

江见鲸 宋昆仑 傅德炫 编

NE 3 NNOP 15 NNEI 16

NTOE (NNEI, NE) =

(1)	1	6	7
(2)	1	7	2
(3)	2	7	8
(4)	2	8	3
(5)	3	8	9
(6)	3	9	4
(7)	4	9	
(8)	4	10	
(9)	6	11	12
(10)	6	12	7
(11)	7	12	
(12)	7	13	
(13)	8	13	
(14)	8	14	
(15)	9	14	15
(16)	9	15	10

土建工程 常用微机 程序汇编

NO. ND NA

1	3	6	7	2	0	0	0	0	0
2	4	1	7	8	3	0	0	0	0
3	4	2	8	9	4	0	0	0	0
4	4	3	9	10	5	0	0	0	0
5	2	4	10	0	0	0	0	0	0
6	4	1	7	11	12	0	0	0	0
7	6	1	6	2	8	12	13	0	0
8	6	2	7	3	9	13	14	0	0
9	6	3	8	4	10	14	15	0	0
10	4	4	9	5	15	0	0	0	0
11	2	6	12	0	0	0	0	0	0
12	4	6	11	7	13	0	0	0	0
13	4	7	12	8	14	0	0	0	0
14	4	8	13	9	15	0	0	0	0
15	3	9	14	10	0	0	0	0	0

HALF BANDWIDTH (OLD) = 14

OLD	NEW	OLD	NEW	OLD	NEW
(1)	4	(2)	7	(3)	10
(4)	13	(5)	15	(6)	2
(7)	5	(8)	8	(9)	11
(10)	14	(11)	1	(12)	3
(13)	6	(14)	9	(15)	12

HALF BANDWIDTH (NEW) = 8

Stop - Program terminated.

水利电力出版社

C>
C>

86.1039
8806030

土建工程常用微机程序汇编

江见鲸 宋昆仑 傅德炫 编

水利电力出版社

内 容 提 要

本书共有41个程序，分为5章。内容包括土木建筑工程中常用的三个方面问题的程序计算：建筑结构内力分析；钢筋混凝土构件的配筋计算；土力学与地基基础工程结构的计算。可解决土木建筑工程中常遇到的计算问题。

所有程序均用FORTRAN语言编写，每个程序均独立成篇，有功能说明，原理与使用方法等并附有应用例题。

土木工程常用微机程序汇编

江见鲸 宋昆仑 傅德炫 编

水利电力出版社出版

(北京三里河路6号)

新华书店北京发行所发行·各地新华书店经售

时事印刷厂印刷

787×1092毫米 16开本 24.25 印张 545 千字

1987年7月第一版 1987年7月北京第一次印刷

印数 00001—7000册 定价 5.70 元

书号 15143·6339

目 录

前 言

第一章	结构静力分析程序	1
第一节	单跨梁和连续梁的内力计算	1
第二节	平面桁架的内力计算	9
第三节	空间桁架的内力计算	14
第四节	平面刚架的内力计算	20
第五节	空间刚架的内力计算	25
第六节	井字梁结构的内力计算	42
第二章	结构动力与稳定分析程序	49
第一节	平面桁架的自由振动	49
第二节	连续梁的自由振动	55
第三节	平面刚架的自由振动	58
第四节	空间桁架的自由振动	62
第五节	多层框架的地震荷载计算	65
第六节	压杆稳定计算	69
第三章	弹性力学有限元分析程序	74
第一节	平面问题有限元网格自动剖分	74
第二节	带宽极小化算法	83
第三节	平面问题有限元分析 (三角形单元)	88
第四节	平面问题有限元分析 (四结点等参元)	94
第五节	轴对称壳的应力分析	101
第四章	钢筋混凝土构件计算	108
第一节	截面面积与惯性矩的计算	108
第二节	受弯构件垂直截面配筋计算	112
第三节	受弯构件斜截面配筋计算	116
第四节	受压构件配筋计算	119
第五节	受弯构件刚度、裂缝验算	124
第五章	土力学与地基基础工程问题计算	129
第一节	锚定板桩墙计算	132
第二节	单向渗流固结计算	137

