新世纪大学数学课金版辅导丛书

概率论与数理统计

金版辅导

JIN BAN FU DAO

理工类

學苑出版社

新世纪大学数学课金版辅导丛书

概率论与数理统计金版辅导

（理工类）

主编　陆璇（清华大学数学系教授）

本册编者　李克华　曾朝阳

學苑出版社

图书在版编目(CIP)数据

概率论与数理统计金版辅导(理工类)/陆璇主编. -北京:学苑出版社,2001.5
(新世纪大学数学课金版辅导丛书)
ISBN 7-5077-1845-X

I. 概… II. 陆… III. ①概率论-高等学校-教学参考资料 ②数理统计-高等学校-教学参考资料-2001 IV. 021

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2001)第 11831 号

学苑出版社出版发行
北京市万寿路西街 11 号　100036
河北省香河县新华印刷有限公司　印刷
880×1230　32 开本　54.5 印张　1374 千字
2001 年 4 月北京第 1 版　2002 年 9 月北京第 2 次印刷
总定价:61.00 元(共三册)　本册定价:18.00 元

前　　言

本书兼顾学习指导和考研指导，力求让读者对大纲要求的知识点有全面深刻的理解和掌握。本书注重一题多解,这有助于读者全面理解和掌握所学知识,提高解题技巧。故它不同于一般教科书、习题集和题解,自有其独到之处。

书中的每一章按如下几部分展开：知识要点、能力培养与解题技巧、1990～2001 年考研试题归类精选解析、同步测试及参考答案和本章知识小结。本书最后还有三套综合模拟试题及其参考答案。

知识要点:对每章的知识要点进行详细的归纳总结,注意各章节前后的融会贯通。对相似知识点用表格对比列出,对容易误解和混淆的知识点做特别的说明。

能力培养与解题技巧：按知识点分类，列举了相关知识点大量的、较为全面的例题与题型。有的章节还专门列出综合题型。例题难度由浅入深,每道例题有所用知识点的总结,综合题和有难度题有提示分析。每类例题后面有本类习题解题小结。对在考试中频繁出现的考点,列举的例题多些;相反,例题少些。

1990～2001 年考研试题归类精选解析：按时间先后收集了 1990～2001 年用到本章知识点的典型考研试题。从中读者不仅可以看出各章节历次考研题中占的比例，还能发现考研题的难度，常见题型、常见考点及出题趋势等信息。

注：考研题前面的标号表明其出处，试题的编号规则如下：1990～2001 年考研试题归类精选解析：选取了 1990～2001 年数学三、数学四和数学五的考研试题进行分析和讲解，以期能对报考研究生的读者给予帮助。我们对所列举的每道试题都进行了统一编号。其编号规则如下:编号的前两位表示年代；第三位表示数学大类；第四、五位表示第几大题；第六、七位表示第几小题。例如:2001 年数学一第二大题第 3 小题可表示为 0110203。

同步测试及参考答案:是对前面知识要点和例题的补充与巩固。习题

样式类型以本章习题在历届考研试题中出现的模式题型为样本编写，习题答案按难易分详略解答。

本章知识小结：对本章中的知识重点和知识难点进行体系结构的归纳总结，对各种典型题型及其解题思路与方法进行小结。

本书共分八章，第一、二、三、四、五章由李克华执笔；第六、七、八、九章由曾朝阳执笔。

本书是根据编者的教学实践和经验编写的，希望能对学习《概率论与数理统计》的读者和准备考研的读者有所帮助。作者在编写本书时，参阅了有关书籍，引用了一些例子，恕不一一指明出处，在此一并向有关作者致谢。由于编者水平有限，书中难免有不妥之处，敬请读者不吝赐教。

