

经济应用数学

(一)

《微积分》学习指导书

中央电大经济应用数学编写组编

中央广播电视大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

经济数学:线性规划/毕卫星主编. —北京:中国商业出版社,1998.4 ISBN7-5044-3650-X

I. 经… II. 毕… III. ①经济数学②线性规划-应用-经济 N.F224

中国版本图书馆 CIP 数据核字(98)第 07285 号

责任编辑:陈朝阳

中国商业出版社出版发行

(100053 北京广安门内报国寺1号)

新华书店总店北京发行所经销

中国石油报社印刷厂印刷

*

开本 850×1168 32 开 5.375 印张 135 千字

1998 年 4 月第 1 版 1998 年 4 月第 1 次印刷

定价:10.00 元

* * * *

(如有印装质量问题可更换)

前 言

本指导书是与经济应用数学(一)《微积分》教材配套的主要辅导教材。内容包括:

- 一、教学大纲(草案)
- 二、对教材各章的基本要求,重、难点说明
- 三、各章的辅导要点
- 四、几个专题分析
- 五、习题答案

这份辅导材料是一九八七级经济管理学科各专业学生必备的学习指导书。

参加编写本指导书的有广东省电大的谭英仕、广州市电大分校的黎清林、河北省电大的高俊科、甘肃省电大的马芳城、中央电大的郭星英同志,由郭星英同志主编。中国人民大学胡富昌副教授对书稿进行了审阅,在此表示衷心地感谢。

由于我们的水平不高,缺乏教学经验,本书中一定存在不少缺点和错误,真诚欢迎广大读者批评和指导。

编 者

1986 年 12 月

编写说明

为适应我国社会主义市场经济形势及对人才培养的需要,随着我国高校数学教学改革的不断深入,我们组织了具有丰富教学经验的骨干教师编写了这本《经济数学(线性规划)》一书。

本书旨在介绍许多线性规划问题的解法,这些方法在很多应用领域中都具有普遍的重要意义,且只需在学好初等线性代数基础上便可掌握。

在介绍各种方法时,我们删去了一些繁杂的理论推导与证明,而更多的是介绍这些方法在实际中如何运用.其目的在于培养学员运用所学的理论与方法解决实际问题的能力,加强学员动手实践的能力。

本书是吕志远主编《经济数学(微积分)》、朱凤娟主编《经济数学(线性代数)》的姊妹篇。

本书由毕卫星任主编,张玉斌任副主编,参加编写的还有朱凤娟、王玲、沈家云等同志。

由于我们水平有限,书中难免有不妥之处,欢迎读者批评指正。

编者

1998年1月

目 录

教学大纲	1
教材各章的基本要求	6
各章辅导要点	16
第一章 函数	16
第二章 极限与连续	24
第三章 导数与微分	33
第四章 中值定理及导数应用	56
第五章 不定积分	80
第六章 定积分	101
第七章 (略)	
第八章 多元函数	121
第九章 微分方程简介	146
专题分析	152
(一) 极限概念剖析	152
(二) 经济学上几个基本函数的意义及其应用	155
(三) 二元函数极值的应用	162
(四) 定积分与重积分、广义积分间的联系与区别	167
各章习题答案	175
第一章	175
第二章	183
第三章	185
第四章	199
第五章	206

第六章.....	211
第七章 (略)	
第八章.....	214
第九章.....	219

经济管理系经济应用数学

(一)

微积分教学大纲(草案)

(一) 总 纲

一、本门课程是经济管理系各专业的公共必修基础课

二、教学学时

本课系 1986 年秋第一学期讲授, 只讲一学期。

学时: $4 \times 20 = 81$ (学时), 另加一节总复习。

共计 81 学时。

三、教学目的与任务

为加速实现四个现代化, 为适应经济计划和经济管理对数学方法的需要, 本门课程介绍微积分学的基本知识, 培养学生的运算能力、抽象思维能力和逻辑推理能力, 树立辩证唯物主义观点, 提高学生用变量数学方法分析和处理较简单的经济现象中数量关系的能力, 为学习后续课和在经济计划与经济管理运用数学方法打下基础。

四、教学原则与要求

1. 本门课程的讲授手段是录相电视课。

2. 限于电视远距离教学的特点, 又受电视时数所限, 电视课堂上只能播讲基本内容, 要求同学必须加强课前预习和课后复习本教材所指定的学习内容(有的部分不讲), 认真独立地完成作业。

3. 电大学生中成年人较多, 离开中学时间较长, 数学基础程度不齐, 再加上授课方式的限制(一般是收看电视课与教

学班的辅导课相结合),因此要求各教学班的辅导课应根据本门课的教学大纲,紧扣教材,帮助学生透彻理解基本概念,及时解决疑难点,加强双基训练,补齐基础知识,使学生准确掌握所学教材的内容。辅导课要力求联系实际,简明扼要,通俗易懂。