第三节	弹性地基梁计算	142
第四节	侧向受力板桩计算	152
第五节	平面渗流	159
第六节	边坡稳定计算 (一) (简化毕肖甫法)	165
第七节	边坡稳定计算 (二) (卡特法)	175
附录: 程序		
第一章	结构静力分析程序	188
第一节	程序CBEAM	188
第二节	程序TRUS 2	192
第三节	程序TRUS 3	197
第四节	程序FRAM 2	202
第五节	程序FRAM 3	209
第六节	程序GRIL	219
第二章	结构动力与稳定分析程序	226
第一节	程序DTRUS 2	226
第二节	程序DBEAM	233
第三节	程序DFRAM 2	240
第四节	程序DTRUS 3	248
第五节	程序JDSS	255
第六节	程序BUCKA	261
第三章	弹性力学有限元分析程序	267
第一节	程序MESH	267
第二节	程序MINB	272
第三节	程序AS	275
第四节	程序FEMP 4	284
第五节	程序AXSHEL	295
第四章	钢筋混凝土构件计算	303
第一节	程序AJS	303
第二节	程序RCLM	305
第三节	程序RCLQ	309
第四节	程序RCZZ	311
第五节	程序RCFK	316
第五章	土力学与地基基础工程问题计算	319
第一节	程序PILE	319
第二节	程序ODC	324

第三节	程序ELAB	326
第四节	程序LPILE	333
第五节	程序FLOW	340
第六节	程序BISHOP	349
第七节	程序CATTER	357

第一章 结构静力分析程序

分析超静定结构的基本方法有两种：力法与位移法。用电子计算机分析结构时，需将力法与位移法的方程写成矩阵形式，因而又称为矩阵力法和矩阵位移法，统称结构矩阵分析。矩阵位移法的基本结构是固定的，便于编写统一的计算机程序，因而在结构分析的计算机方法中，矩阵位移法应用更为广泛。本章所列结构分析的程序都是根据矩阵位移法编制的。

用矩阵位移法分析结构时，主要的分析步骤如下：

- (1) 输入原始数据，如杆件的长度，截面的几何性质，材料的弹性常数，荷载形式与大小，支承条件等；
- (2) 将结构离散化。即把整体结构拆开，分成有限个杆件单元，单元与单元之间以共同的结点相联结。然后，对每一单元计算其单元刚度矩阵；
- (3) 将单元刚度矩阵集成整体刚度矩阵；
- (4) 计算荷载列阵，形成位移法方程右端的常数项向量；
- (5) 引入支承条件，修改位移法方程；
- (6) 求解位移法方程，求出结点位移；
- (7) 计算杆件内力；
- (8) 输出计算结果。

对于各种不同的结构形式，上述分析步骤均适用，并且除单元刚度矩阵的计算随结构形式而不同以外，其它步骤是非常相似，甚至是完全相同的。这一特点非常有利于程序的编写。在这一章中收集了六种常用结构的计算程序。在第一个程序中，我们将较详细地按上述步骤进行说明，而在随后的几个程序中，则将重点说明单元刚度矩阵的计算。

第一节 单跨梁和连续梁的内力计算

一、功 能

本程序用于计算各种连续梁的结点位移和杆端弯矩。各跨梁的截面可以不同，作用在梁上的荷载可以有不同的形式，如集中荷载，分布荷载等。单跨梁作为跨数为一的连续梁，也可用本程序计算。但应注意，计算中梁的分段不一定是梁的自然跨，可以根据截面、荷载的变化情况，适当增加梁的分段数。

