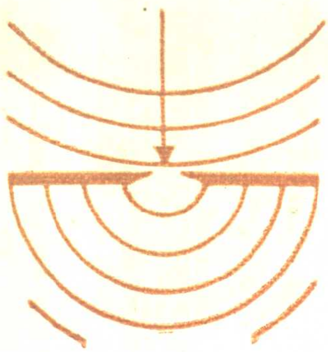
成人高校理工科基础课教材



简明
普通物理学

范 膺 主编

东北师范大学出版社

成人高校理工科基础课教材

简明普通物理学

范 膺 主编

东北师范大学出版社

内 容 提 要

本书根据国内成人教育特点，参照《职工高等工业专科学校普通物理教学大纲》而编写的。内容包括力学，振动与波、热学、电磁学、波动光学和近代物理基础等六大部分。本书选材少而精，讲述简明、扼要，重点突出，主次分明、便于教、便于学。本书可供大专层次的职工大学、业余大学、教育学院、职业技术培训等作为普通物理教材或参考书。

本书系全国成人高校教材编写会议指定的教材之一。

简明普通物理学

jiǎn míng pǔ tōng wù lǐ xué

范 膺 主编

*

东北师范大学出版社出版

(吉林省长春市斯大林大街自由广场)

吉林省新华书店发行

长春市第九印刷厂印刷

*

开本：787×1092毫米1/16 印张：19.375 字数：350,000

1986年8月第1版 1986年8月第1次印刷

印数：1—7,000

统一书号：13334·13 定价：3.70元

前　　言

近年来，我国成人高等教育发展很快，教育中遇到的困难之一是缺少适合成人大专院校特点的教材。为此，一九八五年四月全国一些成人高等院校在上海会议上商定编写一套成人高校理工科基础课教材。经过认真准备于同年六月在长春南湖召开了教材编写会议。与会同志以原教育部颁发的成人高教理工专科教学计划和各科教学大纲为依据，经过充分讨论制定出本套教材的编写指导思想和基本原则，以及各学科的编写大纲和细则。本书是这次会议确定编写的教材之一。

本书每章开头都有内容提要，章末都有小结。对基本概念和重要物理定律，配以适量的典型例题，帮助学生消化掌握。全书在讲述上强调简明、扼要，重点突出、主次分明，以适应成人学习的特点和需要。

本书是按讲课时数为120学时编写的。内容包括力学、振动与波、热学、电磁学、波动光学、近代物理基础等六大部分。印有＊号的内容，不属于本教材的基本要求，可按具体情况决定取舍。本书每章都配以习题，书末附有部分答案，供参改。

本书主编范膺，主审严导淦。参加编写的有：范膺（第一、二章及书末附录）、于尊湧（第三章）、赵立欣（第四、五章）、张一兵（第六、七章）、焦亚峰（第八、九章）、温平（第十章）、刘春芬（第十一章）、周乃扬（第十二章）、夏延福（第十三章）、徐福元（第十四章）。

严导淦先生在百忙中抽出时间审阅全部书稿，提出了许多宝贵意见，并对文句作了润饰；陈善华、吴树湖同志审阅了部分书稿；郑柳波同志为本书选编了部分习题。对此，编者一并深表谢意。

限于编者水平，时间又十分仓促，缺点错误在所难免，恳切希望使用本书的老师和学生批评指正。

编　者

1985年12月

目　　录

第一章　运动和力

内　容　提　要

本章把研究对象（即物体）都当作质点。内容包含二大部分：质点运动学和质点动力学。质点运动学只从外观表象去研究质点的运动，我们着重讨论质点运动的描述方法、直线运动和曲线运动的基本规律；质点动力学探讨力对运动的影响，其核心内容是牛顿运动定律及其应用。纵观全章，是讲述运动和力。

§1—1　运动学　质点

一、运动学

物质组成了浩瀚的宇宙。五光十色的自然景象，错综复杂的事物变迁，都是物质运动的种种表现。

在形形色色的运动中，物体位置的变动，是最基本、最简单的运动。一物体相对于另一物体种、或物体的一部分相对于另一部分的位置变动，叫做**机械运动**，简称**运动**。天体运转，风啸云移，鱼游鸟飞，人来车往，都是机械运动的实例。