编　者

目录

第一章　随机事件与概率 …………………………………… (1)
知识要点 …………………………………… (1)
能力培养与解题技巧 …………………………………… (9)
1990 ~ 2001 年考研试题归类精选解析 …………………………………… (61)
同步测试及参考答案 …………………………………… (66)
本章知识小结 …………………………………… (82)
第二章　随机变量及其概率分布 …………………………………… (85)
知识要点 …………………………………… (85)
能力培养与解题技巧 …………………………………… (92)
1990 ~ 2001 年考研试题归类精选解析 …………………………………… (124)
同步测试及参考答案 …………………………………… (128)
本章知识小结 …………………………………… (150)
第三章　多维随机变量及其分布 …………………………………… (152)
知识要点 …………………………………… (152)
能力培养与解题技巧 …………………………………… (157)
1990 ~ 2001 年考研试题归类精选解析 …………………………………… (202)
同步测试及参考答案 …………………………………… (207)
本章知识小结 …………………………………… (237)
第四章　随机变量的数字特征 …………………………………… (239)
知识要点 …………………………………… (239)
能力培养与解题技巧 …………………………………… (244)
1990 ~ 2001 年考研试题归类精选解析 …………………………………… (302)
同步测试及参考答案 …………………………………… (310)
本章知识小结 …………………………………… (329)

第五章　大数定律及中心极限定理 …………………………(331)
知识要点……………………………………………………(331)
能力培养与解题技巧 ……………………………………(334)
同步测试及参考答案 ……………………………………(346)
本章知识小结………………………………………………(352)
第六章　数理统计的基本概念 ……………………………(353)
知识要点……………………………………………………(353)
能力培养与解题技巧 ……………………………………(358)
1990～2001 年考研试题归类精选解析 …………………(379)
同步测试及参考答案 ……………………………………(380)
本章知识小结………………………………………………(388)
第七章　参数估计……………………………………………(389)
知识要点……………………………………………………(389)
能力培养与解题技巧 ……………………………………(394)
1990～2001 年考研试题归类精选解析 …………………(420)
同步测试及参考答案 ……………………………………(423)
本章知识小结………………………………………………(433)
第八章　假设检验……………………………………………(435)
知识要点……………………………………………………(435)
能力培养与解题技巧 ……………………………………(441)
1990～2001 年考研试题归类精选解析 …………………(465)
同步测试及参考答案 ……………………………………(466)
本章知识小结………………………………………………(473)
第九章　方差分析及回归分析 ……………………………(474)
知识要点……………………………………………………(474)
能力培养与解题技巧 ……………………………………(480)
同步测试及参考答案 ……………………………………(492)
附录
综合模拟试题及参考答案 ………………………………(499)

第一章　随机事件与概率

知识要点

在刚刚开始学习概率论时，读者必须首先理解随机事件及其概率的有关概念，掌握事件的运算及其表示事件的方法，熟悉事件间的关系，熟记概率的基本性质，会计算常用的古典概率，掌握概率的加法公式、乘法公式、全概率公式，会准确运用这些公式计算相应的事件的概率或条件概率。

一、事件及其关系与运算

试验指人们进行的科学试验或对某事件的观察。概率论中将满足下列三个条件的试验称为随机试验：

(1) 允许在相同的条件下重复地进行；

(2) 每次试验的结果不一定相同；

(3) 试验之前不知道会出现哪种结果。

随机试验简称试验，用 E 表示。

随机试验 E 的所有可能结果的集合称为 E 的样本空间，用 S 表示。样本空间的每个元素，即 E 的每种可能结果，称为样本点。

随机试验的结果称为随机事件，简称事件，常用大写字母 A,B,C 等来表示。从集合的角度看，事件就是样本空间的子集。由样本点组成的单点集随机事件，称为基本事件；由两个或两个以上样本点组成的随机事件，称为复合事件。

必然发生的事件称作必然事件，必然事件应该包含所有的样本点，因而它等于样本空间 S。不可能发生的事件称作不可能事件，因为它不能包含任何样本点，所以为空集，记作 $\varnothing$。

事件是一个集合，因而事件间的关系和运算自然按照集合论中集合之间的关系和运算处理。设随机试验 E 的样本空间为 S，A、B、C 为 E 的事件，则有：

1. 子事件（事件之间的包含关系）

如果事件 A 发生必然导致事件 B 发生，则称事件 A 是事件 B 的子事件，或称事件

B 包含事件 A,记作 $A \subset B$。如果 $A \subset B$ 且 $B \subset A$,即 A 与 B 同时发生或同时不发生,则称事件 A 与 B 相等,记作 $A = B$。