二、方法简介

程序采用矩阵位移法编写。

1. 梁的单元刚度矩阵

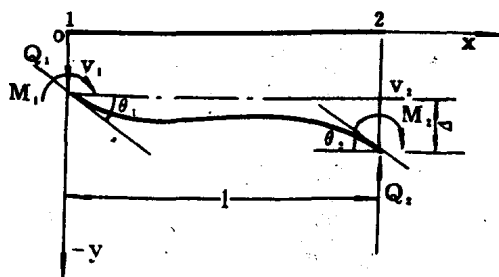


图 1-1

设有单跨梁如图1-1所示，两端结点编号为1、2。由结构力学可知，当杆端有角位移 θ_1 、 θ_2 ，相对线位移 Δ 时，则由此而产生的杆端弯矩为：

$$\begin{aligned} M_1 &= \frac{4EI}{l} \theta_1 + \frac{2EI}{l} \theta_2 - \frac{6EI}{l^2} \Delta \\ M_2 &= \frac{2EI}{l} \theta_1 + \frac{4EI}{l} \theta_2 - \frac{6EI}{l^2} \Delta \end{aligned} \quad (1-1)$$

杆端剪力可由平衡条件求得：

$$\begin{aligned} Q_1 &= -\frac{6EI}{l^2} \theta_1 - \frac{6EI}{l^2} \theta_2 + \frac{12EI}{l^3} \Delta \\ Q_2 &= +\frac{6EI}{l^2} \theta_1 + \frac{6EI}{l^2} \theta_2 - \frac{12EI}{l^3} \Delta \end{aligned} \quad (1-2)$$

式中 E —— 杆件材料弹性模量；

I —— 杆件截面惯性矩；

l —— 杆件长度。

在结构矩阵分析中，应将(1-1)、(1-2)两式合并写成矩阵形式。常取结点位移(即杆端位移)：

$$\{\delta\}^e = [v_1 \ \theta_1 \ v_2 \ \theta_2]^T \quad (1-3)$$

取杆端力(广义杆端力，包括杆端弯矩)：

$$\{F\}^e = [Q_1 \ M_1 \ Q_2 \ M_2]^T$$

注意到杆端相对位移 $\Delta = v_1 - v_2$ ，则杆端力与杆端位移的关系可表达为：

$$\begin{Bmatrix} Q_1 \\ M_1 \\ Q_2 \\ M_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{12EI}{l^3} & -\frac{6EI}{l^2} & -\frac{12EI}{l^3} & -\frac{6EI}{l^2} \\ -\frac{6EI}{l^2} & \frac{4EI}{l} & \frac{6EI}{l^2} & \frac{2EI}{l} \\ -\frac{12EI}{l^3} & \frac{6EI}{l^2} & \frac{12EI}{l^3} & \frac{6EI}{l^2} \\ -\frac{6EI}{l^2} & \frac{2EI}{l} & \frac{6EI}{l^2} & \frac{4EI}{l} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} v_1 \\ \theta_1 \\ v_2 \\ \theta_2 \end{Bmatrix} \quad (1-4)$$

或简写为：

$$\{F\}^e = [K]^e \{\delta\}^e \quad (1-5)$$

其中:

$$[K]^e = \begin{bmatrix} \frac{12EI}{l^3} & -\frac{6EI}{l^2} & -\frac{12EI}{l^3} & -\frac{6EI}{l^2} \\ -\frac{6EI}{l^2} & \frac{4EI}{l} & \frac{6EI}{l^2} & \frac{2EI}{l} \\ -\frac{12EI}{l^3} & \frac{6EI}{l^2} & \frac{12EI}{l^3} & \frac{6EI}{l^2} \\ -\frac{6EI}{l^2} & \frac{2EI}{l} & \frac{6EI}{l^2} & \frac{4EI}{l} \end{bmatrix} \quad (1-6)$$

称为杆件的单元刚度矩阵。 $\{F\}^e$ 为杆端力, $\{\delta\}^e$ 为杆端位移, 在结构矩阵分析中分别称作结点力与结点位移。

2. 整体刚度矩阵

整体刚度矩阵是由单元刚度矩阵集合而得, 它包括两个主要步骤, 首先将单元刚度矩阵扩大, 更换结点编码, 形成扩大的单元刚度矩阵 (也称为贡献矩阵), 然后将扩大的刚度矩阵集合成整体刚度矩阵。