4. 要求学生正确理解基本概念和各基本概念的内在联系,正确理解基本性质和基本定理。牢记基本运算公式和运算法则,加强基本运算的能力,注意培养分析问题和解决问题的能力。

5. 每章最后按排一节录相练习课。

(二) 教学内容与要求

一、函数

1. 学时: 9 学时。

2. 内容: 常量与变量,函数概念,经济现象中常用的函数,函数的几个性质,反函数,基本初等函数,复合函数,初等函数,初等函数的某些作图法。

3. 要求: 正确理解函数概念,反函数及复合函数的意义;了解函数的简单性质,掌握基本初等函数及其图形,对简单的应用问题,特别是常用的基本经济应用题,要求会建立函数关系式。

二、极限与连续

1. 学时: 11 学时。

2. 内容: 极限概念,无穷小量及无穷大量概念,两者的关系及其性质;极限的四则运算,极限存在准则,两个重要极限;函数的连续性。

3. 要求: 极限是研究微积分学的最基本的方法,所以必

须正确理解极限的概念，特别是要理解极限的思想方法的深刻含意；理解左、右极限的概念；正确理解无穷小量与无穷大量概念，函数连续的概念；理解无穷小量的阶的概念；熟练掌握函数极限的运算法则，掌握极限存在的两个准则和两个重要极限、了解闭区间上连续函数的性质。

三、导数与微分

1. 学时：11 学时。

2. 内容：导数概念，导数，基本公式与运算法则、变化率的应用，高阶导数；微分概念及其应用。

3. 要求：正确理解导数定义及其几何意义，了解连续与可导的关系；理解导数作为变化率的应用，掌握导数在经济中的应用；理解函数的弹性概念及其简单应用，了解高阶导数概念；牢记导数的基本公式与运算法则；熟练掌握初等函数的求导方法；掌握微分概念，理解微分的几何意义；正确理解导数和微分的关系；了解微分在近似计算和误差估计中的应用。

四、中值定理、导数的应用

1. 学时：11 学时。

2. 内容：中值定理，罗彼塔法则，函数的增减性，函数的极值，曲线的凹向与拐点，曲线的渐近线，函数图形的作图方法。

3. 要求：了解中值定理，能正确运用罗彼塔法则求未定式的极限，牢固掌握判别函数增减性，极值，凹向与拐点的方法；能解决简单的极值应用题，特别是在经济方面的简单的极值应用题；会画常用的初等函数的图象。

五、不定积分

1. 学时：8 学时。

2. 内容：原函数和不定积分的概念，不定积分的性质，

基本积分公式, 换元积分法和分部积分法; 有理函数的积分, 积分表的使用方法。

3. 要求: 正确理解原函数与不定积分概念, 掌握不定积分的性质, 牢记不定积分的基本公式, 掌握换元积分法与分部积分法, 注意介绍一下有理函数的积分方法; 能熟练地求出常用函数的不定积分, 了解一些由变化率求原函数的联系实际问题, 特别是联系经济问题的较简单的应用题。

六、定积分

1. 学时: 12 学时。

2. 内容: 定积分概念, 定积分的基本性质, 定积分与不定积分的关系; 定积分的换元法与分部积分法, 定积分的近似计算, 平面图形的面积与旋转体的体积, 定积分在经济问题中的应用, 广义积分。

3. 要求: 正确理解定积分的定义及其性质, 理解定积分与不定积分的关系, 熟练掌握定积分的换元法与分部积分法。能够熟练地应用定积分求解平面图形的面积和求解简单的经济应用问题。正确理解广义积分的概念, 会求解简单的广义积分。

七、无穷级数

1. 学时: (不讲)

2. 内容: 无穷级数的概念及基本性质; 数项级数及其判别法, 幂级数, 泰勒级数, 某些初等函数的幂级数展开式, 幂级数的应用。

3. 要求: 掌握无穷级数收敛与发散的概念及级数的基本性质, 熟悉几何级数, P 级数的敛散条件, 掌握正项级数的比较判别法与比值判别法, 掌握任意项级数绝对收敛的概念和莱不尼兹判别法, 掌握幂级数的概念, 并能熟练地判定其收

敛区间,掌握泰勒级数,能将一些初等函数展成幂级数,并能进行一些近似计算。

八、多元函数

1. 学时: 14 学时。

2. 内容: 空间解析几何简介,多元函数的概念,二元函数的极限与连续,偏导数、全微分、复合函数与隐函数的微分法,二元函数的极值,条件极值与拉格朗日乘数法,最小二乘法;二重积分的概念与计算方法。