2. 和事件

设 A,B 为两个事件,“A 和 B 至少有一个发生”的事件称作 A 与 B 的和事件,记作 $A \cup B$。和事件可以推广到 $n(n \geqslant 2)$ 个事件的情况,“$A_1,A_2,\cdots,A_n$ 中至少有一个发生”称作 $A_1,A_2,\cdots,A_n$ 的和事件,记作 $A_1 \cup A_2 \cup \cdots \cup A_n$ 或 $\bigcup\limits_{i=1}^{n} A_i$。和事件还可以推广到可数个的情况,用 $\bigcup\limits_{i=1}^{\infty} A_i$,表示“$A_1,A_2,\cdots,A_n,\cdots$ 中至少有一个发生”。

3. 积事件

事件“A 与 B 同时发生”称作 A 与 B 的积事件,记作 $A \cap B$,或简记为 AB。积事件也可以推广到 $n(n \geqslant 2)$ 个事件的情况。n 个事件的积事件也可记作 $A_1 \cap A_2 \cap \cdots \cap A_n$,或 $A_1A_2\cdots A_n$。还可以推广到可数个事件的情况,$\bigcap\limits_{i=1}^{\infty} Ai$ 表示事件“$A_1,A_2,\cdots,A_n,\cdots$ 同时发生”。

4. 差事件

事件“A 发生而 B 不发生”称作事件 A 与 B 的差,记作 $A - B$。

5. 逆非件(对立非件)

事件“A 不发生”称作 A 的逆事件或 A 的对立事件,记作 $\overline{A}$,显然 $\overline{A} = S - A$,$\overline{A}$ 发生当且仅当 A 不发生。

6. 互不相容(互斥)事件

如果事件 A 与 B 不能同时发生,则称 A 与 B 互不相容或互斥,A 与 B 互斥当且仅当 $AB = \varnothing$,

易知,A 与 $\overline{A}$ 互斥,但要注意,两个互不相容的事件,不一定互为逆非件的。

上述事件间的关系,可以用图(1 - 1)中各图直观地表示出来。

事件之间的运算具有下述性质:

① 交换律:$A \cup B = B \cup A, A \cap B = B \cap A$

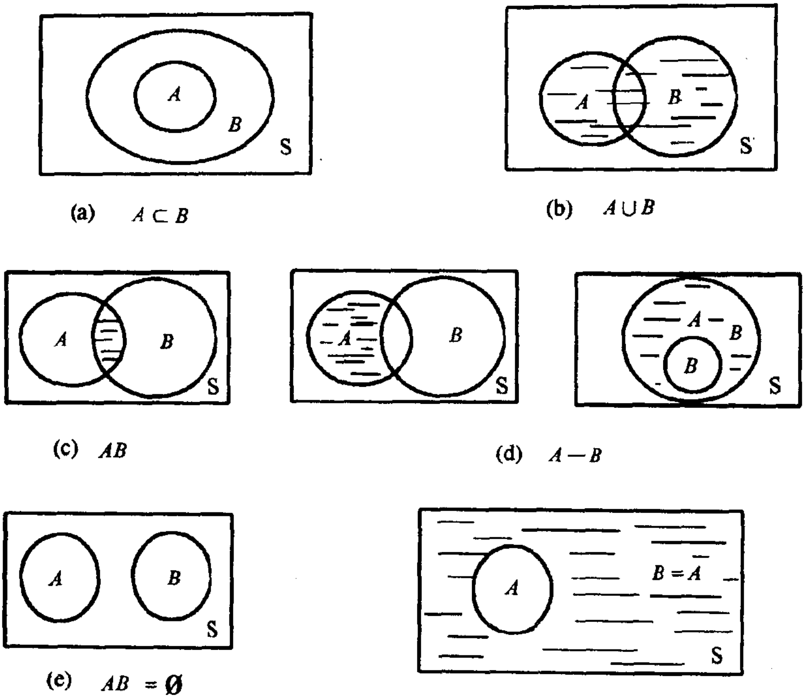
② 结合律:$(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$

$(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$

③ 分配律:$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$

$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$

④ 德·摩根律:$\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}, \overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$



(a) $A \subset B$　(b) $A \cup B$　(c) AB　(d) $A-B$　(e) $AB=\varnothing$　(f) $A \cup B = S$ 且 $AB=\varnothing$