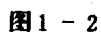
在连续梁分析中, 忽略了梁的轴向变形, 不计梁的轴向位移, 因而每一个结点只有两个位移自由度。一个杆件有两个结点, 共有四个位移自由度, 所以单元刚度矩阵是 4×4 阶的, 如式(1-6)。若连续梁由 NL 个杆件组成, 则它将有 $NN = NL + 1$ 个结点, 共有 $N2 = 2 \times NN$ 个位移 (包括线位移与角位移)。为了集合成整体刚度矩阵, 需要找出同一结点位移在单元刚度矩阵中的位置与在整体刚度矩阵中的位置之间的对应关系。设某一杆的两端节点号为 i, j , 因每一结点有两个位移自由度, 可以推得这两个结点位移在总体刚度矩阵中的位置在 $2i-1, 2i, 2j-1, 2j$ 的有关行、列中。对于单元刚度矩阵, 只有两个结点, 四个位移自由度, 不论起始、终止结点号如何变化, 其单元刚度矩阵总是如式(1-6)所示, 有四行四列。这样, 便可找到两者的对应关系, 如图1-2所示。例如, 某 ij 杆, 单元刚度矩阵中的第2行第3列元素应该放在整体刚度矩阵中的第 $2i$ 行, 第 $2j-1$ 列中去。余可类推。如不同杆件的单元刚度矩阵元素要放到整体刚度矩阵中的同一位置中, 则应把这些元素进行叠加。

从集合过程可以看出, 对应于每个结点位移的刚度元素, 只与和这一结点相连接点的杆件的单元刚度有关, 与不相连结的杆件无关。整体刚度矩阵的元素集中在主对角线附近, 呈带状分布。从主对角元素到左边 (或右边) 最后一个非零元素的宽度称为半带宽, 其中宽度最大的称为最大半带宽。在连续梁结构中最大半带宽为 4。

3. 等效结点荷载

对于梁单元来说, 等效结点荷载就是梁在外荷载作用下产生的固端力和固端力矩。这在结构力学教材中有详细的说明, 这里仅列出在编写程序时用到的一些计算公式。

注意, 这里未曾列入跨中有集中荷载及其它更复杂的荷载形式。遇到这种情况时, 建议将梁段分得小一些, 使它符合程序中所取的荷载条件。



荷 載 形 式	固端剪力		固端弯矩	
	Q_1^0	Q_2^0	M_1^0	M_2^0
	$\frac{1}{2} ql$	$\frac{1}{2} ql$	$-\frac{ql^2}{12}$	$\frac{ql^2}{12}$
	$\frac{3}{20} ql$	$\frac{7}{20} ql$	$-\frac{1}{30} ql^2$	$\frac{1}{20} ql^2$

未经引入支承条件时,刚度矩阵是奇异的。从力学角度来看,这是由于没有支承的结构可以产生刚体位移,因而在一定的荷载作用下无法确定其位移的大小。若梁在支承处的位移为零或为其它非零的已知值时,应对整体位移法方程进行修改。修改刚度方程通常有两种方法:“化零置1法”和“乘大数法”。

[illegible]

显然，位移法方程组中的第*i*个方程便变为：

$$v_i = 0 \quad (1-8)$$

满足了支承条件。

(2) “乘大数法”。若某一结点位移 $v_i = \Delta$ 为已知，为了满足已知条件，我们将*i*行中*i*列元素乘上一个很大的数*A*，例如 10^{12} ，并将相应的荷载项取 $A k_{ii} \Delta$ ，第*i*个方程便化为：

$$k_{i1}v_1 + k_{i2}v_2 + \cdots + A k_{ii}v_i + \cdots + k_{in}v_n = A k_{ii} \Delta \quad (1-9)$$

方程(1-9)中，因不包含*A*的各项系数与 $A k_{ii}$ 相比都很小，可以忽略不计。因而方程(1-9)与下列方程的解很接近：

$$A k_{ii}v_i = A k_{ii} \Delta \quad (1-10)$$

即满足了 $v_i = \Delta$ 的条件。当 $\Delta = 0$ 时，显然有 $v_i = 0$ ，因而不论支承处位移为零或为某一已知值，这一方法均可作统一处理。

