

965088

013

2300E2

3

高等专科学校试用教材

高等数学

下册

第二版

上海科学技术出版社

高等专科学校试用教材

高等数学

(下册)

第二版

上海科学技术出版社

责任编辑 周玉刚

高等专科学校试用教材

高等数学

(下册)

第二版

上海市高等专科学校《高等数学》编写组编

上海科学技术出版社出版

(上海瑞金二路 450 号)

新华书店上海发行所发行 常熟文化印刷厂印刷

开本 787×1092 1/32 印张 13.5 字数 295,000

1985 年 6 月第 1 版

1993 年 6 月第 2 版 1993 年 6 月第 8 次印刷

印数 231,001—269,000

ISBN 7-5323-2702-7/O·155(课)

定价: 3.60 元

(沪)新登字 108 号

目 录

第十三章 矩阵与线性方程组的解法

第一节 矩阵及其运算	1
一、矩阵的概念	1
二、矩阵的运算	6
习题 13-1	15
第二节 矩阵的初等变换	17
一、初等变换的概念	17
二、标准化的消元法	18
习题 13-2	28
第三节 行列式	29
一、 n 阶行列式的概念	29
二、行列式的性质	37
三、克莱姆法则	44
习题 13-3	49
第四节 逆阵	53
一、逆阵的概念	53
二、逆阵的存在性及其求法	53
三、逆阵的运算性质	56
四、利用矩阵的初等行变换求逆阵	57
习题 13-4	61
*第五节 分块矩阵	62
一、分块矩阵的概念	63

二、分块矩阵的运算	64
*习题 13-5	70

第十四章 线性方程组解的结构

第一节 n 维向量	72
一、 n 维向量的概念	72
二、 n 维向量的线性运算	74
习题 14-1	76
第二节 向量组的线性相关性	76
一、线性组合(线性表示)的概念	76
二、向量组的线性相关性	81
习题 14-2	83
第三节 向量组与矩阵的秩	84
一、向量组的秩	84
二、矩阵的秩	85
习题 14-3	92
第四节 线性方程组解的结构	93
一、线性方程组的相容性	93
二、齐次线性方程组解的结构	98
三、非齐次线性方程组解的结构	104
习题 14-4	107

*第十五章 特征值、特征向量及二次型

第一节 矩阵的特征值与特征向量	109
一、特征值与特征向量的概念	109
二、特征值与特征向量的求法	110
习题 15-1	114
第二节 相似矩阵	115
一、正交矩阵的充要条件	115

二、相似矩阵及其性质	120
三、矩阵对角化的充要条件	121
四、实对称矩阵的相似矩阵	122
习题 15-2	125
第三节 二次型及其标准形	127
一、二次型的概念	127
二、二次型的矩阵表达式	128
三、化二次型为标准形的方法	130
习题 15-3	141
第四节 正定二次型	142
一、正定二次型的概念	142
二、正定二次型的判别法	143
习题 15-4	146

第十六章 随机事件与概率

第一节 随机事件	148
一、随机现象	148
二、随机事件	149
三、事件间的关系与运算	151
习题 16-1	154
第二节 事件的概率	155
一、事件的频率	155
二、概率的统计定义	157
三、概率的古典定义	157
习题 16-2	160
第三节 加法公式和乘法公式	160
一、加法公式	160
二、条件概率与乘法公式	162
三、全概率公式	165

*四、贝叶斯公式	167
习题 16-3	168
第四节 事件的独立性 二项概率公式	170
一、事件的独立性	170
二、二项概率公式	172
习题 16-4	174

第十七章 随 机 变 量

第一节 随机变量的概念	176
习题 17-1	178
第二节 随机变量的分布	178
一、离散型随机变量的分布	178
二、随机变量的分布函数	184
三、连续型随机变量的分布	186
习题 17-2	194
第三节 二维随机变量	197
一、二维离散型随机变量	198
二、二维连续型随机变量	200
三、边缘分布	202
四、随机变量的独立性	205
习题 17-3	206
第四节 随机变量函数的分布	209
一、一维随机变量函数的分布	209
二、二维随机变量函数的分布	212
习题 17-4	214
第五节 数字特征	215
一、数学期望	215
二、方差	221
习题 17-5	225