研究机械运动规律及其应用的学科，叫做**力学**。它是物理学中最基本的部分，与很多理工学科有密切联系。根据研究问题的性质，力学可分为运动学、动力学和静力学三大部分。用位置、速度、加速度等物理量描述、研究物体机械运动特征的力学部分，叫做**运动学**，它的核心内容是研究物体的位置如何随时间而变化。运动学不追究引起运动状态改变的原因。

二、质点

何谓质点？不考虑大小和形状、并理解为质量集中在一点的物体，力学中称为**质点**。

实际上，任何物体都有一定的大小和形状。质点概念的引入，是为了突出主要矛盾，便于解决问题。质点是物理上的一个理想模型，是科学的简化，它代表的是一个物体。如果物体上各点的运动状态完全相同，或者各点运动虽有差异，但在研究的问题中可以忽略，那末，这种物体就可当作质点。

对一个实际物体，是否可以当作质点处理，应视问题的性质而定。研究一辆汽车在公路上的运动快慢，允许忽略汽车各部位的运动差异，完全可以把这辆汽车当作一个质点；但要研究汽车车轮的转动情况时就不能把汽车当作质点。

应该注意，质点所代表的物体，体积不一定很小；而体积微小的物体，未必就可当作质点。地球可谓庞然大物，但在天体力学中往往把它充当作质点。原子核的体积，可谓微乎其微，然而在研究核的结构时，原子核是不能当作质点的。本章和下面一章，都把被研究的物体当作质点处理。

§1—2 质点运动的描述

一、参照系

宇宙中一切物体，从日月星辰到基本粒子，都处于无休止的运动之中。物质本身的运动是永恒的、绝对的。然而，要描述一个物体的运动，总得要选择其它物体作为参考。例如，要描述船在河中航行，可选择固定在岸上的某一物体作为参考；要描述汽车在公路上的运动，可选择某一固定于地面的建筑物作为参考。这种被选作参考、假设为"不动"的物体，在力学中称为**参照系**。

要描述物体的运动，必须首先确定参照系。物理上所描述的运动，都是指相对于某一参照系的运动，这就是**运动描述的相对性**。描述同一物体的运动，选用不同的参照系，可得出不同结论。例如，以固定在地面的观察站为参照系，同步通讯卫星相对于这个参照系是近于静止的；若以月亮为参照系，则这颗同步通讯卫星是在作曲线运动。又如，从飞机上落下一个重物，飞机上的人看到的是重物直线下落，而在地面上的人来看，这个重物是作抛体运动。

参照系的选择是任意的，要看问题的性质和研究的方便。对于地球表面附近的物体，往往选用固定于地面的物体作为参照系①。

二、质点运动的描述

如何描述一个质点的运动呢？这里我们先确定描述的内容，然后再寻找描述它们的方法。

先举几个质点运动的例子：地球绕太阳公转；船只在海面航行；老鹰在空中翱翔；运动员在赛场奔跑。如果把地球，船只，老鹰，运动员都当作质点，我们不难发现：这些质点的位置，是随时间的推移而变化着。我们要描述质点的运动，就是要描述质点在空间所处的位置以及位置随时间的变化。具体地说，要描述三个方面的内容：

（1）定量地描述质点的位置；

（2）用恰当的物理量表示出质点运动的状态及运动状态的变化；

（3）用数学式子表示出质点位置与时间的函数关系；

人们根据对现象的观察和分析，针对上述三方面的内容，提出了相应的描述方法：

（1）用**位置矢量**描述质点的位置；

（2）用**速度**描述质点的运动状态，用**加速度**描述运动状态的变化，所谓运动状态，是指运动的快慢和方向。

（3）用**运动方程**表示出质点位置与时间的函数关系。

三、位置矢量　运动方程

前面讲到，位置矢量、速度和加速度、运动方程可用来描述质点运动。现在先介绍位置矢量和运动方程，并介绍时刻和时间的概念。

1．位置矢量　参照系选定之后，当作质点处理的物体，它的运动就是相对于参照系的位置变动。为了用数量来描述质点的位置和位置变化，需要选择一个固定于参照系上的**坐标系**。最常用的坐标系是直角坐标系，如图1—1所示。O为坐标原点，质点在坐标系中p点的