图 1-1　事件间的关系和运算

$$\overline{\bigcup_{i=1}^{n} A_i} = \bigcap_{i=1}^{n} \overline{A_i},\quad \overline{\bigcap_{i=1}^{n} A_i} = \bigcup_{i=1}^{n} \overline{A_i}$$

$$\overline{\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i} = \bigcap_{i=1}^{\infty} \overline{A_i},\quad \overline{\bigcap_{i=1}^{\infty} A_i} = \bigcup_{i=1}^{\infty} \overline{A_i}$$

⑤ 双重否定律：$\overline{\overline{A}} = A$

⑥ 排中律：$A \cup \overline{A} = S$

⑦ 矛盾律：$A \cap \overline{A} = \varnothing$

⑧ 差积转换律：$A - B = A \cap \overline{B} = A - (A \cap B)$

二、概率的定义、基本性质和加法公式

1. 概率的统计定义

在不变的条件下，重复做 n 次试验，设 n 次试验中，事件 A 发生 m 次，如果当 n 很

大时,频率$\frac{m}{n}$稳定地在某一数值p附近摆动,而且一般说来,随着n的增大,这种摆动的振幅越小,则称数值p为事件A的概率,记作$P(A)=p$。这样定义的概率称作统计概率。

2. 概率的古典定义

如果随机试验满足下述3个条件:

① 样本空间的是有穷的,即$S=\{\omega_1,\omega_2,\cdots,\omega_n\}$;

② 基本事件$\{\omega_1\},\{\omega_2\},\cdots,\{\omega_n\}$两两互不相容;

③ 基本事件$\{\omega_1\},\{\omega_2\},\cdots,\{\omega_n\}$发生的可能性相等,

则称这个问题为古典概型。

在古典概型中,设随机事件A含有m个样本点,定义A的概率为

$$P(A)=\frac{m}{n}$$

这样定义的概率称古典概率。

3. 几何概率

如果随机试验的样本空间是某一个区域G,G的长度(或面积,或体积)为D,并设随机点落入长度(或面积,或体积)相同的子区域内是等可能的。设G'是G的长度(或面积,或体积)为d的子区域,定义事件$A=$"随机点落入G'内"的概率为

$$P(A)=\frac{d}{D}$$

这样定义的概率称为几何概率。

4. 概率的基本性质

(1) 对于任何事件A,$0\leqslant P(A)\leqslant 1$。

(2) $P(S)=1$,$P(\varnothing)=0$。

注意:零概率事件(即概率等于0的事件)不一定是不可能事件,概率为1的事件也不一定是必然事件。

(3) $P(A)=1-P(\overline{A})$。

(4) 若$A\supset B$,则$P(A-B)=P(A)-P(B)$。

推论:若$A\supset B$,则$P(A)\geqslant P(B)$。

(5) 有限可加性:设$A_1,A_2,\cdots,A_n$两两互不相容,则

$$P\left(\bigcup_{i=1}^{n}A_i\right)=\sum_{i=1}^{n}P(A_i)$$

(6) 完全可加性:设$A_1,A_2,\cdots,A_n,\cdots$两两互不相容,则

$$P\left(\bigcup_{i=1}^{\infty}A_i\right)=\sum_{i=1}^{\infty}P(A_i)$$

5. 加法公式

对于任意二事件 A,B,有

$$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(AB)$$

特别地,对于二互不相容事件 A 与 B,有

$$P(A\cup B)=P(A)+P(B)$$

对于任意 n 个事件 $A_1,A_2,\cdots,A_n$,有

$$P(\bigcup_{i=1}^{n}A_i)=\sum_{i=1}^{n}P(A_i)-\sum_{1\leqslant i<j\leqslant n}P(A_iA_j)$$
$$+\sum_{1\leqslant i<j<k\leqslant n}P(A_iA_jA_k)\cdots+(-1)^{n-1}P(A_1A_2\cdots A_n)$$