第六节 大数定律和中心极限定理	228
一、大数定律	228
二、中心极限定理	229
习题 17-6	232

第十八章 参数估计

第一节 数理统计的基本概念	223*
一、总体与样本	233
二、频率直方图	234
三、样本数字特征	236
四、统计量及其分布	237
习题 18-1	242
第二节 点估计	244
一、数字特征法(矩估计法)	244
二、极大似然估计法	246
三、无偏性和有效性	248
习题 18-2	250
第三节 区间估计	252
一、正态总体均值的区间估计	252
二、正态总体方差的区间估计	255
*三、单侧区间估计	257
习题 18-3	258

第十九章 假设检验

第一节 假设检验的基本概念	261
第二节 正态总体均值的假设检验	264
一、单个正态总体均值的检验	264
二、两个正态总体均值的检验	267
习题 19-2	271

第三节 正态总体的方差检验	272
一、单个正态总体方差的检验	272
二、两个正态总体方差的检验	273
习题 19-3	277
*第四节 单侧检验	278
习题 19-4	281
*第五节 非参数检验	282
一、正态概率纸	283
二、 χ^2 检验法	287
三、秩和检验法	291
习题 19-5	293

第二十章 方差分析和回归分析

第一节 单因素方差分析	296
习题 20-1	304
*第二节 双因素方差分析	306
习题 20-2	312
第三节 正交试验设计	313
一、无交互作用的正交试验设计	314
二、有交互作用的正交试验设计	319
习题 20-3	322
第四节 一元线性回归	325
一、回归分析的基本概念	325
二、一元线性回归	326
三、线性关系的显著性检验	329
四、预测和控制	331
习题 20-4	334
*第五节 一元非线性回归与二元线性回归简介	335
一、一元非线性回归	335

二、二元线性回归简介	341
习题 20-5	344

第二十一章 线性代数与数理统计 的计算机解法初步

第一节 线性代数部分	346
一、求行列式的值	346
二、求矩阵的秩	351
三、求方阵的逆阵	358
四、求解线性方程组	364
第二节 数理统计部分	370
一、参数点估计(矩估计)法	371
二、正态总体(方差已知)均值的区间估计	372
三、单个正态总体均值的假设检验($H_0: \mu = \mu_0, H_1: \mu \neq \mu_0$)	374
四、单因素方差分析(正态总体)	377
五、一元线性回归分析	379

附 录

附录一 习题答案	383
附录二 附表	408

第十三章 矩阵与线性方程组的解法

线性方程组是线性代数的主要内容之一, 研究线性方程组需要矩阵、行列式这两个基本工具, 而矩阵、行列式在一些数学分支和其他自然科学方面都有广泛应用。

第一节 矩阵及其运算

一、矩阵的概念

在许多实际问题中, 常常会遇到由 n 个未知数、 m 个线性方程组成的线性方程组:

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n = b_1, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n = b_2, \\ \dots\dots\dots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \cdots + a_{mn}x_n = b_m. \end{cases} \quad (1)$$

方程组(1)的系数 a_{ij} ($i = 1, 2, \dots, m, j = 1, 2, \dots, n$) 及右端 b_i 可排成如下 m 行 $n+1$ 列的数表。

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} & b_2 \\ \dots\dots\dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} & b_m \end{pmatrix} \quad (2)$$

显然, 线性方程组(1)由数表(2)完全地确定。

例1 某厂生产 5 种产品, 各种产品的季度产值 (单位,

万元)如下表:

产值 季度	产 品				
	1	2	3	4	5
1	80	58	75	78	64
2	92	75	85	84	80
3	85	70	72	80	76
4	98	83	90	95	86