① 今后如不作特殊说明，都以地面为参照系。

位置，可由x、y和z的数值（坐标）来表示，也可用从原点O引到p点的矢量r来表示。这个矢量r叫做**位置矢量**，简称**矢径**。

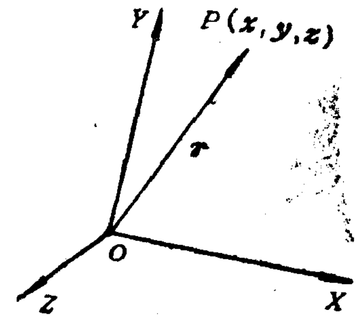


图 1—1　直角坐标系

位置矢量是描述质点所处空间位置的物理量，它可表示为

$$\mathbf{r} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k}$$

式中i、j和k分别是沿X、Y和Z轴的单位矢量。位置矢量r 的数值为

$$|\mathbf{r}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

在国际单位制中，位置矢量的单位是米，符号是m。r 的方向余弦是

$$\cos\alpha = \frac{x}{|\mathbf{r}|} \qquad \cos\beta = \frac{y}{|\mathbf{r}|} \qquad \cos\gamma = \frac{z}{|\mathbf{r}|}$$

式中α、β和γ分别为 r与X轴、Y轴和Z轴之间的夹角。

2．时刻和时间　运动物体的位置随时都在变动，对位置的描述必然涉及到**时刻**和**时间**。在物理上，时刻和时间是两个不同的概念。某人说“6点50分离家，步行20分钟，于7点10分到达学校”。在这句话中，6点50分和7点10分，是指两个不同的时刻。20分钟指的是步行所经历的时间，显然，时间是两不同时刻之间的间隔。在运动学中，和物体某一位置对应的是某一时刻；而一个运动过程，则对于一段时间。其对应关系可图示如下：

$$\begin{bmatrix} \textbf{质点位置} \longleftrightarrow \textbf{时刻} \\ \textbf{运动方程} \longleftrightarrow \textbf{时间} \end{bmatrix}$$

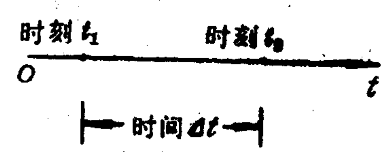


图 1—2　时间轴

在时间轴上，时刻是一个点，时间是一段距离，见图1—2。

在国际单位制中，时间和时刻的单位都是秒，符号是 s 。

3．运动方程　位置矢量r所描述的质点位置，是瞬时位置，即某一时刻的位置。如果能够描述出不同时刻的位置，也就提供了质点活动的信息，即描述了质点的运动。

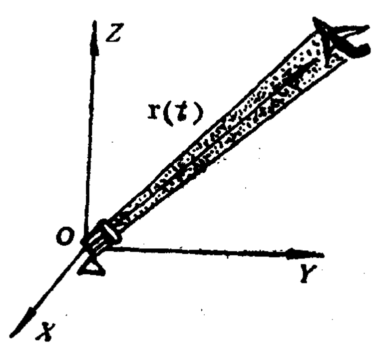


图 1—3　探照灯追踪飞机

我们设想一下探照灯追踪飞机的情景。把探照灯放在坐标原点O处，见图1—3。一旦探照灯照中了飞机，从光柱的长短和方位就可确定飞机的位置。显然，循着光柱就能作出飞机的位置矢量r。飞机在动，光柱的长短和方位跟着在变动，因而r是时刻t的函数，记为

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}(t)$$

如果知道了r(t)的具体形式，那就可以知道飞机在任何时刻的位置，也就描述了飞机运动的状况。因此，$\mathbf{r} = \mathbf{r}(t)$ 在物理上称为**运动方程**。

运动方程可表示成各坐标轴的分量式，对于空间直角坐标系，其分量式为

$$\begin{cases} x = x(t) \\ y = y(t) \\ z = z(t) \end{cases}$$

§ 1—3 直线运动

运动质点在空间所经历的路径，称为运动的**轨道**。质点沿直线轨道的运动，叫做**直线运道**。

一、直线运动的位移和速度

1．位移 一质点沿X轴作直线运动。在X轴上任取一点O为坐标原点，坐标轴的正方向指向右方，见图1—4(a)，则该质点的位置可用坐标x来表示。设质点在时刻t的位置是A点，坐标为x_A；质点在时刻$t+\Delta t$的位置是B点，坐标为x_B。在Δt这段时间内，质点位置的变化可用有向线段$\overrightarrow{AB}$表示，有向线段$\overrightarrow{AB}$称为质点在Δt时间内的**位移**。位移是矢量，这里用$\Delta \mathbf{x}$表示。它的大小是x_B与x_A之差，即$\Delta x = x_B - x_A$；它的方向是由A指向B。Δx为正值时，表示质点沿x轴正方向有一位移，如图1—4(a) 所示。Δx为负值时，表示质点沿x轴负方向有一位移AC，见图1—4(b)。