5. 解方程

程序中采用半带存储消去法，这是在结构矩阵分析中应用很广的一种解方程的方法，具体计算在程序中可以看出，这里不再详述。

6. 杆端弯矩计算

由刚度方程解出结点位移以后，可由式(1-1)求得由结点位移产生的杆端弯矩，叠加上由荷载产生的杆端弯矩，即得总的杆端弯矩。具体计算式为：

$$M_1 = \begin{bmatrix} -\frac{6EI}{l^2} & \frac{4EI}{l} & \frac{6EI}{l^2} & \frac{2EI}{l} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} v_1 \\ \theta_1 \\ v_2 \\ \theta_2 \end{Bmatrix} + M_1^0 \quad (1-11)$$

$$M_2 = \begin{bmatrix} -\frac{6EI}{l^2} & \frac{2EI}{l} & \frac{6EI}{l^2} & \frac{4EI}{l} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} v_1 \\ \theta_1 \\ v_2 \\ \theta_2 \end{Bmatrix} + M_2^0$$

式中， M_1^0 、 M_2^0 为荷载产生的杆端弯矩，可按表1-1中的相应公式计算。下标1表示该杆的始端结点号，2表示终端的结点号。

三、使用说明

1. 主要变量及数组说明

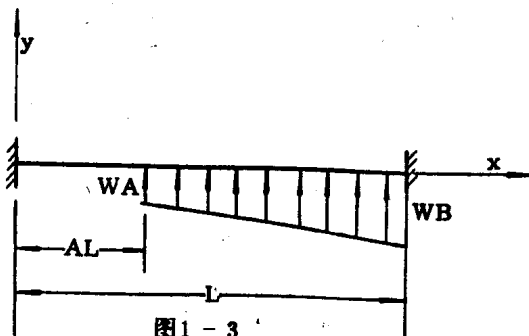
- LS 杆件单元数；
- NF 支承约束数；
- NC 集中荷载数；
- E 弹性模量；
- NL 分布荷载类型指示，NL = 0 为均布荷载；NL ≠ 0 为任意线分布荷载；
- SA 单元截面惯性矩；

XL 杆件单元长度;

UD 单元上均布荷载值, 向上作用为正;

WA、WB 线分布荷载左右两端的集度, 见图1-3;

AL WA距左结点的距离, 见图1-3;



NS 二维整型数组, 存支座约束信息, 第一列存被支承的结点号, 第二列指示被约束的性质: 1 表示竖向位移为零, 2 表示转角等于零;

JOD 二维整型数组, 存集中荷载信息, 第一列存有集中荷载作用的结点号, 第二列指示集中荷载的性质: 1 表示为集中力, 2 表示集中力矩;

QC 存相应的集中荷载值;

A 二维数组, 存刚度矩阵系数;

C 一维数组, 开始存荷载向量, 计算结束后存结点位移向量;

ST 二维数组, 存单元刚度矩阵系数。

2. 数据输入

(1) 输入 LS, NF, NC

(2) 输入 $NS(I, 1), NS(I, 2), I = 1, NF$

(3) 输入 E, NL

(4) 若 $NL = 0$ 输入

SA(I), XL(I), UD(I), $I = 1, LS$

若 $NL \neq 0$ 输入

SA(I), XL(I), WA(I), WB(I), AL(I), $I = 1, LS$

(5) 若 $NC \neq 0$ 输入

JOD(I, 1), JOD(I, 2), QC(I), $I = 1, NC$

3. 计算结果输出

计算结果输出分为两大部分, 第一部分为输入数据的输出, 供用户核对输入数据是否正确。第二部分为计算结果, 有两组量: 结点位移和杆端弯矩。其中结点转角以顺时针为正, 杆端弯矩以使梁的上边缘受拉为正。