此产值表也可以简化为如下一张数表:

$$\begin{pmatrix} 80 & 58 & 75 & 78 & 64 \\ 92 & 75 & 85 & 84 & 80 \\ 85 & 70 & 72 & 80 & 76 \\ 98 & 83 & 90 & 95 & 86 \end{pmatrix}$$

例 2 在自动控制工程和管理科学等方面经常会遇到有 n 个输入量、 m 个输出量, 它们之间常成线性关系(称为线性系统)。例如, 二个输入 x_1, x_2 , 三个输出 y_1, y_2, y_3 之间的关系为

$$\begin{cases} y_1 = ax_1 + bx_2, \\ y_2 = cx_1 + dx_2, \\ y_3 = ex_1 + fx_2. \end{cases}$$

输入与输出之间的关系可由它们的系数唯一地确定, 因此这个线性系统也可以用如下一张数表表示。

$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \\ e & f \end{pmatrix}$$

上述这些数表在数学上叫做矩阵。

定义 1 由 $m \times n$ 个数 a_{ij} ($i = 1, 2, \dots, m; j = 1, 2, \dots, n$) 排成 m 行 n 列的矩形数表

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}$$

称为 m 行 n 列矩阵, 简称为 $m \times n$ 矩阵, 其中 a_{ij} 叫矩阵的第 i 行第 j 列元素。通常, 我们用大写字母 $A, B, \dots$ 表示矩阵。例如, 记

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}.$$

有时, 也简记为 $A = (a_{ij})_{m \times n}$ 或 $A = (a_{ij})$ 。

当 $m = n$ 时, 称 A 为 n 阶方阵。

数表(2)常称为线性方程组(1)的增广矩阵, 而称

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}$$

为线性方程组(1)的系数矩阵。

下面介绍一些特殊的矩阵。

(1) 零矩阵 元素都是零的矩阵称为零矩阵, 记为 O ;

(2) 列矩阵、行矩阵 在矩阵 A 中, 如果 $n = 1$, 即

$$\begin{pmatrix} a_{11} \\ a_{21} \\ \vdots \\ a_{m1} \end{pmatrix},$$

称这种只有一列的矩阵为列矩阵；同样，如果 $m=1$ ，即

$$(a_{11} \ a_{12} \ \cdots \ a_{1n}),$$

称这种只有一行的矩阵为行矩阵；

(3) 阶梯形矩阵：如果矩阵每行的第一个非零元素所在列中，在这个非零元素的下方元素全为零，则称此矩阵为阶梯形矩阵，例如，矩阵

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & -1 & 0 & 2 \\ 0 & 3 & 2 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & -3 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 0 & 0 & 5 & 6 & 7 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 8 \end{pmatrix}$$

均为阶梯形矩阵，而矩阵

$$C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 0 & 0 & 5 & 6 & 7 \\ 0 & 0 & 4 & 1 & 8 \end{pmatrix}$$

不是阶梯形矩阵。

(4) 对角阵 形如

$$\begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \lambda_2 & 0 & \cdots & 0 \\ & & \cdots & & \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & \lambda_n \end{pmatrix}$$

的方阵，称为对角阵。

对角阵的特点是：不在主对角线上的元素全是零。

(5) 单位阵 在对角阵中，如果 $\lambda_i = 1 (i = 1, 2, \dots, n)$ ，即

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ & & \dots & & \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \end{pmatrix}$$

称为单位阵，一般我们用 E 表示。

(6) 上三角阵、下三角阵 如果方阵的主对角线以下元素全为零，即

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ & & \ddots & \vdots \\ 0 & & & a_{nn} \end{pmatrix}$$

称这种方阵为上三角阵，而主对角线以上的元素全为零的方阵，称为下三角阵，即

$$\begin{pmatrix} a_{11} & & & & \\ a_{21} & a_{22} & & & \\ \vdots & \vdots & \ddots & & \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} & \end{pmatrix}.$$