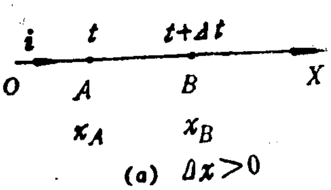


图 1—4

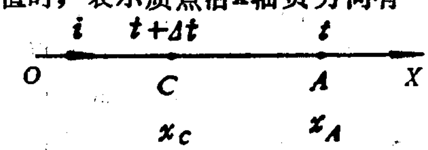


图 1—4

在运动学中，有时要用到**路程**。**路程是指质点运动路径的长短，是标量**。路程与位移在概念上是不同的。在图1—4(b)中，质点从O点运动到C点的位移是$\overrightarrow{OC}$，路径是$\overrightarrow{OC}$线段的长度。如果质点从O点运动到A点，再从A点运动到C点。在这个过程中，质点在这段时间的位移仍然是$\overrightarrow{OC}$，但路程不是$\overrightarrow{OC}$的长度，而是$(\overline{OA}+\overline{AC})$。

2．直线运动的速度 速度可以描述质点运动的快慢和方向。下面我们讨论直线运动的速度是怎样定义的。

设质点在Δt时间内的位移是$\Delta \mathbf{x}$，则位移$\Delta \mathbf{x}$与Δt的比值反映出这段时间内质点运动的平均快慢程度，叫做**平均速度**，用$\boldsymbol{v}_{均}$表示，即

$$\boldsymbol{v}_{均} = \frac{\Delta \mathbf{x}}{\Delta t} = \frac{\Delta x}{\Delta t}\mathbf{i} \qquad (1—1)$$

$\boldsymbol{v}_{均}$是矢量，它的大小是$v_{均} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$，亦称平均速率；它的方向，就是$\Delta \mathbf{x}$的方向。当$\Delta x$为正值时，$v_{均}$也是正值，表示$\boldsymbol{v}_{均}$的方向与X轴正方向一致；$\Delta x$为负时，$v_{均}$是负值，表示$\boldsymbol{v}_{均}$与X轴的负方向一致。

平均速度只能说明在Δt时间内质点运动的平均快慢程度，是粗略的描述，它不能说明某一时刻质点运动的情况。如果将Δt取得很小，使它趋近于零，此时平均速度$\boldsymbol{v}_{均}$所趋近的极限，就是某一时刻t的**瞬时速度**，简称**速度**，用$\boldsymbol{v}$表示，有

$$\left.\begin{aligned} &\boldsymbol{v} = \lim_{\Delta t \to 0} \boldsymbol{v}_{均} = \lim_{\Delta t \to 0}\left(\frac{\Delta \mathbf{x}}{\Delta t}\right) = \frac{d\mathbf{x}}{dt} \\ \text{或}\quad &\boldsymbol{v} = \frac{dx}{dt}\mathbf{i} \end{aligned}\right\} \qquad (1—2)$$

速度$\boldsymbol{v}$是矢量，它的大小 $v = \frac{dx}{dt}$表示质点在时刻t运动的快慢，称为**速率**；它的方向代表质点运动的方向。在直线运动中，质点运动的方向由v的正负反映出来。v为正值，表示质

点沿X轴正方向运动；v为负值，表示质点沿X轴负方向运动。

在国际单位制中，速度的单位是米·秒$^{-1}$，符号是$m \cdot s^{-1}$。

例1 已知质点的运动方程为$x = 4t^2$。试求：

（1）$t_1 = 3.00s$到$t_2 = 3.20s$时间内的平均速度；

（2）$t_1 = 3.00s$到$t_2 = 3.02s$时间内的平均速度；

（3）$t_1 = 3.00s$到$t_2 = 3.01s$时间内的平均速度；

（4）$t_1 = 3.00s$时刻的瞬时速度。

解 由运动方程$x = 4t^2$，可得位移$\Delta x = 4(t_2^2 - t_1^2)$。于是，可分别求出：

（1）$t_1 = 3.00s$，$t_2 = 3.20s$

$$v_{均} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{4(3.2^2 - 3^2)}{3.20 - 3.00} 24.80 m \cdot s^{-1}$$

（2）$t_1 = 3.00s$，$t_2 = 3.02s$

$$v_{均} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{4(3.02^2 - 3.00^2)}{3.02 - 3.00} = 24.08 m \cdot s^{-1}$$