特别是,对于 n 个互不相容事件 $A_1,A_2,\cdots,A_n$,有

$$P(\bigcup_{i=1}^{n}A_i)=\sum_{i=1}^{n}P(A_i)$$

三、条件概率、事件的独立性和乘法公式

1. 条件概率

设 A,B 为两个事件,且 $P(A)\geqslant 0$,称

$$P(B\mid A)=\frac{P(AB)}{P(A)}$$

为在事件 A 发生的条件下事件 B 的条件概率。

2. 事件的独立性

如果 $P(AB)=P(A)P(B)$,则称 A 与 B 相互独立。设 n 个事件 $A_1,A_2,\cdots,A_n$,如果对任意 $i\neq j$,A_i 与 A_j 相互独立,则称这 n 个事件两两相互独立;如果对于任意的 $2\leqslant k\leqslant n$ 和 $1\leqslant i_1<i_2<\cdots<i_k\leqslant n$,都有

$$P(A_{i_1}A_{i_2}\cdots A_{i_k})=P(A_{i_1})P(A_{i_2})\cdots P(A_{i_k})$$

则称这 n 个事件相互独立。

注意:$A_1,A_2,\cdots,A_n$ 相互独立与 $A_1,A_2,\cdots,A_n$ 两两相互独立是两个不同的概念。前者蕴涵后者,但反之不真。

当 $P(A)>0$ 时,A 与 B 相互独立当且仅当 $P(B\mid A)=P(B)$。

直观上,A 与 B 相互独立的含义是 A 发生的概率与 B 是否发生无关;同样,B 发生的概率与 A 是否发生无关。

若 A 与 B 相互独立,则 A 与 $\overline{B}$,$\overline{A}$ 与 B,$\overline{A}$ 与 $\overline{B}$ 也都相互独立。

3. 乘法公式

设 $P(A)>0$,则

$$P(AB)=P(A)P(B\mid A)$$

若 $P(B)>0$,则

$$P(AB)=P(B)P(A\mid B)$$

特别是,对于二独立事件 A 与 B,有

$$P(AB)=P(A)P(B)$$

对于任意 n 个事件 $A_1,A_2,\cdots,A_n$,有

$$P(A_1,A_2,\cdots,A_n)=P(A_1)P(A_2\mid A_1)P(A_3\mid A_1A_2)\cdots P(A_n\mid A_1A_2\cdots A_{n-1})$$

特别是,对于 n 个相互独立的事件 $A_1,A_2,\cdots,A_n$,有

$$P(\bigcap_{i=1}^{n}A_i)=\prod_{i=1}^{n}P(A_i)$$

四、全概率公式和贝叶斯公式

1. 全概率公式

如果 n 个事件 $B_1,B_2,\cdots,B_n$ 是一个完备事件组,且

$$P(B_i)>0,i=1,2,\cdots,n$$

则对任意事件 $A\subset S$

$$P(A)=\sum_{i=1}^{n}P(B_i)P(A\mid B_i)$$

这个公式称作全概率公式。

2. 贝叶斯(Bayes)公式

设 $B_1,B_2,\cdots,B_n$ 是一个完备事件组,且 $P(B_i)>0,i=1,2,\cdots,n$,又设 $P(A)>0$,则对于每个 $k(1\leqslant k\leqslant n)$ 有

$$P(B_k\mid A)=\frac{P(B_k)p(A\mid B_k)}{\sum_{i=1}^{n}P(B_i)P(A\mid B_i)}$$

这个公式称作贝叶斯公式或逆概率公式。

五、贝努利(Bernoulli)概型

在相同的条件下,将同一试验重复做 n 次,且这 n 次试验是相互独立的,每次试验的结果为有限个,这样的 n 次试验称作 n 次独立重复试验。

特别地,若在 n 次独立重复试验中,每次试验的结果只有两种可能,则称这样的 n 次独立重复试验为贝努利概型。

在贝努利概型中,设事件 A 在每次试验中发生的概率为 p,则 n 次试验中事件 A 发生 $k(0\leqslant k\leqslant n)$ 次的概率为

$$P_n(k)=C_n^kp^k(1-p)^{n-k}$$

这个公式常称为二项式概率公式。

六、古典概率的计算方法

古典概率问题多变,有的甚至非常复杂,计算方法涉及广泛的基础知识,需要采用灵活多样的计算方法。

1. 排列与组合

在古典概型中,计算事件 A 的概率,要首先计算出样本空间所含样本点的个数(也就是基本事件总数)n,和 A 中所含样本点的个数 m,而 n,m 的计算往往要利用排列组合公式,因而这里介绍一些基本的排列组合公式,以及概率统计中,不同的抽样方式与排列组合的关系。