四、计算例题

(1) 已知单跨梁受荷载如图1-4所示, 求固定端与集中荷载作用点处的弯矩。

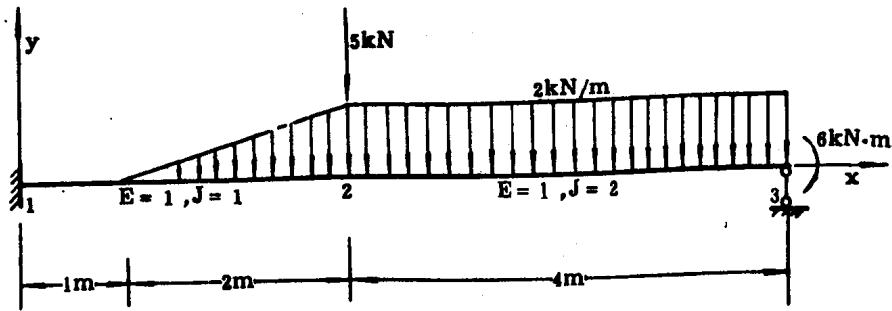


图 1 - 4

因梁上有集中力作用，为求得集中荷载作用点处的弯矩，将梁分为两个单元，结点 2 置于集中荷载作用处，如图 1 - 4 所示。因只要求内力，杆件材质均匀，计算中取 $E = 1.0$ 。

输入数据为：

2, 3, 2

1, 1, 1, 2, 3, 1

1.0, 1

1., 3., 0., -2., 1

2., 4., -2., -2., 0

2, 1, -5., 3, 2, 6

计算结果输出：

LS	NF	NC
2	3	2

POINT OF SUPPRESSED DISPLACEMENT

NO.	DIRECTION
1	1
1	2
3	1

$E = .100000E+01$ NL= 1

MEMBER DETAILS

NE	SA	L	WA	WB	AS
1	1.	3.000	.000	-2.000	1.000
2	2.	4.000	-2.000	-2.000	.000

CONCENTRATED LOAD

NO.	DIRECTION	VALUES
2	1	-5.000
3	2	6.000

THE NODAL DISPLACEMENTS ARE:

NO.	V	ZETA
1	.00000	.00000
2	-18.62165	2.05027
3	.00000	-6.34159

NE.	NODE	MOMENT
1	1	11.314
1	2	-9.059
2	2	-9.059
2	3	6.000

(2) 不等跨连续梁荷载与支承情况如图1-5所示。已知 $I = 1 \times 10^{-7} \text{m}^4$, $E = 2 \times 10^8 \text{kN/m}^2$ ①, 求各跨的杆端弯矩。

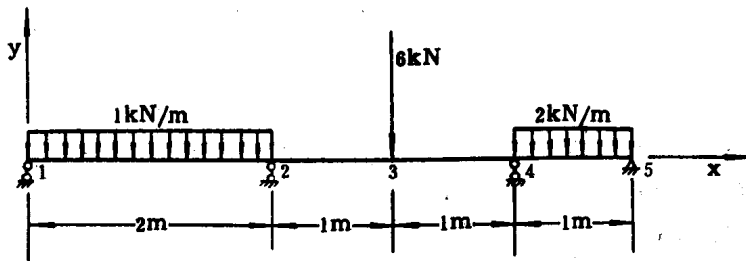


图1-5

将梁分为四个单元, 输入数据为:

4, 4, 1

1, 1, 2, 1, 4, 1, 5, 1

2.E 8,0

1.E 7, 2.0, -1

1.E 7, 1.0, 0.

1.E 7, 1.0, 0.

1.E 7, 1.0, -2

3, 1, -6.0

计算结果输出:

$M_{12} = 0.0$

$M_{21} = M_{23} = 1.068$

$M_{32} = M_{34} = -1.852$

$M_{43} = M_{45} = 1.227$

$M_{54} = 0.0$

① $1 \text{kN/m}^2 = 10^3 \text{Pa}$

第二节 平面桁架的内力计算

一、功 能

本程序用于求解平面铰接桁架的结点位移和杆件内力。桁架各杆的截面面积A和弹性模量E可以是不同的。

二、方法简介

因除单元刚度矩阵以外，其它计算步骤与上一节是相同的，故本节只介绍桁架杆件单元的单元刚度矩阵。

1. 局部坐标系中的单元刚度矩阵

所谓局部坐标系是建立在杆件单元上的，以杆轴方向为x方向，如图1—6。

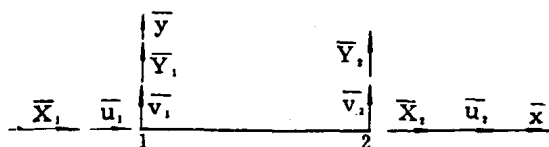


图1—6

因桁架杆件只受轴向力，由结构力学很容易求得杆端力与杆端位移之间的关系为：

$$\bar{X}_1 = \frac{AE}{l}(\bar{u}_1 - \bar{u}_2) \quad (1-12)$$

$$\bar{X}_2 = \frac{AE}{l}(-\bar{u}_1 + \bar{u}_2)$$

式中 $\bar{X}_1$ 、 $\bar{X}_2$ ——分别为杆端1、2的杆端力；

$\bar{u}_1$ 、 $\bar{u}_2$ ——分别为杆端1、2的杆端位移。

式(1—12)写成矩阵形式为：

$$\begin{Bmatrix} \bar{X}_1 \\ \bar{X}_2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{AE}{l} & -\frac{AE}{l} \\ -\frac{AE}{l} & \frac{AE}{l} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \bar{u}_1 \\ \bar{u}_2 \end{Bmatrix} \quad (1-13)$$

一般情况下，桁架杆件不一定处于水平位置，这样每一个结点就有两个位移分量：垂直位移分量v与水平位移分量u；杆端力也有两个分量：垂直分力Y与水平分力X。为了便于将局部坐标系中的刚度矩阵转换到总体坐标系中去，我们将式(1—13)写成扩展的形式：

$$\begin{Bmatrix} \bar{X}_1 \\ \bar{Y}_1 \\ \bar{X}_2 \\ \bar{Y}_2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{AE}{l} & 0 & -\frac{AE}{l} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{AE}{l} & 0 & \frac{AE}{l} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \bar{u}_1 \\ \bar{v}_1 \\ \bar{u}_2 \\ \bar{v}_2 \end{Bmatrix} \quad (1-14)$$

或简写为:

$$\{\bar{F}\}^e = [\bar{K}]^e \{\bar{\delta}\}^e \quad (1-15)$$

式中 $\{\bar{F}\}^e$ ——杆端力或称结点力;

$\{\bar{\delta}\}^e$ ——结点位移

$[\bar{K}]^e$ ——局部坐标系中的单元刚度矩阵。

2. 整体坐标系下的单元刚度矩阵

所谓整体坐标系, 又称结构坐标系, 是按整个结构建立的, 对每一杆均适用。设有一杆单元 ij , 杆轴对总体坐标系的倾角为 θ 。

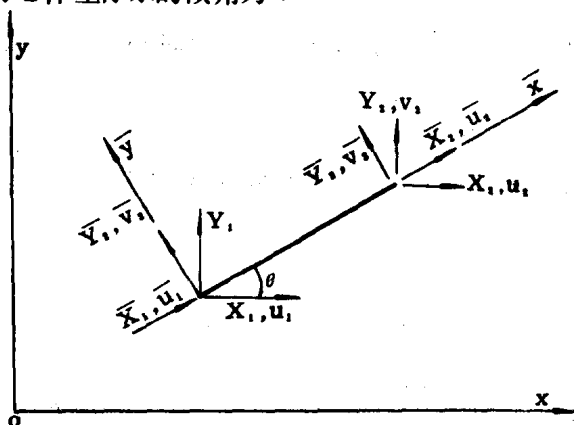


图 1-7

若取 $\bar{X}_i, \bar{X}_j, \bar{Y}_i, \bar{Y}_j$ 表示局部坐标系中的结点力分量; X_i, X_j, Y_i, Y_j 表示整体坐标系中的结点力分量, 由图 1-7 可知, 在不同坐标系下, 同一杆件单元的结点力有如下转换关系:

$$\begin{Bmatrix} \bar{X}_i \\ \bar{Y}_i \\ \bar{X}_j \\ \bar{Y}_j \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} C_x & C_y & 0 & 0 \\ -C_y & C_x & 0 & 0 \\ 0 & 0 & C_x & C_y \\ 0 & 0 & -C_y & C_x \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} X_i \\ Y_i \\ X_j \\ Y_j \end{Bmatrix} \quad (1-16)$$