（3）$t_1 = 3.00s$，$t_2 = 3.01s$

$$v_{均} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{4(3.01^2 - 3.00^2)}{3.01 - 3.00} = 24.04 m \cdot s^{-1}$$

（4）当$t = 3.00s$时，瞬时速度为

$$v = \frac{dx}{dt} = \frac{d(4t^2)}{dt} = 8t = 8 \times 3.00 = 24.00 m \cdot s^{-1}$$

从以上计算结果可以看出，平均速度的大小跟Δt的取值有关，Δt取得越小，平均速度越趋近瞬时速度。

二、匀变速直线运动

1．加速度 速度恒定不变的直线运动，叫做匀速直线运动。大多数直线运动的速度是变化的，因而有必要用一个物理量来表示速度的变化。如图1—5所示，质点在t_1时刻的速度为v_1，在t_2时刻的速度为v_2，这段时间内速度的增量$\Delta v = v_2 - v_1$，它与相应的时间间隔$\Delta t = t_2 - t_1$之比，叫做质点在时刻t_1到t_2之间的**平均加速度**，表示为

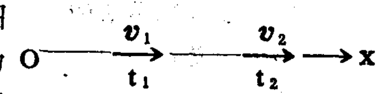


图 1—5 直线运动的加速度

$$a_{均} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

平均加速度$a_{均}$是矢量。它的大小是$a_{均} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$，表示速度变化的快慢程度；它的方向是速度增量的方向。

平均加速度只能说明Δt时间内的速度变化，不能表示某一瞬间的速度变化情况。若Δt取得很短，使它趋近于零时，平均加速度会趋近于某一个极限值，则这个极限值可以精确描述某一时刻t的速度变化，叫做时刻t的**瞬时加速度**，简称**加速度**，通常用a表示：

$$\left.\begin{aligned} &a=\lim_{\Delta t\to 0} a_{均}=\lim_{\Delta t\to 0}\left(\frac{\Delta v}{\Delta t}\right)=\frac{dv}{dt} \\ 或\quad &a=\frac{dv}{dt}i=\frac{d^2x}{dt^2}i \end{aligned}\right\} \quad (1-3)$$

加速度的大小a是速率υ对时间的一阶导数，或是位置坐标对时间的二阶导数。在直线运动中，加速度a的方向与X轴正方向一致，a为正值；a与X轴负方向一致，a为负值。

在国际单位制中，加速度的单位是米·秒$^{-2}$，符号是$m\cdot s^{-2}$。

例2 质点作直线运动，其运动方程为$x=10-20t^2+30t^3$。式中x以米计，t以秒计。试求：

（1）质点在任意时刻的速度和加速度；

（2）质点在起始时刻的速度和加速度；

（3）质点在2/9秒时的速度和加速度。

解 对于直线运动，x轴的正方向一旦被确定，则v、a的大小和方向便可由υ、a的数值大小和正负来表示。根据$v=\frac{dx}{dt}$和 $a=\frac{dv}{dt}$，得