3. 要求: 理解空间直角坐标系的意义,了解空间直线与平面及简单二次曲面的方程,理解二元函数的概念,了解二元函数的极限与连续的意义,掌握二元函数的偏导数、全微分的概念及求法。理解二元函数的极值概念,会求二元函数的极值,了解最小二乘法。理解二重积分概念,会计算二重积分。

九、微分方程简介

1. 学时: 4 学时。

2. 内容: 微分方程的一般概念,一阶微分方程,可降阶的二阶微分方程,二阶常系数线性微分方程。

3. 要求: 理解微分方程的一般概念,会求解最简单的微分方程,如会求可分离变量的一阶微分方程、齐次微分方程、一阶线性微分方程的通解、特解,了解在实际问题中,如何建立微分方程。

说明: 由于教学目的及教学时数所限,我们只讲第一,二两节,其它部分内容不讲。

教材各章的基本要求

根据经济应用数学基础 (一)《微积分》教学大纲的要求; 根据电大经管系大专二年的学制; 根据电大远距离教学和学生成年在职学习(脱产、半脱产、业余学习)的特点, 我们把对本教材的重难点认识及基本要求较具体地提出来, 以便于学生自学。

第一章 函 数

一、重点是函数概念。

难点是建立函数关系式。

二、基本要求

1. 深刻理解函数概念。

(1) 理解函数的三个要素: 对应规律、定义域、值域, 既要理解三个要素的含意及表示, 也要理解三者的关系; 正确理解和使用函数符号 $y=f(x)$; 理解 $f(x_0)$, $f(x)|_{x=x_0}$, 或 $y|_{x=x_0}$ 的意义; 理解两个函数相同的条件是定义域和对应规律相同; 要求能熟练准确地求出函数的定义域; 了解单值函数与多值函数的意义。

(2) 理解反函数的定义, 熟练掌握由已知函数确定其反函数的方法, 理解函数与其反函数的定义域、值域之间的关系。

(3) 理解复合函数的定义, 要求能熟练地把一个复合函数拆成由几个简单函数复合而成的形式。深刻理解 $y=f[\varphi(x)]$ 符号的含意, 并能正确使用此符号。此部分内容是重点

又是难点。

(4) 理解分段函数的定义 (经济现象中的函数关系经常用分段函数表示)。

(5) 要求掌握由简单的实际问题建立函数解析式的方法,特别是简单的经济现象中的应用问题。如价格函数,成本函数,收益函数,利润函数,平均成本函数,特别是要深入理解库存问题的函数关系,要深入理解解析式 $P(x) = \frac{ab}{x} + \frac{C}{2}x$ 的实际意义,要熟记上述经济现象中的函数关系式,并能理解这些简单函数的内在关系 (后面几章都要用到这些函数关系式)。此部分内容是重点,也是难点。

(6) 理解函数的简单性质,要理解函数的奇偶性,增减性,有界性及周期性的定义,掌握判断一个函数性质的方法。性质的证明不作要求。

(7) 熟记基本初等函数的解析式及其图形,理解初等函数的意义。

(8) 会用基本初等函数的图形,通过平移、对称等方法绘制较简单的函数图形,要熟记线性函数的各种解析式及其图形,熟记二次函数圆、抛物线、椭圆、双曲线的解析式及其图形 (见教材的附录部分)。

第二章 极限与连续

一、重点是极限概念,极限的四则运算法则,函数的连续性。难点是极限的概念。

二、基本要求

1. 深刻理解函数极限的概念,要求通过几何直观和教材中的极限对照表分析各种不同过程的函数极限,使学生透彻

理解, 理解“ $\varepsilon-N$ ”和“ $\varepsilon-\delta$ ”语言的思想方法(后面几章都要用到极限概念)。

2. 正确理解“ $\varepsilon-N$ ”“ $\varepsilon-\delta$ ”极限的几何意义。

3. 正确理解无穷大量与无穷小量的意义; 深刻理解无穷大量与无穷小量的关系; 理解无穷小量的阶。

4. 熟练地掌握极限的运算法则; 深刻理解并要求熟记两个重要极限, 且必须能准确地运用两个重要极限。

5. 掌握函数在点 x_0 连续的定义, 理解函数在某一点连续的等价说法: $f(x)$ 在点 x_0 连续可记作:

$$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = f(x_0)$$

或

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \Delta y = 0$$

即

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} [f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)] = 0$$

这两种表示法是等价的。

或“用 $\varepsilon-\delta$ ”证论法表示, 即:

对于每一个任意给定的正数 ε , 总存在正数 δ , 使得对于满足 $0 < |x - x_0| < \delta$ 的一切 x , 不等式

$$|f(x) - f(x_0)| < \varepsilon$$

都成立。对后一种表示法只要求了解。实际上三种表示法都是等价的。

6. 理解函数在某点间断的意义, 能正确判断函数间断点; 了解连续函数在闭区间上的性质(间断点不要求分类)。

7. 注意: 初等函数在其定义域内都是连续函数(不加证明)。

8. 对于本章定理的证明过程, 只要求理解, 但对定理的条件与结论要会正确运用。

第三章 导数与微分

一、重点是导数概念,导数的几何意义,导数在经济现象中的应用;初等函数的求导方法;微分概念。

难点:导数的意义,求导方法及导数作为变化率在经济现象中的应用。

二、基本要求

1. 深刻理解导数定义及其几何意义,分清在点 x_0 的导数与导函数的区别与联系;会用导数定义表达式

$$\begin{aligned} f'(x_0) &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} \\ &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x} \end{aligned}$$

或
$$f'(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$$

(以上两个表达式是等价的)计算函数 $f(x)$ 在点 x_0 的导数。

2. 了解函数连续与可导的关系;掌握利用导数定义讨论函数在某点的连续性与可导性,特别要掌握讨论分段函数在分段点处的连续与可导的方法(只能用导数定义进行讨论),当然我们只要求掌握一些较简单的分段函数。

3. 牢记求导基本公式和求导法则,对于公式及运算法则的证明过程只要求理解。要求能熟练地掌握初等函数的求导方法,特别是要多作复合函数求导的练习。复合函数求导既是重点又是难点。

4. 深刻理解导数作为变化率的应用,特别是经济方面的应用,应当深刻理解熟练掌握教材 § 3.4 中的变化率的应用例题。

5. 理解函数弹性的意义,理解商品的需求量对价格的弹性的意义,会利用公式 $P \cdot \frac{Q'}{Q}$ 来计算简单的经济应用题。如教材中的例题和习题中的弹性类型题目。

6. 了解高阶导数的意义,会求较简单函数的 n 阶导数。如教材中五个例题,应当掌握。

7. 深刻理解微分定义及其几何意义;理解微分和导数的关系(二者定义和几何意义的关系)。能掌握微分公式及法则计算函数的微分(利用求导数和一阶微分形式的不变性求微分的方法都应掌握)。

8. 微分在近似计算中的应用不作要求。

第四章 中值定理及导数的应用

一、重点是罗彼塔法则,函数增减性的判定,函数的极值及其求法,极值在经济现象中的应用。

难点:极值的应用,利用函数性质作函数的图形。

二、基本要求

1. 通过几何直观了解中值定理的意义,要掌握罗尔定理和拉格朗日定理的条件和结论。(证明过程不作要求,学生可以自己看书)。对柯西定理基本不作要求,只要求了解中值定理里有柯西定理,了解这一组定理的逻辑关系是罗尔定理 $\Rightarrow$ 拉格朗日定理 $\Rightarrow$ 柯西定理,反之罗尔定理是拉格朗日定理的特例,拉格朗日定理又是柯西定理的特例。

2. 熟练掌握罗彼塔法则求未定式的极限的方法,要注意到罗彼塔法则失效时就应该考虑用别的方法去求极限,但不要作一些既偏又繁难的题目,如有些题需经过较复杂的初等数学的恒等变换再求极限,这类题目我们不作要求。

3. 掌握判别函数增减性的方法。

4. 理解函数极值的意义，弄清最值与极值的关系与区别。熟练掌握判别函数极值和最值的方法。

5. 对极值的应用问题，要求会建立较简单的函数解析式。特别是要求会求解有关经济现象中的极值应用题，要熟练掌握本章中的极值例题。

6. 能确定曲线的凹向与拐点，了解曲线的水平渐近线和铅垂渐近线，对斜渐近线不作要求。

7. 了解利用函数的性质作函数图形的步骤，只要求会作较简单的函数图形。

第五章 不定积分

一、重点是原函数与不定积分的概念，基本积分公式，求不定积分的方法。

难点：不定积分的概念与求不定积分的方法，原函数在经济现象中的意义。

二、基本要求

1. 要深刻理解原函数与不定积分的概念，弄清两者的关系，理解原函数在经济方面的意义。

2. 掌握不定积分的性质。

3. 熟记基本积分公式。

4. 熟练掌握直接积分法，因为直接积分法是其它积分法的基础。

5. 熟练掌握第一换元法（凑微分法），这种方法在后面几章经常要用到的，要多做一些常见类型的函数的积分。

6. 第二换元法，只要求理解教材上的几种类型，了解无