

DAISHU

初级中学课本

代数

第三册

$$ax^2 + bx + c = 0$$
$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

人民教育出版社

(京)新登字 113 号

初级中学课本

代 数

第 三 册

人民教育出版社数学室编

*

人民教育出版社出版

北 京 出 版 社 重 印

北 京 市 新 华 书 店 发 行

北 京 第 二 新 华 印 刷 厂 印 刷

*

开本 787×1092 1/32 印张 6 字数 101 000

1989 年 12 月第 2 版 1992 年 6 月第 8 次印刷

印数 1—136 000

ISBN 7-107-00326-7

G · 529 (课) 定价: 1.25 元

一、这套《初级中学课本代数》四册，是在中小学通用教材数学编写组编的《全日制十年制学校初中课本(试用本)数学》第一至六册中的代数部分的基础上，吸收了几年来各地在试用中的一些意见编写而成的。

二、本册书内容包括：数的开方、二次根式、一元二次方程和指数，供初中二年级全学年使用，每周 3 课时。

三、本册书的习题共分三类：练习、习题、复习参考题。

1. 练习 供课内练习使用。

2. 习题 供课内课外作业选用。

3. 复习参考题 供每章复习使用。

四、本册书由人民教育出版社数学室编写。参加编写工作的有袁明德、李琳、贾云山、蔡上鹤、陶振宗等。全书由张孝达、吕学礼校订。

五、本书第 2 版主要是进一步贯彻量和单位的国家标准，对于其他地方，只作了极少量的修改。本书第 2 版由王凝任责任编辑。

人民教育出版社

1989 年 10 月

目 录

第九章 数的开方	1
附录 平方根的笔算法	36
第十章 二次根式	43
第十一章 一元二次方程	85
一 一元二次方程	85
二 一元二次方程的根与系数的关系	110
三 可化为一元二次方程的方程	120
四 简单的二元二次方程组	136
第十二章 指数	158

第九章 数的开方

9.1 平方根

如果已经知道一个正方形的边长，我们可以通过平方运算求出正方形的面积。反过来，如果已知正方形的面积，这个正方形的边长应该怎样计算？

例如，我们需要一个面积是 9 平方米的正方形钢板，就要先求出这个正方形钢板的边长是多少米，也就是要求出一个平方后等于 9 的数。因为 $3^2=9$, $(-3)^2=9$ ，而实际上正方形钢板的边长不能是负数，所以，这个正方形钢板的边长是 3 米。

一般地，如果一个数的平方等于 a ，这个数就叫做 a 的平方根（也叫做二次方根）。换句话说，如果 $x^2=a$ ，那么， x 就叫做 a 的平方根。例如，因为 $3^2=9$, $(-3)^2=9$ ，所以 3 与 -3 都是 9 的平方根。又如，因为 $7^2=49$, $(-7)^2=49$ ，所以 7 与 -7 都是 49 的平方根。类似地，因为 $\left(\frac{2}{5}\right)^2=\frac{4}{25}$, $\left(-\frac{2}{5}\right)^2=\frac{4}{25}$ ，所以 $\frac{2}{5}$ 与 $-\frac{2}{5}$ 都是 $\frac{4}{25}$ 的平方根。

根据平方运算可以知道，不为零的两个数互为相反数时，它们的平方是同一个正数。一般地，一个正数

有两个平方根, 这两个平方根互为相反数.

因为 $0^2 = 0$, 所以零的平方根是零.

任何正数、负数的平方都是正数, 零的平方是零, 也就是正数、负数和零的平方都不是负数, 因此负数没有平方根. 例如, -4 没有平方根.

求一个数 a 的平方根的运算, 叫做开平方.

开平方与平方互为逆运算, 因此, 我们可以运用平方运算求一个数的平方根, 也可以用平方运算检验一个数是不是另一个数的平方根. 例如,

$$\because 3^2 = 9, (-3)^2 = 9,$$

$\therefore 9$ 的两个平方根是 3 和 -3 .

