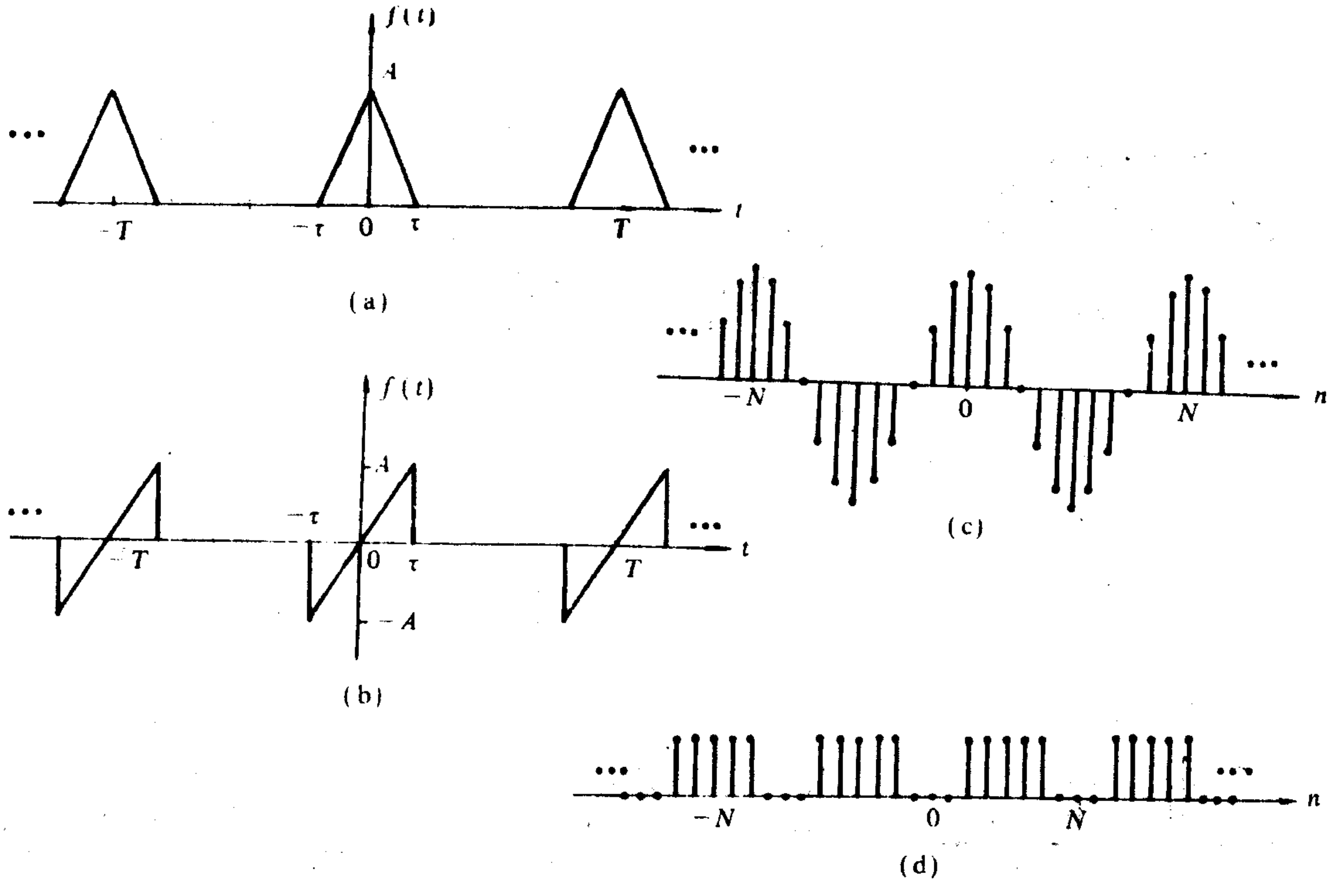


图 1－8　(a)、(b)连续时间周期信号　(c)(d)离散时间周期信号

现在，我们着重讨论复指数信号 $e^{j\omega_0 t}$和 $e^{j\Omega_0 n}$的周期性。

对于连续时间复指数信号 $e^{j\omega_0 t}$，它有两个特性：(1)　ω_0 愈大，信号振荡的速率就愈高，ω_0 不同，信号也不同；(2)　对于任何 ω_0 值都是周期的，即，必须存在一个 T，使下式成立

$$e^{j\omega_0 t} = e^{j\omega_0 (t+T)} = e^{j\omega_0 t} e^{j\omega_0 T}$$

为此，必须有

$$e^{j\omega_0 T} = 1 \tag{1-15}$$

若 $\omega_0 = 0$，则 $e^{j\omega_0 t} = 1$，这时对任何 T 值都是周期的；若 $\omega_0 \neq 0$，则使式(1－15)成立(即 $|\omega_0 T| = 2\pi$)的最小正 T 值称为基波周期，记作 T_0，即