（1）$v=\frac{dx}{dt}=-40t+90t^2$ ①

$a=\frac{dv}{dt}=-40+180t$ ②

（2）将t＝0分别代入式①和②，得

$v=0$； $a=-40ms^{-2}$

（3）将t＝2/9s分别代入式①和②，得

$v=-4.44m\cdot s^{-1}$；$a=0$

本例表明：在变速运动中，对某一时刻，速度为零，加速度不一定为零；加速度为零，速度不一定为零。

2．匀变速直线运动的常用公式 加速度恒定的直线运动，叫做匀加速直线运动。根据加速度大小的定义式

$$a=\frac{dv}{dt}$$

把它改写为

$$dv=adt$$

以t＝0时$v=v_0$作为积分限，将上式两边取积分得 $\int_{v_0}^{v}dv=\int_0^t a\,dt$

在匀变速直线运动中a是常量，与时间t无关，故有 $\int_{v_0}^{v}dv=a\int_0^t dt$

于是便得到

$$v=v_0+at \quad (1-4)$$

再将 $v=\frac{dx}{dt}$代入上式，有

$$\frac{dx}{dt}=v_0+at$$

改写成

$$dx=(v_0+at)dt$$

令$t=0$时，$x=x_0$；对上式两边积分，即

$$\int_{x_0}^{x}dx=\int_0^t(v_0+at)dt$$

于是可得

$$x=x_0+v_0t+\frac{1}{2}at^2 \qquad (1-5)$$

如果我们再把加速度的定义式改写一下，有

$$a=\frac{dv}{dt}=\frac{dv}{dx}\cdot\frac{dx}{dt}=\frac{dv}{dx}\cdot v$$

$$vdv=adx$$

令位置在x_0时的速度为v_0，位置在x时的速度为v，对上式两边取积分得

$$\int_{v_0}^{v}vdv=a\int_{x_0}^{x}dx$$

于是可得

$$v^2=v_0{}^2+2a(x-x_0) \qquad (1-6)$$

上面推导的三个公式非常重要，下面举几个应用这些公式的例题。

例3 作直线运动的汽车，在车内速率表指在$20m\cdot s^{-1}$时突然制动。制动后汽车的加速度$a=-0.4m\cdot s^{-1}$。问制动后汽车还能前进多远？

解 把汽车当作质点，制动时汽车的位置定作坐标原点。这样，制动的瞬间，速率表所指的是初速度v_0，车子最后停下来时$v=0$，根据式（1—6）

$$v^2=v_0{}^2+2a(x-x_0)$$

因为$x_0=0$，故有

$$x=\frac{v^2-v_0{}^2}{2a}$$

将$v_0=20m\cdot s^{-1}$，$v=0$，$a=4m\cdot s^{-2}$代入上式，得出汽车制动后的位移为

$$x=\frac{0-(20)^2}{2\times(-4)}=50m$$

例4 探空气球升到距地面高100m时上升速度$v_0=4m\cdot s^{-1}$，此时落下一重物。若不计空气阻力，重物经过多少时间才落到地面？

解 先建立坐标系。以重物脱离气球时相对于地面的高度定为坐标原点，向上为坐标轴的正方向。重物的初始位置$y_0=0$，且令地面的坐标为y（显然，$y<0$）。重物脱离汽球时先以v_0上升，上升到最高点，再自由下落，如图1—6所示。v_0与Y轴正方向一致，取为正；a向下，取为负，即$a=-g$。可得重物的运动方程为

$$y=v_0t+\frac{1}{2}(-g)t^2$$

解这个方程式，求出t，得

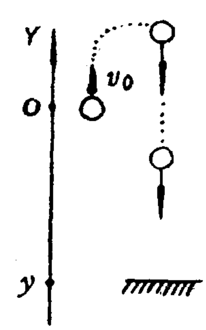


图1—6 例4图

$$t=\frac{-v_0\pm\sqrt{v_0{}^2-4\cdot\left(-\frac{1}{2}g\right)y}}{2\left(-\frac{1}{2}g\right)}$$

将$v_0=4m\cdot s^{-1}$，$g=10m\cdot s^{-2}$及$y=-100m$代入上式，得到重物落地所需的时间是

$t_1=4.9s$

$t_2=-4.1s$（不符题意，舍去）

§1—4　平面曲线运动

质点在一个平面上作曲线运动叫做**平面曲线运动**。这一节以抛体运动和圆周运动为例，简单介绍平面曲线运动的基本规律。

一、曲线运动的速度和加速度

图1—7的曲线表示出一质点在XOY平面上运动的轨迹。质点在时刻t位于p点，其位置矢量是r_1；经过Δt时间，质点运动到Q点，位置矢量为r_2。在Δt时间内质点的位移为Δr，则质点作曲线运动的速度$\boldsymbol{v}$可定义为

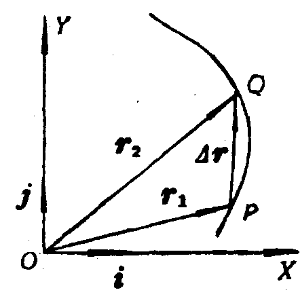


图1—7　曲线运动的速度

$$\boldsymbol{v}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta r}{\Delta t}=\frac{dr}{dt}$$