一个正数 a 的正的平方根, 用符号“ $\sqrt{a}$ ”表示; 负的平方根, 用符号“ $-\sqrt{a}$ ”表示. 这两个平方根合起来可以记做“ $\pm\sqrt{a}$ ”. 这里符号“ $\sqrt{\quad}$ ”读作“二次根号”, a 叫做被开方数, 2 叫做根指数. 根指数是 2 时, 通常省略不写, 如 $\pm\sqrt[2]{a}$ 写做 $\pm\sqrt{a}$, 读作“正、负根号 a ”. $\pm\sqrt{0}$ 就是 0 .

注意 因为负数没有平方根, 所以 $\sqrt{a}$ 中的被开方数要大于或等于零, 即 $a \geq 0$.

例 1 求下列各数的平方根:

$$(1) 36; (2) \frac{16}{25}; (3) 2\frac{1}{4}; (4) 0.49.$$

解: (1) $\because (\pm 6)^2 = 36,$

∴ 36 的平方根是 ± 6 , 即

$$\pm\sqrt{36} = \pm 6;$$

$$(2) \because \left(\pm\frac{4}{5}\right)^2 = \frac{16}{25},$$

∴ $\frac{16}{25}$ 的平方根是 $\pm\frac{4}{5}$, 即

$$\pm\sqrt{\frac{16}{25}} = \pm\frac{4}{5};$$

$$(3) \because 2\frac{1}{4} = \frac{9}{4}, \quad \left(\pm\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{9}{4},$$

∴ $2\frac{1}{4}$ 的平方根是 $\pm\frac{3}{2}$, 即

$$\pm\sqrt{2\frac{1}{4}} = \pm\sqrt{\frac{9}{4}} = \pm\frac{3}{2};$$

$$(4) \because (\pm 0.7)^2 = 0.49,$$

∴ 0.49 的平方根是 ± 0.7 , 即

$$\pm\sqrt{0.49} = \pm 0.7.$$

例 2 判断下列各数有没有平方根:

$$(1) 64; (2) -64; (3) 0; (4) (-4)^2.$$

解: (1) 因为 $64 > 0$, 所以 64 有平方根;

(2) 因为 $-64 < 0$, 所以 -64 没有平方根;

(3) 0 有平方根;

(4) 因为 $(-4)^2 = 16 > 0$, 所以 $(-4)^2$ 有平

方根.

练习

1. (口答)

(1) 什么数的平方等于 81?

(2) 什么数的平方等于 $\frac{4}{9}$?

(3) 什么数的平方等于 0.25?

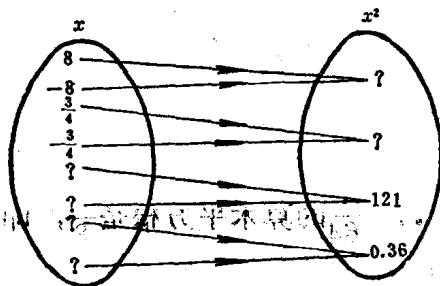
2. 求下列各数的平方根:

1, 64, 1600, 0, 0.0081, $\frac{49}{100}$, 2.25, $\frac{25}{144}$.

3. 求下列各数的平方根:

729, 324, 0.81, 0.0225, $\frac{16}{49}$, $\frac{25}{64}$.

4. 如图, 求左图和右图中的“?”:



(第4题)

9.2 算术平方根

我们已经知道, 一个正数有两个平方根, 其中一个一个是正数, 一个是负数, 并且这两个平方根互为相反数. 因此, 求一个正数的平方根, 只要求出它的正的平方

根,就可以知道它的负的平方根.

正数 a 的正的平方根,也叫做 a 的算术平方根,记作 $\sqrt{a}$,读作“根号 a ”.例如 9 的算术平方根是 3,可以写成 $\sqrt{9}=3$,又如 $\sqrt{16}=4$, $\sqrt{\frac{4}{25}}=\frac{2}{5}$ 等.

零的平方根也叫做零的算术平方根,因此零的算术平方根仍旧是零,即 $\sqrt{0}=0$.