(7) 对称阵 如果方阵 A 满足 $a_{ij} = a_{ji} (i, j = 1, 2, \dots, n)$ ，则称 A 为对称阵，对称阵的特点是：它以主对角线为对称轴，两边元素对应相同，如

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 2 & -5 & 3 \\ 4 & 3 & 6 \end{pmatrix}.$$

定义 2 如果矩阵 A 与矩阵 B 都是 $m \times n$ 矩阵, 且对应元素均相等, 即 $a_{ij} = b_{ij} (i = 1, 2, \dots, m; j = 1, 2, \dots, n)$, 称矩阵 A 与矩阵 B 相等, 记作 $A = B$.

二、矩阵的运算

1. 矩阵的加法

例 1 某种物资(单位: 吨)从 3 个产地运往 4 个销地, 两次调运方案分别用矩阵 A 与矩阵 B 表示:

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 5 & 7 & 2 \\ 2 & 0 & 4 & 3 \\ 0 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix},$$

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 & 0 \\ 2 & 1 & 5 & 7 \\ 0 & 6 & 4 & 8 \end{pmatrix}.$$

求各产地运往各销地两次的物资调运量就是作矩阵 A 与矩阵 B 对应元素的加法。于是, 我们定义矩阵的加法如下:

定义 3 两个 $m \times n$ 矩阵 $A = (a_{ij})$, $B = (b_{ij})$ 对应元素相加, 即 $a_{ij} + b_{ij} (i = 1, 2, \dots, m; j = 1, 2, \dots, n)$, 组成的 $m \times n$ 矩阵称为 A 与 B 的和, 记作 $A + B$, 即

$$A + B = \begin{pmatrix} a_{11} + b_{11} & a_{12} + b_{12} & \cdots & a_{1n} + b_{1n} \\ a_{21} + b_{21} & a_{22} + b_{22} & \cdots & a_{2n} + b_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{m1} + b_{m1} & a_{m2} + b_{m2} & \cdots & a_{mn} + b_{mn} \end{pmatrix}.$$

注意 只有两个矩阵的行数、列数对应相同, 才能进行加法运算。

2. 数与矩阵相乘

例 2 如果一个系统 A 的输出信号 $y_1, y_2, \dots, y_n$ 太小, 需外接一个放大器, 其放大倍数为 k , 即输出信号 $y_1, y_2, \dots, y_n$.

都放大 k 倍, 这时对系统来说, 实际上是作了一个数 k 与矩阵 A 的乘积.

定义 4 数 k 乘矩阵 A 的每一个元素所得到的矩阵称为数 k 与矩阵 A 的积, 记作 kA , 即

$$kA = \begin{pmatrix} ka_{11} & ka_{12} & \cdots & ka_{1n} \\ ka_{21} & ka_{22} & \cdots & ka_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ ka_{m1} & ka_{m2} & \cdots & ka_{mn} \end{pmatrix}$$

当 $k = -1$ 时, 记 $(-1)A$ 为 $-A$, 并称 $-A$ 为 A 的负矩阵, 对两个 $m \times n$ 矩阵 A 与 B , 规定减法为

$$A - B = A + (-B).$$

从矩阵的加法及数乘运算的定义, 不难验证有下面一些性质:

性质 1 $A + B = B + A$;

性质 2 $(A + B) + C = A + (B + C)$;

性质 3 $(\lambda\mu)A = \lambda(\mu A)$;

性质 4 $(\lambda + \mu)A = \lambda A + \mu A$;

性质 5 $\lambda(A + B) = \lambda A + \lambda B$;

性质 6 $A + O = A$;

性质 7 $1 \cdot A = A$;

性质 8 $A + (-A) = O$.

上面的 λ, μ 都是数.

例 3 已知:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ -1 & 3 \\ 0 & -5 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -3 & 0 \\ 5 & -4 \\ 4 & 3 \end{pmatrix},$$

求 $3A - 2B$.