$$T_0 = \frac{2\pi}{|\omega_0|} \tag{1-16}$$

式中 ω_0 为基波角频率。可见，$e^{j\omega_0 T}$和 $e^{-j\omega_0 T}$都是同一基波周期 T_0 的周期信号。

现在再来研究离散时间复指数 $e^{j\Omega_0 n}$。它与上述 $e^{j\omega_0 t}$的两个特性是不同的。

第一个不同点在于

$$e^{j(\Omega_0+2\pi)n} = e^{j2\pi n} \cdot e^{j\Omega_0 n} = e^{j\Omega_0 n}$$

也就是说，复指数序列 $e^{j(\Omega_0+2\pi)n}$和 $e^{j\Omega_0 n}$是完全一样的，而复指数信号 $e^{j\omega_0 t}$就不会出现这种情况，不同的 ω_0 对应不同的信号，而在离散时间情况下，具有频率为 Ω_0 的复指数序列与频率为$(\Omega_0 \pm 2\pi)$，$(\Omega_0 \pm 4\pi)$，……复指数序列是一样的。因此，在考虑这种序列时，只需要在一个 2π 间隔内选择 Ω_0 就行了。一般可取任何 2π 间隔，但在大多数情况下总是利用 $0 \leqslant \Omega_0 \leqslant 2\pi$，或者 $-\pi \leqslant \Omega_0 \leqslant \pi$ 这样一个区间。

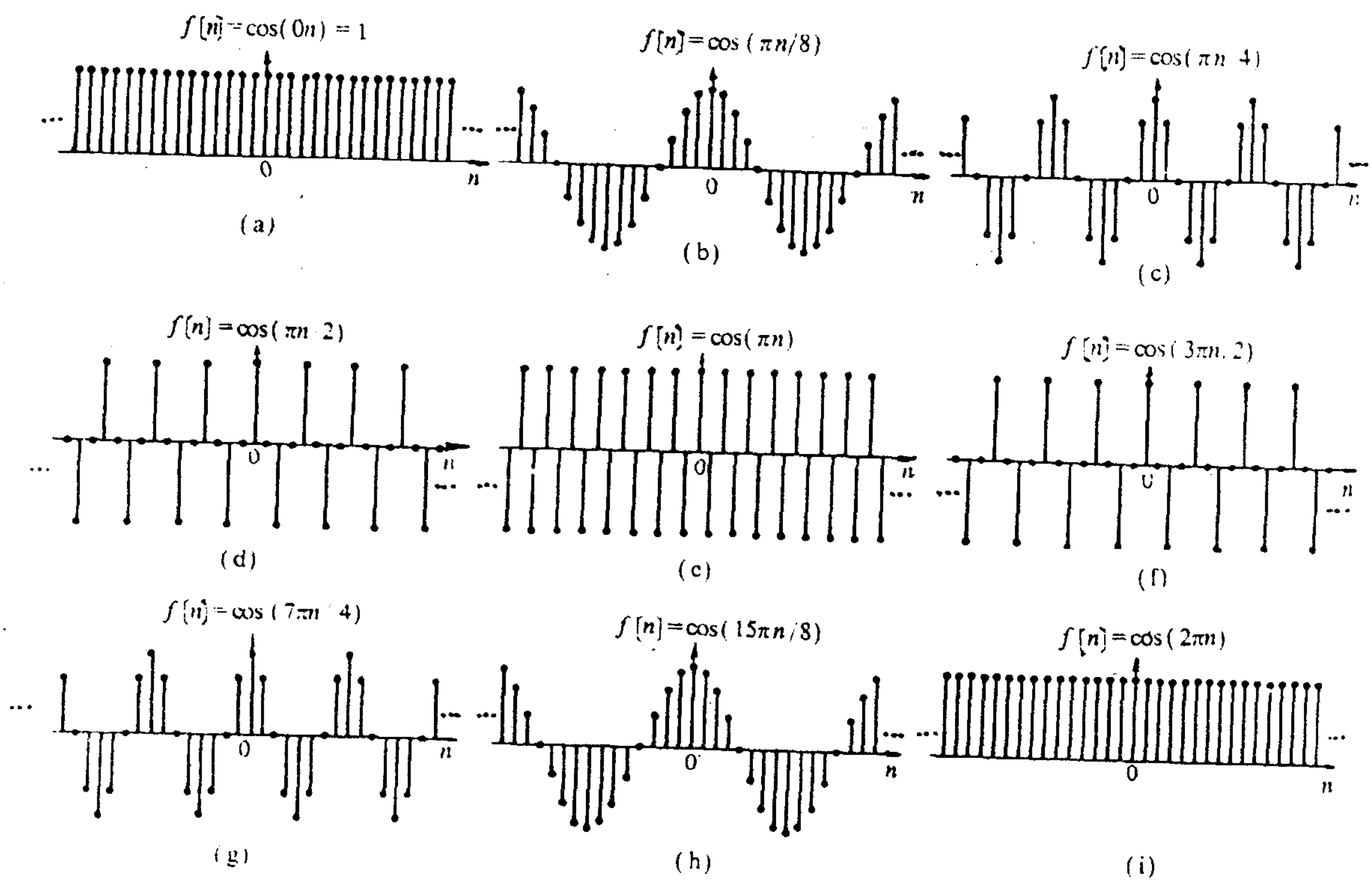


图 1－9　对应几个不同频率时的序列