例 1 求下列各数的算术平方根:

(1) 100; (2) $\frac{49}{64}$; (3) 0.81.

解: (1) $\because 10^2=100$,

$\therefore$ 100 的算术平方根是 10, 即

$$\sqrt{100}=10;$$

(2) $\because \left(\frac{7}{8}\right)^2=\frac{49}{64}$,

$\therefore \frac{49}{64}$ 的算术平方根是 $\frac{7}{8}$, 即

$$\sqrt{\frac{49}{64}}=\frac{7}{8};$$

(3) $\because 0.9^2=0.81$,

$\therefore$ 0.81 的算术平方根是 0.9, 即

$$\sqrt{0.81}=0.9.$$

例 2 求下列各式的值:

(1) $\sqrt{10000}$; (2) $-\sqrt{144}$;

$$(3) \sqrt{\frac{25}{121}}, \quad (4) -\sqrt{0.0001};$$

$$(5) \pm\sqrt{625}, \quad (6) \pm\sqrt{\frac{49}{81}}.$$

解: (1) $\because 100^2 = 10000,$

$$\therefore \sqrt{10000} = 100;$$

(2) $\because 12^2 = 144,$

$$\therefore -\sqrt{144} = -12;$$

(3) $\because \left(\frac{5}{11}\right)^2 = \frac{25}{121},$

$$\therefore \sqrt{\frac{25}{121}} = \frac{5}{11};$$

(4) $\because (0.01)^2 = 0.0001,$

$$\therefore -\sqrt{0.0001} = -0.01;$$

(5) $\because 25^2 = 625,$

$$\therefore \pm\sqrt{625} = \pm 25;$$

(6) $\because \left(\frac{7}{9}\right)^2 = \frac{49}{81},$

$$\therefore \pm\sqrt{\frac{49}{81}} = \pm\frac{7}{9}.$$

练习

1. 判断下列各语句对不对:

(1) 5 是 25 的算术平方根;

(2) -6 是 36 的算术平方根;

(3) 6 是 $(-6)^2$ 的算术平方根;

(4) 0.4 是 0.16 的算术平方根.

2. 求下列各数的算术平方根:

$$121, 0.25, 400, 0.01, \frac{1}{256}, \frac{144}{169}, 0.$$

3. (1) 在公式 $c = \sqrt{a^2 + b^2}$ 中, 已知 $a = 6, b = 8$, 求 c ;

(2) 在公式 $a = \sqrt{c^2 - b^2}$ 中, 已知 $c = 41, b = 40$, 求 a .

4. 求下列各式的值:

$$\sqrt{1}, -\sqrt{\frac{4}{9}}, \sqrt{1.21}, -\sqrt{0.0196},$$

$$\pm\sqrt{\frac{9}{25}}, \pm\sqrt{\frac{36}{169}}.$$

9.3 平方根表

前面我们根据平方运算观察出了一些特殊的整数、小数和分数的平方根. 但是, 对于一般的数, 如 1840, $\frac{7}{11}$, 0.529 等就不容易观察出它们的平方根. 下面, 我

们介绍用查平方根表来求一个正数的平方根的方法.

《中学数学用表》中的表三就是平方根表.

利用平方根表, 我们可以直接查出 1.00 到 99.9 之间各个只具有三个数位的数的算术平方根, 查得的结果一般是近似值.

表 9-1, 表 9-2 分别给出了平方根表的一部分.

N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1.0	1.000	1.005	1.010	1.015	1.020	1.025	1.030	1.034	1.039	1.044	0	1	1	2	2	3	3	4	4
1.1	1.049	1.054	1.058	1.063	1.068	1.072	1.077	1.082	1.086	1.091	0	1	1	2	2	3	3	4	4
1.2	1.095	1.100	1.105	1.109	1.114	1.118	1.122	1.127	1.131	1.136	0	1	1	2	2	3	3	4	4
1.3	1.140	1.145	1.149	1.153	1.158	1.162	1.166	1.170	1.175	1.179	0	1	1	2	2	3	3	4	4
1.4	1.183	1.187	1.192	1.196	1.200	1.204	1.208	1.212	1.217	1.221	0	1	1	2	2	3	3	4	4