矢量v还可表示为

其中　$\boldsymbol{v}=v_x i+v_y j$

$$v_x=\frac{dx}{dt},\quad v_y=\frac{dy}{dt}$$

曲线运动速度的大小，即速率$v=\sqrt{v_x{}^2+v_y{}^2}$。

质点在曲线上某一点的速度方向，是该点的切线方向，见图1—8(a)。在曲线运动中，质点运动速度的方向随时都在变化，所以曲线运动必然有加速度。

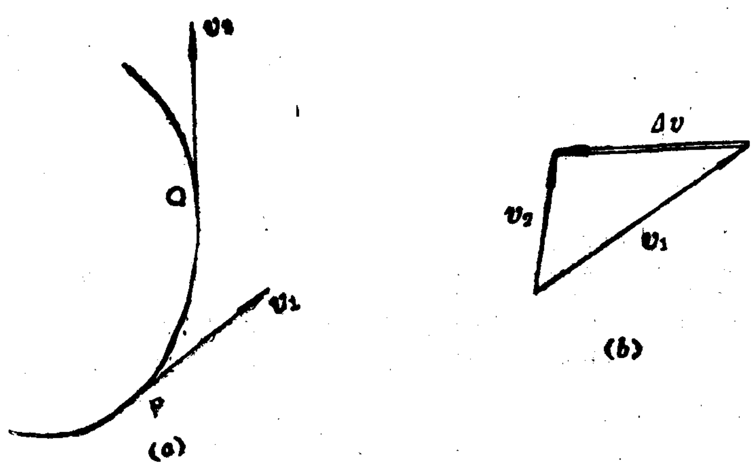


图1—8　曲线运动速度的变化

从图8—1(a)可见，设质点在p点的速度是$\boldsymbol{v}_1$，在Q点的速度是$\boldsymbol{v}_2$，从$\boldsymbol{v}_1$变到$\boldsymbol{v}_2$所经历的时间是Δt，则在这段时间内速度的增量是$\Delta\boldsymbol{v}$。我们定义曲线运动的加速度a为

$$a=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta \boldsymbol{v}}{\Delta t}=\frac{d\boldsymbol{v}}{dt}$$

在平面运动中，将a按X、Y轴分解，a的大小和方向别可表示为

$$a=\sqrt{a_x^2+a_y^2},\qquad \alpha=\operatorname{arctg}\frac{a_y}{a_x}$$

其中a_x、a_y是沿X、Y轴的分量，且

$$a_x=\frac{dv_x}{dt}=\frac{d^2x}{dt^2},\qquad a_y=\frac{dv_y}{dt}=\frac{d^2y}{dt^2}$$

a的方向，是速度变化的方向，即$\Delta \boldsymbol{v}$的极限方向。注意**a**的方向既不是$\boldsymbol{v}_1$的方向，也不是$\boldsymbol{v}_2$的方向。

二、圆周运动　切向加速度和法向加速度

1．匀速率圆周运动　向心加速度　匀速率圆周运动的特征是：速度的大小恒定，速度的方向随时在变化，它是一种速率恒定的变速运动，运动的轨迹是一个圆。如图1—9所示，

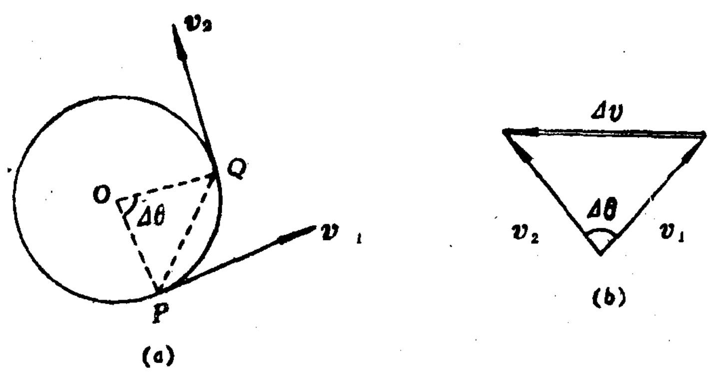


图1—9　匀速率圆周运动

设质点在半径为R的圆上作匀速率圆周运动，它在p点和Q点的速度分别是$\boldsymbol{v}_1$和$\boldsymbol{v}_2$，速率$v_1=v_2$。在图1—9（a）中，虚线所构成的三角形ΔPOQ是等腰三角形，而在图1—9（b）中，由矢量$\boldsymbol{v}_1$、$\boldsymbol{v}_2$和$\Delta \boldsymbol{v}$所构成的三角形也是等腰三角形，由于$\boldsymbol{v}_1$和$\boldsymbol{v}_2$分别垂直$\overline{OP}$和$\overline{OQ}$，因而两个等腰三角形的顶角相等，根据几何知识，这两个等腰三角形相似。因为$v_1=v_2=v$，又根据相似三角形对应边成比例，有

$$\frac{\Delta v}{v}=\frac{\overline{PQ}}{R},\qquad \Delta v=\frac{v}{R}\overline{PQ}$$