(1) 加法原理

设完成一件事情共有 $s(s\geqslant 1)$ 类不同的方法,第 i 类方法又有 r_i 种不同的情况,$i=1,2,\cdots,s$,只要选择任何一类中的任何一种方法,这件事情就可以完成,则完成这件事情共有 $r_1+r_2+\cdots+r_s$ 种不同的方法,这就是加法原理。

(2) 乘法原理

设完成一件事情有 $s(s\geqslant 1)$ 个步骤,第 i 个步骤有 m_i 种方法($i=1,2,\cdots,s$),完成这件事情必须经过每个步骤,则完成这件事情共有 $m_1\times m_2\times\cdots\times m_s$ 种不同的方法,这就是乘法原理。

(3) 排列

Ⅰ 选排列与全排列

从 n 个不同的元素中,每次取出一个,取出后不再放回,连续抽取 $m(m\leqslant n)$ 次,依次排成一列称为选排列,其不同的排列数为

$$\mathrm{P}_n^m=n(n-1)(n-2)\cdots(n-m+1)=\frac{n!}{(n-m)!}$$

当 $m=n$ 时,称为全排列,其不同的排列数为

$$\mathrm{P}_n^n=n(n-1)(n-2)\cdots 2\cdot 1=n!$$

规定 $0!=1$。

Ⅱ 不全相异元素的全排列

设 n 个元素中只有 $m(m<n)$ 种不同的元素,其个数分别为 $n_1,n_2,\cdots,n_m$,且 $n_1,n_2,\cdots,n_m=n$。将这 n 个元素取来全排列,称为不全相异元素的全排列,其不同的排列数为

$$\frac{n!}{n_1!n_2!\cdots n_m!}$$

Ⅲ 可重复的排列

从 n 个不同元素中有放回地抽取 m 个,依次地排成一列,称为可重复排列,不同

的排列数为 n^m。

Ⅳ 环形排列

从 n 个不同的元素中,不带放回地抽取 $m(m \leqslant n)$ 个,依次地排成一个圆圈,称为环形排列,不同的排列数为

$$\frac{n!}{(n-m)!m}$$

(4) 组合

Ⅰ 不可重复的组合

从 n 个不同元素中抽取 m 个($m \leqslant n$),取出的元素不再放回,不考虑抽取顺序,称作不可重复的组合。n 中取 m 的不可重复的组合数为

$$C_n^m = \frac{P_n^m}{m!} = \frac{n!}{m!(n-m)!}$$

有时将 C_n^m 也记成 $\binom{n}{m}$,且规定 $C_n^o = 1$;当 $m > n$ 时,$C_n^m = 0$。

主要的组合公式有以下几个:

$$C_n^m = C_n^{n-m}$$

$$C_n^m + C_n^{m-1} = C_{n+1}^m$$

$$C_n^o + C_n^1 + C_n^2 + \cdots + C_n^n = 2^n$$

$$C_{n_1+n_2}^m = \sum_{k=0}^m C_{n_1}^k C_{n_2}^{m-k}$$

Ⅱ 可重复的组合

从 n 个不同元素中抽取 m 个,每次取出后再重新放回去,考虑抽取顺序,称作可重复的组合。n 中取 m 的可重复的组合数。

$$C_{m+n-1}^m = C_{m+n-1}^{n-1}$$

2. 间接计算法

间接计算法是根据若干已知事件的概率求另一事件的概率的方法。下面列举一些间接计算概率的方法,在以后的"能力培训与解题技巧"还要举例详细说明。

① 加法公式和逆事件概率公式的应用。利用这两个公式求解问题的关键是区分事件的互斥和不互斥。特别是利用事件的互逆关系,在很多情况下可以大大简化概率计算。

② 对称性的应用。

③ 利用独立性计算。若事件 A,B 相互独立,则　$P(AB) = P(A)P(B)$

④ 建立差分方程(递推关系)。

⑤ 建立微分方程。

能力培养与解题技巧

一、随机事件与概率

例1 写出下列随机试验的样本空间，并用样本点组成的集合表示给出的随机事件。

(1) 将一枚均匀硬币抛掷两次。

A = "第一次出现正面"；

B = "两次出现同一面"；

C = "至少有一次出现正面"。

(2) 在1,2,3,4四个数中可重复地取出两个数。

A = "一个数是另一个数的两倍"；

B = "两个数互素"。

(3) 甲乙二人下一盘棋，观察棋赛的结果。

A = "甲不输"；

B = "没有人输"。

(4) 有A,B,C三个盒子，a,b,c三个球，在每个盒子里放入一个球。

D = "a球放入A盒，b球放入B盒"；

E = "a球不在A盒，b球不在B盒"。

(5) 一个小组有A,B,C,D,E五个人，要选正副小组长各一人（一人不能兼二个职务）。

U = "A当选"；

V = "A不当选"。

解：(1) 掷一枚硬币只有两种结果：正面向上、背面向上，可用一个二进制数字表示，0表示正面向上，1表示背面向上。于是，一个试验结果可用一个2位二进制数表示：00表示两次都是正面向上，01表示第一次正面向上、第二次背面向上，其余类推。则，样本空间S及事件A,B,C可分别表示为

$$S = \{00,01,10,11\}$$

$$A = \{00,01\}$$

$$B = \{00,11\}$$

$$C = \{00,01,10\}$$

(2) 本试验是允许重复的排列问题，$|S| = 4^2 = 16$。用两位数表示样本点：ij表示

第一次取到 i,第二次取到 j,其中 $i,j = 1,2,3,4$,于是

$$S = \{ij \mid i,j = 1,2,3,4\}$$
$$= \{(11,12,13,14,21,22,23,24,31,32,33,34,41,42,43,44\}$$
$$A = \{12,21,24,42\}$$
$$B = \{12,21,13,31,14,41,23,32,34,43\}$$

(3) 甲乙二人下一盘棋有 3 种可能结果:和局、甲胜、乙胜,分别记作 $\omega_0,\omega_1,\omega_2$。关键是搞清 3 种可能结果之间的关系,于是

$$S = \{\omega_0,\omega_1,\omega_2\}$$
$$A = \{\omega_0,\omega_1\}$$
$$B = \{\omega_0\}$$

(4) 将 3 个球以任意的顺序放入盒子 A,B,C 中得到一个结果,因此这是一个全排列问题,$|S| = 3! = 6$。用 Yx 表示将 x 放入 Y 中,其中 $Y = A,B,C$;$x = a,b,c$。于是

$$S = \{AaBbCc,AaBcCb,AbBaCc,AbBcCa,AcBaCb,AcBbCa\}$$
$$D = \{AaBbCc\}$$
$$E = \{AbBaCc,AbBcCa,AcBaCb\}$$

(5) 本试验是选排列问题,因为 A 当正组长、B 当副组长与 B 当正组长、A 当副组长是不同的。用 XY 表示 X 当正组长、Y 当副组长,于是

$$S = \{XY \mid X,Y = A,B,C,D,E \text{ 且 } X \neq Y\}$$
$$U = \{AY,YA \mid Y = B,C,D,E\}$$
$$V = \{XY \mid X,Y = B,C,D,E \text{ 且 } X \neq Y\} = S - U$$

其中 $|S| = P_5^2 = 20$,$|U| = 2P_4^1 = 8$,$|V| = |S| - |U| = 12$,不再列出它们的元素。

【知识要点】

1. 可以用不同的方式表示样本点,从而得到不同形式的样本空间。例如(4),可以用 x,y,z 表示将 x 放入盒子 A,y 放入 B,z 放入 C,于是

$$S = \{(z,y,z) \mid x,y,z \text{ 是 } a,b,c \text{ 的一个排列}\}$$
$$= \{(a,b,c),(a,c,b),(b,a,c),(b,c,a),(c,a,b),(c,b,a)\}$$

这个 S 与原来的只是表示方式不同,没有本质区别。

2. 此类题的解题关键是:根据试验及事件的描述,采取适当的方式表示样本点,用样本点准确地列出样本空间和随机事件。

例 2 设 A,B,C 是三个事件,用 A,B,C 的运算关系表示下列事件:

(1) A 发生,B 与 C 不发生;