表 9-1

N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10.	3.162	3.178	3.194	3.209	3.225	3.240	3.256	3.271	3.286	3.302	1	3	5	6	8	9	11	12	14
11.	3.317	3.332	3.347	3.362	3.376	3.391	3.406	3.421	3.435	3.450	1	3	4	6	7	9	10	12	13
12.	3.464	3.479	3.493	3.507	3.521	3.536	3.550	3.564	3.578	3.592	1	3	4	6	7	8	10	11	13
13.	3.606	3.619	3.633	3.647	3.661	3.674	3.688	3.701	3.715	3.728	1	3	4	5	7	8	10	11	12
14.	3.742	3.755	3.768	3.782	3.795	3.808	3.821	3.834	3.847	3.860	1	3	4	5	7	8	9	11	12

表 9-2

表中字母“N”所在的直列中的数是被开方数的前两位数，“N”所在的横行中的数是被开方数的第三位数，表中间的四位数是所求的算术平方根，它的第四位数一般是四舍五入得到的。表右边的部分是修正值。

例1 查表求 $\sqrt{1.35}$ 。

从表 9-1 字母“N”所在的一直列中，先找出被开方数的前两位数 1.3，然后从“N”所在的横行里找到被开方数的第三位数 5，行与列交叉处的数 1.162，就是 1.35 的算术平方根。

解： $\sqrt{1.35} = 1.162$ 。

注 表中查得的结果，虽然大都是近似值，一般仍用等号。

例2 查表求 $\sqrt{13.5}$.

从表 9-2 字母“N”所在的这一列中, 先找出被开方数的前两位数 13, 然后从“N”所在的横行里找到被开方数的第三位数 5, 行与列交叉处的数 3.674, 就是 13.5 的算术平方根.

解: $\sqrt{13.5} = 3.674$.

注意 查平方根表时, 必须注意被开方数的小数点的位置, 例如 1.35 与 13.5 两个数的小数点的位置不同, 应该在表中的不同位置查 $\sqrt{1.35}$ 与 $\sqrt{13.5}$ 的值.

练习

1. 查表求下列各数的算术平方根:

(1) 9.73; (2) 97.3; (3) 38.5; (4) 3.85;

(5) 6.8; (6) 68; (7) 5; (8) 4.04.

2. 查表求下列各式的值:

(1) $\sqrt{2}$; (2) $\sqrt{60}$; (3) $\sqrt{95}$;

(4) $-\sqrt{9.5}$; (5) $\sqrt{1.48}$; (6) $\sqrt{70.4}$;

(7) $-\sqrt{47.3}$; (8) $-\sqrt{8.47}$.

3. 查表求下列各数的平方根:

(1) 3; (2) 7; (3) 38.1; (4) 1.44;

(5) 42.5; (6) 53.8; (7) 6.18; (8) 83.8.

如果被开方数是 1.000 到 99.99 之间的有四个数位的数, 应该先查出前三位数的平方根, 再加上根据第四位数查得的修正值.

例 3 查表求 $\sqrt{1.354}$.

被开方数 1.354 是 1.000 到 99.99 之间的四位数, 求 $\sqrt{1.354}$ 时, 应该先查得 $\sqrt{1.35} = 1.162$, 然后再查 4 的修正值是 2 (见表 9-1), 这里的 2, 表示 0.002, 就是说应在 1.162 的最后一位上加上 2, 所以 $\sqrt{1.354} = 1.162 + 0.002 = 1.164$.

解: $\sqrt{1.354} = 1.162 + 0.002 = 1.164$.

如果被开方数是 1 到 100 之间的多于四个数位的数, 可以先把这个数四舍五入成四个数位的数, 再查表.