两边同除以Δt，得

$$\frac{\Delta v}{\Delta t}=\frac{v}{R}\frac{\overline{PQ}}{\Delta t}$$

取极限，得

$$\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta v}{\Delta t}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{v}{R}\frac{\overline{PQ}}{\Delta t}=\frac{v}{R}\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\overset{\frown}{PQ}}{\Delta t}$$

上式的左边为 $\lim\frac{\Delta v}{\Delta t}=a$，右边 $\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\overset{\frown}{PQ}}{\Delta t}=v$，所以有

$$a=\frac{v^2}{R} \qquad (1-7)$$

式（1—7）就是匀速率圆周运动的加速度公式。加速度的方向，可以从图1—9(b)得到说明。当Q点趋近P点时，$\boldsymbol{v}_2$的方向趋向$\boldsymbol{v}_1$的方向，即$\Delta\boldsymbol{v}$的方向趋于与$\boldsymbol{v}_1$垂直，$\Delta\boldsymbol{v}$的极限方向就是匀速率圆周运动加速度的方向，可以断定它是沿着半径指向圆心的，因此，这个加速度就称为**向加速度**。

2．法向加速度　切向加速度　在一般的曲线运动中，速度的大小和方向都在随时变化着，通常可将加速度a沿法线和切线方向分解成两个加速度。沿着曲线的法线方向的，称为**法向加速度**，用a_n表示；沿着曲线的切线方向的，称为**切向加速度**，用a_t表示。在图1—10中，一质点作曲线运动，当质点运动到P点时，其速度为v，曲线在该点的曲率半径为ρ，可以证明，a_n和a_t的大小分别为

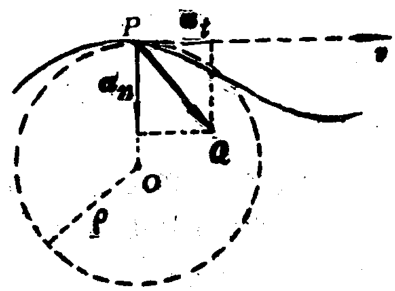


图 1—10　a_n和a_t

$$\left.\begin{aligned} a_n&=\frac{v^2}{\rho}\\ a_t&=\frac{dv}{dt}\end{aligned}\right\} \qquad (1-8)$$

式中v为速率。所以，a的大小和方向可以表示为

$$a=\sqrt{a_n^{\,2}+a_t^{\,2}}, \qquad \theta=\mathrm{arctg}\frac{a_n}{a_t}$$

前曾指出，a如果沿X、Y轴分解，则有

$$a=\sqrt{a_x^{\,2}+a_y^{\,2}}, \qquad \alpha=\mathrm{arctg}\frac{a_y}{a_x}$$

但要注意，不能把a_x、a_y与a_n、a_t混同起来。因为它们表示将同一个加速度a按不同的分解方法所给出的分量。

三、抛体运动

1．运动迭加原理　运动的迭加性或独立性，是运动的重要特性。先看一个演示实验。

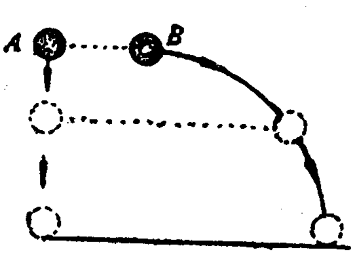


图 1—11　运动的独立性

如图1—11所示，放在同一高度的两个小球A和B的质量和外形都相同。演示时，使A球自由下落的同时，B球水平射出。结果发现A、B两球同时到达地面。A球自由下落只有垂直方向的运动；B球除了垂直方向之外，还有水平方向的运动。B球与A球同时到达地面，说明B球垂直方向的运动不受水平方向运动的影响，即垂直、水平两个方向的运动彼此独立，互不影响。大量事实说明。**任何一个方向的运动，都不会因其它方向运动的是否存在而受到影响**。换句话说，**一个运动可以看作是几个各有自独立进行的运动的迭加**。有的书上，称它为**运动独立性原理**，或**运动迭加原理**。

2．平抛运动　平抛运动是水平匀速运动和自由落体运动的迭加。设质点由坐标原点O以初速$\boldsymbol{v}_0$平抛，见图1—12。在t＝0时

$$\begin{cases}x_0=0\\ y_0=0\end{cases}, \qquad \begin{cases}v_{0x}=v_0\\ v_{0y}=0\end{cases}$$