式中 $C_x = \cos\theta = (x_j - x_i)/l$;

$C_y = \sin\theta = (y_j - y_i)/l$ 。

x_i, y_i 与 x_j, y_j 分别为单元杆结点 i, j 在总体坐标系中的坐标值, l 为杆的长度。

(1-16) 式可以简写为:

$$\{\bar{F}\}^e = [R] \{F\}^e \quad (1-17)$$

这里:

$$[R] = \begin{bmatrix} C_x & C_y & 0 & 0 \\ -C_y & C_x & 0 & 0 \\ 0 & 0 & C_x & C_y \\ 0 & 0 & -C_y & C_x \end{bmatrix} \quad (1-18)$$

称为坐标转换矩阵。容易验证这是一个正交矩阵。

同样, 若取 $\bar{u}_i, \bar{u}_j, \bar{v}_i, \bar{v}_j$ 表示在局部坐标系中的结点位移, u_i, u_j, v_i, v_j 表示在整体坐标系中的结点位移, 则同一杆件单元的结点位移在不同坐标系下有如下的转换关系:

$$\begin{Bmatrix} u_i \\ \bar{v}_i \\ \bar{u}_j \\ \bar{v}_j \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} C_x & C_y & 0 & 0 \\ -C_y & C_x & 0 & 0 \\ 0 & 0 & C_x & C_y \\ 0 & 0 & -C_y & C_x \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_i \\ v_i \\ u_j \\ v_j \end{Bmatrix} \quad (1-19)$$

或简写为:

$$\{\bar{\delta}\}^e = [R] \{\delta\} \quad (1-20)$$

将式 (1-17)、式 (1-20) 代入式 (1-15), 可得:

$$[R] \{F\}^e = [\bar{K}]^e [R] \{\delta\}$$

两边前乘 $[R]^{-1}$, 可得:

$$\{F\}^e = [R]^{-1} [\bar{K}]^e [R] \{\delta\} \quad (1-21)$$

由于 $[R]$ 是正交矩阵, 所以:

$$[R]^{-1} = [R]^T$$

这样, 式 (1-21) 可写为:

$$\{F\}^e = [R]^T [\bar{K}]^e [R] \{\delta\} \quad (1-22)$$

令:

$$[K]^e = [R]^T [\bar{K}]^e [R] \quad (1-23)$$

称为总体坐标系下的单元刚度矩阵, 则式 (1-22) 可写成:

$$\{F\}^e = [K]^e \{\delta\}^e \quad (1-24)$$

这样便建立了结点力与结点位移之间的关系。

将式 (1-18) 与式 (1-15) 中的 $[\bar{K}]^e$ 代入式 (1-23), 相乘展开, 可得到整体坐标系中单元刚度矩阵的表达式为:

$$[K] = \frac{EA}{l} \begin{bmatrix} C_x^2 & C_x C_y & -C_x^2 & -C_x C_y \\ C_x C_y & C_y^2 & -C_x C_y & -C_y^2 \\ -C_x^2 & -C_x C_y & C_x^2 & C_x C_y \\ -C_x C_y & -C_y^2 & C_x C_y & C_y^2 \end{bmatrix} \quad (1-25)$$

这就很方便于编写计算程序了。

为节约存储量, 总体刚度矩阵集合后, 只储存最大半带宽以内的上半带元素。最大半带宽 NB 可按下式计算:

$$NB = (\text{最大结点差} + 1) \times 2$$

在本程序中 NB 由计算机自动计算。

三、使用说明

1. 主要变量及数组说明

- NE 杆件单元数;
- NN 结点总数;
- NF 支承约束数;
- NS 二维数组, 储存支承约束信息。第一列存被约束的结点号, 第二列存被约束的方向, 这里 1 表示 x 方向, 2 表示 y 方向;