例 4 查表求下列各式的值:

$$(1) \sqrt{14.02}; \quad (2) \sqrt{71.236};$$

$$(3) \sqrt{2.3142}; \quad (4) \sqrt{41\frac{1}{4}}.$$

解: (1) $\sqrt{14.02} = 3.742 + 0.003 = 3.745$;

$$(2) \sqrt{71.236} \approx \sqrt{71.24} = 8.438 + 0.002 \\ = 8.440;$$

$$(3) \sqrt{2.3142} \approx \sqrt{2.314} = 1.520 + 0.001 \\ = 1.521;$$

$$(4) \sqrt{41\frac{1}{4}} = \sqrt{41.25} = 6.419 + 0.004 \\ = 6.423.$$

练习

1. 查表求下列各式的值:

(1) $\sqrt{4.357}$; (2) $\sqrt{95.42}$; (3) $\sqrt{5.174}$;

(4) $\sqrt{51.74}$; (5) $\sqrt{28\frac{3}{50}}$.

2. 查表求下列各式的值:

(1) $\sqrt{22.469}$; (2) $\sqrt{96.131}$; (3) $\sqrt{53.706}$;

(4) $\sqrt{5.0302}$; (5) $\sqrt{16\frac{1}{40}}$.

利用平方根表还可以查小于1或者大于100的数的算术平方根。我们先来看下表:

n	0.04	4	400	40000
$\sqrt{n}$	0.2	2	20	200

可以看出, n 扩大到原来的100倍, 它的算术平方根就扩大到原来的10倍; 反过来, n 缩小到原来的 $\frac{1}{100}$, 它的算术平方根就缩小到原来的 $\frac{1}{10}$. 也就是说, 已知正数的小数点向右或者向左移动2位, 它的算术平方根

的小数点相应地向右或者向左移动 1 位。根据这个法则, 我们就可以查小于 1 或者大于 100 的数的平方根。在查这些数的平方根时, 小数点的位置一定要两位两位地移动, 移到使被查的数成为有一位或者两位整数的数。被开方数的小数点每移动两位, 查得的平方根的小数点应该向相反的方向移动一位。

例 5 查表求下列各式的值:

(1) $\sqrt{0.236}$; (2) $\sqrt{23600}$.

解: (1) $\sqrt{0.236} = 0.4858$

$\downarrow$
 小数点向右
移动两位

$\downarrow$
 查表

$\uparrow$
 小数点向左
移动一位

$\sqrt{23.6}$

4.858

$\therefore \sqrt{0.236} = 0.4858;$

(2) $\sqrt{23600} = 153.6$

$\downarrow$
 小数点向左
移动四位

$\downarrow$
 查表

$\uparrow$
 小数点向右
移动两位

$\sqrt{2.3600}$

1.536

$\therefore \sqrt{23600} = 153.6.$

练习

1. 查表求下列各式的值:

(1) $\sqrt{0.0415}$; (2) $-\sqrt{0.001289}$; (3) $\sqrt{0.38087}$;

(4) $\sqrt{64090}$; (5) $-\sqrt{725}$; (6) $\sqrt{5710052}$;

(7) $\sqrt{\frac{8}{25}}$; (8) $\sqrt{170\frac{3}{4}}$.

2. 求下列各式中的 x :

(1) $x^2=169$; (2) $x^2-2.56=0$;

(3) $9x^2-64=0$; (4) $3x^2=5$ (精确到 0.01).

习题一

1. 下面的语句对不对?为什么?

(1) -5 的平方是 25; (2) 25 的平方根是 -5 ;

(3) 49 的平方根是 ± 7 ; (4) -49 的平方根是 -7 .

2. (1) 填表:

n	11	12	13	14	15	16	17	18	19
n^2									

(2) 根据上表, 写出下列各数的平方根:

361, 289, 196, 256.

3. 求下列各数的平方根和算术平方根:

3600, $\frac{1}{64}$, 10000, 7.29, 0.04, $\frac{121}{289}$, $1\frac{11}{25}$.

4. 求下列各式的值:

$\sqrt{0}$, $-\sqrt{81}$, $\sqrt{0.09}$, $\sqrt{(-25)^2}$, $\pm\sqrt{\frac{25}{36}}$.